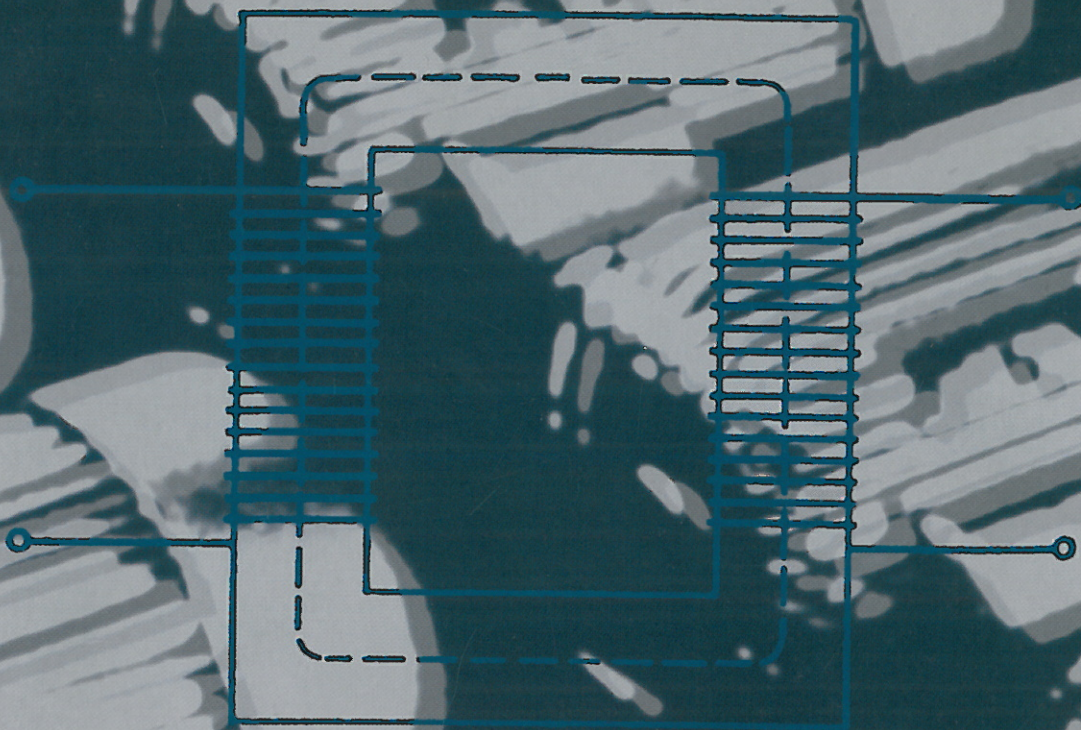




Eugen Stanić

Osnove elektrotehnike



Eugen Stanić

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

XXIX. izdanje



ZAGREB, 2007.

Izdavač

ŠKOLSKA KNJIGA, d.d.

Zagreb, Masarykova 28

Za izdavača

ANTE ŽUŽUL, prof.

Urednik

DAMIR TADIĆ

Recenzenti

prof. ing. VIKTOR PINTER

IVAN PAPIĆ, prof.

EDO HERCIGONJA, dipl. ing.

© ŠKOLSKA KNJIGA, d.d., Zagreb, 1969.

Nijedan dio ove knjige ne smije se umnožavati.

fotokopirati ni na bilo koji način reproducirati

bez nakladnikova pismenog dopuštenja.

S A D R Ž A J

1. OSNOVNE ELEKTRIČNE VELIČINE	1
1.1. Građa materije	1
1.2. Električna struja i njezina djelovanja	4
1.3. Električni strujni krug	10
1.4. Jakost električne struje	12
1.5. Električni napon	16
1.6. Električni otpor	19
1.7. Utjecaj temperature na električni otpor	23
2. OSNOVNI ZAKONI ELEKTROTEHNIKE	28
2.1. Ohmov zakon	28
2.2. Pad napona i gubitak napona	31
2.3. Grananje struje	37
2.4. Dijeljenje napona	42
2.5. Složeni strujni krugovi	48
3. ENERGIJA, RAD, SNAGA	53
3.1. Mehanička energija	53
3.2. Električna energija	57
3.3. Toplinski učinci električne struje	62
3.4. Proračun vodova	67
4. POJAVE U ELEKTRIČNOM POLJU	72
4.1. Električno polje	72
4.2. Veličine u električnom polju	77
4.3. Kondenzatori	85
4.4. Vrste kondenzatora	91
4.5. Spajanje kondenzatora	94
5. MAGNETIZAM	98
5.1. Osnovne pojave magnetizma	98
5.2. Veličine u magnetskom krugu	104
5.3. Magnetske pojave u željezu	110
6. ELEKTROMAGNETSKE POJAVE	119
6.1. Elektromagnetska indukcija	119
6.2. Primjena elektromagnetske indukcije	125
6.3. Samoindukcija	132
6.4. Međusobno djelovanje magnetskih polja	141
7. PROLAZ STRUJE KROZ TEKUĆINU	150
7.1. Elektrolitski procesi	150
7.2. Tehnička primjena elektrolize	154
7.3. Galvanski članci	157
7.4. Električni akumulatori	162

8. FOTOELEKTRICITET I TERMoeLEKTRICITET	168
8.1. Fotoelektricitet	168
8.2. Termoelektricitet	173
9. IZMJENIČNA STRUJA	180
9.1. Osnovni pojmovi o izmjeničnoj struji	180
9.2. Princip generatora izmjenične struje	185
10. OTPORI U KRUGU IZMJENIČNE STRUJE	188
10.1. Vrste otpora u krugu izmjenične struje	188
10.2. Određivanje rezultantnih veličina izmjenične struje	194
10.3. Serijsko spajanje otpora u krugu izmjenične struje	198
10.4. Paralelno spajanje otpora u krugu izmjenične struje	207
11. SNAGA I RAD IZMJENIČNE STRUJE	214
11.1. Snaga izmjenične struje	214
11.2. Rad izmjenične struje	220
11.3. Trofazna struja	222
12. GUBICI U KRUGU IZMJENIČNE STRUJE	233
12.1. Svitak sa željeznom jezgrom	233
12.2. Gubici energije u svitku	236
12.3. Gubici energije u vodovima	246
13. SIMBOLIČKA METODA U ELEKTROTEHNICI IZMJENIČNIH STRUJA	255
13.1. Matematičke osnove simboličke metode	255
13.2. Kompleksni brojevi kao simboli električnih veličina	260
13.3. Primjena simboličke metode pri proračunu strujnog kruga	267
14. TABLICE	280
15. RJEŠENJA ZADATAKA	287

1. OSNOVNE ELEKTRIČNE VELIČINE

1.1. GRAĐA MATERIJE

Moderna fizika svakim danom pokazuje sve veći interes za proučavanje unutarnje građe materije. Napori tisuća znanstvenih ustanova u cijelom svijetu sve se više usmjeruju u tom pravcu, pa je kao rezultat toga nastala nova grana fizike, atomska fizika, čija je teorija toliko opsežna i složena da je u cjelini nije moguće obuhvatiti ni u najopsežnijoj knjizi. Ipak, pokušat ćemo objasniti barem neke najosnovnije pojmove iz tog područja jer bez poznavanja tih pojmova nije moguće shvatiti bit električnih pojava.

1.1.1. Atom

Sva materija koja nas okružuje sastavljena je od atoma.

Atomi su najsitnije čestice elemenata koje se dalje ne mogu razložiti ni fizičkim ni kemijskim putem, a da se pri tom ne promijene osnovna svojstva samog elementa.¹

Dugo se vremena smatralo da se atom uopće ne može dalje rastavljati. Tek je početkom ovog stoljeća engleski fizičar Rutherford² na temelju nekih dotadašnjih znanstvenih otkrića dao znanstvenu sliku atoma po kojoj se atom sastoji od male pozitivno nabijene jezgre oko koje kruže negativno nabijene čestice. Nedugo zatim, danski fizičar Bohr³ dalje je razvio tu teoriju koja je postala temelj našem sadašnjem znanju o građi atoma.

Veličina atoma. Atom je tako malen da je njegovu veličinu teško zamisliti. Vodikov atom ima, na primjer, promjer od oko jedne stomilijuntine centimetra! Jedna kapljica vode promjera dva milimetra sadrži oko 420 000 000 000 000 atoma, pa stoga je razumljivo da se atomi ne mogu promatrati ni najsvremenijim ultramikroskopima. Usprkos tome, suvremena je fizika posebnim metodama duboko prodrła u tajne atoma i omogućila nam stvaranje točne slike o njegovoj građi. Danas znamo ne samo veličinu i masu pojedinih atoma nego i veličinu i raspored njihovih sastavnih dijelova.

¹ atomos (grč.) — nedjeljiv.

² **Rutherford, Ernest** [Raderford], engleski fizičar (1871—1937), proučavao radioaktivna zračenja i formulirao njihove zakone, izazvao prvu pretvorbu jednog elementa u drugi, dao osnovnu sliku građe atoma.

³ **Bohr, Niels** [Bor], danski fizičar (1885—1962), razradio teoriju atomske jezgre i svojom kvantnom teorijom popunio manjkavosti koje je imao Rutherfordov model atoma.

1.1.2. Atomska jezgra

Svaki atom sastavljen je od atomske jezgre i jedne ili više atomskih ljusaka. U atomskoj jezgri skoncentrirana je gotovo sva masa atoma, a sagrađena je od protona i neutrona.

Protoni i neutroni po masi su jednake čestice, ali se razlikuju po električnom naboju: protoni su nosioci pozitivnog električnog naboja, a neutroni su bez naboja (električki neutralni).

1.1.3. Atomske ljuske

Oko atomske jezgre kruže sitne čestice koje su po masi gotovo 2000 puta manje od protona, a nosioci su negativnog električnog naboja. Te se čestice zovu **elektroni**, a njihov je naboj po veličini jednak naboju protona.

Zbog velike brzine elektrona (oko 100 000 km/s) i sićušnosti njegove putanje (oko 1/100 000 000 cm) njegov je broj obilazaka oko jezgre u jednoj sekundi ogroman, stoga se čini kao da se elektron u svakom trenutku nalazi na svakom mjestu svoje putanje. Kako uz to i ravnina njegove putanje neprestano mijenja svoj nagib, čini se kao da se elektron istovremeno nalazi u svim položajima oko jezgre.

Ti prividno istovremeni položaji elektrona okružuju u izvjesnoj udaljenosti atomsku jezgru, pa kažemo da jezgru obavića atomska ljuska.

Atom može imati od 1 do 7 atomskih ljusaka koje označujemo slovima K, L, M, N, O, P i Q.

1.1.4. Sastav atoma

Atomi u normalnom stanju djeluju prema van električki neutralno premda u sebi sadrže električki nabijene čestice, i to pozitivne protone i negativne elektrone. To je moguće jer u normalnom atomu broj elektrona jednak je broju protona, pa se djelovanje njihovih naboja međusobno poništava. Broj protona u atomu pojedinog elementa, a time i broj elektrona, određen je rednim brojem tog elementa u periodičnom sustavu elemenata kojeg je već u prošlom stoljeću sastavio ruski kemičar Mendeljejev.⁴

$$\text{Redni broj elementa} = \text{broj protona} = \text{broj elektrona}$$

Kao što smo već spomenuli, gotovo sva masa atoma koncentrirana je u jezgri atoma, tj. u protonima i neutronima. Budući da atomska težina elementa pokazuje koliko je jedinica mase sadržano u atomu tog elementa, a protoni i neutroni imaju po jednu jedinicu mase, to iz atomske težine elementa možemo odrediti ukupan broj protona i neutrona u tom atomu.

$$\text{Atomska težina elementa} = \text{broj protona} + \text{broj neutrona}$$

⁴ **Mendeljejev**, Dmitrij Ivanovič, ruski kemičar (1834—1907), otkrio opći zakon o periodičnosti kemijskih svojstava i svojim »periodičnim sistemom elemenata« dao osnovu modernoj nauci o strukturi materije.

Znamo da je broj protona jednak rednom broju elementa, stoga nije teško izračunati broj neutrona iz atomske težine elementa.

$$\text{Broj neutrona} = \text{atomska težina elementa} - \text{redni broj elementa}$$

Odnosi između čestica. Rutherford je došao do zaključka da je odnos između čestica u atomu sličan odnosu svemirskih tijela u Sunčevu planetarnom sistemu. U sredini atoma nalazi se jezgra oko koje u relativno velikim udaljenostima kruže elektroni. Kao što na planete prilikom njihova kretanja oko Sunca djeluju dvije protivne sile, tako i

na elektrone djeluju dvije sile koje su u ravnoteži: jedna je centrifugalna sila nastala uslijed kruženja elektrona, a druga je privlačna sila između pozitivnog naboja jezgre i negativnog naboja elektrona.

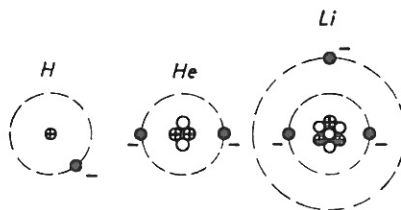
Između Sunca i njegovih planeta postoji ogroman prazan prostor, a isto tako postoji i relativno velik prazan prostor između atomske jezgre i njezinih elektrona. Promjer jezgre iznosi oko 1/10 000 promjera atoma, a to znači da jezgra zauzima oko 1/100 000 000 obujma atoma. Gotovo sve ostalo je prazan prostor po kojemu kruži samo ograničen broj elektrona. Kolika je ta praznina u atomu najbolje će nam predočiti ova usporedba: kad bi, na primjer, promjer jezgre iznosio 1 dm, atom bi imao promjer od 1 km!

1.1.5. Vrste atoma

Atoma ima toliko vrsta koliko i kemijskih elemenata, pa prema tome

u prirodi postoji 92 vrste atoma. Oni se međusobno razlikuju po broju i rasporedu sastavnih čestica.

Među njima je najjednostavniji atom vodika (redni broj 1), zatim atom helija, pa litija itd. (sl. 1). Što u periodnom sistemu idemo dalje od elementa do elementa, građa njihovih atoma postaje sve više komplicirana, a broj sastavnih čestica sve veći. Na kraju sistema prirodnih elemenata imamo uran čiji atom ima veliku i kompliciranu jezgru sa 92 protona i 146 neutrona oko koje kruže 92 elektrona u 7 atomskih ljusaka.



Sl. 1. Sastav atoma vodika, helija i litija

1.1.6. Umjetni elementi

Osim elemenata koji se nalaze u prirodi danas se umjetnim putem stvaraju i novi elementi. Promjenom broja protona u atomskoj jezgri stvoreno je dosada već preko desetak novih elemenata koji dopunjuju periodični sistem elemenata uglavnom iza rednog broja 92. Svaki se od tih novih elemenata razlikuje po svojim fizikalnim i kemijskim svojstvima od elemenata koji se nalaze u prirodi.

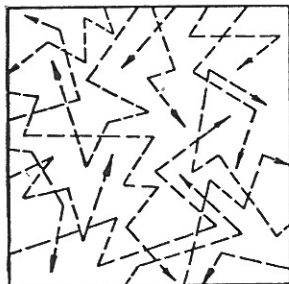
Odgovorite na pitanja

1. Tko je dao temelj našem današnjem znanju o građi atoma?
2. Od čega je sastavljena atomska jezgra?
3. Što razumijevamo pod atomskom ljuskom?
4. Kako se određuje broj protona i elektrona u atomu?
5. Kako određujemo broj neutrona u jezgri?
6. Koliko ima vrsta atoma u prirodi?
7. Po čemu se atomi međusobno razlikuju?
8. Što su umjetni elementi?
9. Torij ima u periodičnom sistemu redni broj 90, a atomska težina mu je 232. Koliko protona, neutrona i elektrona sadrži njegov atom?
10. Atomska jezgra kroma ima 24 protona i 28 neutrona. Kolika je atomska težina kroma i koliko elektrona kruži oko jezgre njegova atoma?

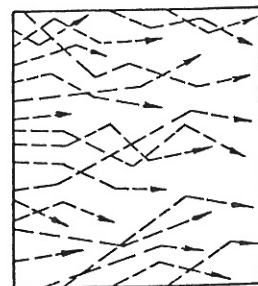
1.2. ELEKTRIČNA STRUJA I NJEZINA DJELOVANJA

1.2.1. Slobodni i vezani elektroni

U prethodnom poglavlju govorili smo o elektronima koji kao sastavni dijelovi atoma kruže oko njegove jezgre. Takvi elektroni zovu se **vezani elektroni** jer su vezani uz jednu atomsku jezgru. U tvarima, međutim, postoje u manjoj ili većoj množini i **slobodni elektroni**. To su elektroni koji su bili vezani u nekom atomu, ali su uslijed djelovanja vanjskih sila napustili ljusku atoma i postali slobodni. Oni neko vrijeme lutaju prostorom između atoma, a zatim upadaju u vanjsku ljusku nekog drugog atoma, tj. ponovno postaju vezani elektroni. Slobodni elektroni gibaju se po materijalu kaotično u svim smjerovima, a oblik njihove putanje ovisi o trenutačnom djelovanju električnih sila u materijalu (sl. 2).



◀ Sl. 2. Kaotično gibanje slobodnih elektrona



Sl. 3. Usmjereno gibanje slobodnih elektrona ▶

1.2.2. Električna struja

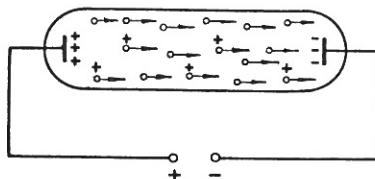
Svi su elektroni negativno nabijene čestice, pa se zbog istoimenog naboja međusobno odbijaju. To je odbijanje to jače što su elektroni bliže jedan drugome. Uslijed toga elektroni uvijek nastoje da se po materijalu što jednako-mjernije rasporede. Ako na jednom mjestu vodiča ima više elektrona (višak elektrona), oni će se na tom mjestu zbog manje međusobne udaljenosti jače odbijati, pa će se širiti prema mjestu gdje ima manje elektrona (manjak elektrona).

Takvo usmjereno gibanje slobodnih elektrona od mjesta viška elektrona prema mjestu manjka elektrona zove se električna struja (sl. 3).

1.2.3. Ioni

Elektroni su, dakle, nosioci električnog naboja koji se gibaju kroz metalni ili neki drugi kruti vodič. Međutim, oni nisu jedini nosioci električnog naboja. U tekućinama i plinovima nosioci naboja jesu električki nabijene čestice koje se zovu ioni.⁵

Ioni su atomi ili skupine atoma koji prema okolini ispoljavaju električna svojstva.



Sl. 4. Usmjereno gibanje iona u cijevi s razrijeđenim plinom

Vidjeli smo da su atomi u normalnom stanju električki neutralni jer se u njima djelovanje pozitivnih protona u jezgri poništava djelovanjem negativnih elektrona u ljuskama. Međutim, ta električna ravnoteža u atomu postoji samo tako dugo dok je broj elektrona u atomu jednak broju protona. Ako se neki elektron izdvoji iz atoma, u atomu prevladava pozitivni naboj, i on prema van djeluje kao pozitivno nabijena čestica, odnosno on postaje pozitivni ion. Slično se dešava ako u atom upadne neki novi elektron: u atomu prevladava sada negativni naboj, pa takav atom postaje negativni ion.

Djelovanjem vanjskih električnih sila moguće je pokrenuti ione u jednom smjeru.

Takvo usmjereno gibanje iona u plinovima i tekućinama je električna struja (sl. 4).

1.2.4. Električni vodiči

Jedan od faktora koji utječu na gibanje elektrona kroz strujni krug jest materijal od kojeg su načinjeni dijelovi tog strujnog kruga. Ako je taj materijal sastavljen od atoma koji lagano oslobađaju svoje vezane elektrone, onda takav materijal obiluje slobodnim elektronima, pa u njemu djelovanjem neke sile možemo dobiti usmjereno gibanje velike množine slobodnih elektrona, tj. dobijemo električnu struju. Takvi materijali zovu se električni vodiči. Dakle,

električni vodiči su materijali koji obiluju slobodnim elektronima pa stoga dobro provode električnu struju.

Električne vodiče možemo podijeliti na tri skupine:

- a) **Metali** su najbolji električni vodiči, a među njima se osobito ističu srebro, bakar i aluminij. Srebro se zbog svoje visoke cijene u elektrotehnici rjeđe upotrebljava, dok se bakar i aluminij primjenjuju u velikim količinama za izradu električnih vodova.

Među metalnim vodičima posebnu grupu sačinjavaju tzv. **otporne žice** (nikelin, konstantan, kromnikal, kantel i dr). To su uglavnom legure kroma i nikla s još nekim metalima, a ističu se mnogo manjom električnom provodljivošću od ostalih metala. Služe za izradu električnih otpornika i grijaćih spirala u elektrotoplinskim uređajima.

⁵ ion (grč.) — onaj koji putuje.

- b) Ugljen služi kao električni vodič u mnogim elektrotehničkim uređajima. Prešana smjesa ugljene prašine i vezivnih sredstava upotrebljava se za izradu kliznih četkica na električnim strojevima, elektroda u lučnim pećima i svjetiljkama, elektroda u galvanskim člancima i slično.

I metalni vodiči i ugljen ne mijenjaju se kemijski pri prolazu električne struje, stoga ih zovemo **električni vodiči prve klase**.

- c) **Elektroliti (otopine soli, kiselina i lužina)** također provode električnu struju, ali je kod njih prijenos električnog naboja nešto drugačiji od prijenosa naboja u metalnim vodičima. Dok su u metalima i ugljenu nosioci naboja elektroni, dotle su u otopinama nosioci ioni. Struja u metalima i ugljenu usmjereno je gibanje elektrona, a struja u tekućinama usmjereno je gibanje iona. Razlika između metalnih vodiča i otopina je i u tome, što struja ne rastvara metale kroz koje prolazi, dok na otopine djeluje kemijski, i oni se pri prolazu kemijski rastvaraju (**vodiči druge klase**).

Destilirana voda i čista ulja ne provode električnu struju. Plinovi u normalnom stanju također nisu električni vodiči, ali uslijed djelovanja jakih električnih polja i različitih zračenja u njima može doći do stvaranja iona, a takvi ionizirani plinovi provode električnu struju.

1.2.5. Električni izolatori

Električni izolatori su materijali koji gotovo nemaju slobodnih elektrona, pa praktički ne provode električnu struju.

Naglašavamo »praktički ne provode struju« jer nema idealnih izolatora, tj. nema materijala u kojem ne bi dovoljno jaki izvor pokrenuo izvjestan broj nosilaca naboja i time izazvao neku slabu struju. Međutim, te struje su u dobrim izolatorima tako male da ih u praksi možemo zanemariti.

Osim svog osnovnog svojstva, električni izolatori moraju u pojedinim primjenama imati i neka druga svojstva. Tako, na primjer, izolatori koji se upotrebljavaju u elektrotoplinskim uređajima moraju biti otporni prema visokim temperaturama, izolatori u vlažnim prostorijama otporni prema vlazi, izolatori na vanjskim izolacijama otporni prema atmosferskim utjecajima itd. Osim toga, od izolatora se traži da budu mehanički čvrsti, lako obradivi, estetskog izgleda i dr.

Izolatore možemo podijeliti u dvije grupe:

- a) **električni izolatori neorganskog porijekla**

(porculan, staklo, liskun ili tinjac, mikanit, azbest, mramor i dr.),

- b) **električni izolatori organskog porijekla**

(guma, papir, prespan, fiber, pertinaks, pamuk, raznovrsne plastične mase i izolacijski lakovi).

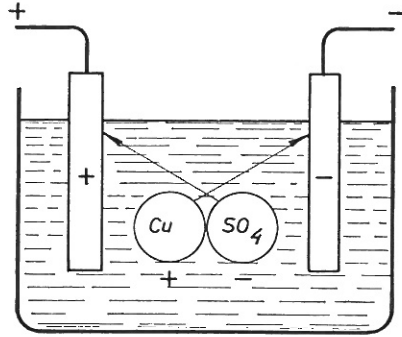
1.2.6. Učinci električne struje

Električnu struju ne možemo vidjeti, njezino postojanje može se primijetiti samo po učincima koje ona izaziva u vodiču ili njegovoj okolini.

Sva proučavanja i mjerenja električne struje osnivaju se na promatranju njezinih učinaka.

Ti su učinci temelji cjelokupne tehničke primjene električne struje, pa možemo reći da je praktična vrijednost električne struje u njezinim učincima. Od učinaka električne struje spomenut ćemo ove:

- a) **Kemijski učinci električne struje.** Ako u otopinu modre galice (CuSO_4) uronimo dvije ugljene elektrode i spojimo ih s polovima izvora istosmjerne struje, vidjet ćemo da se nakon nekog vremena na negativnoj elektrodi istaložio sloj bakra. To znači da se djelovanjem istosmjerne struje iz otopine modre galice izdvojio bakar i prešao na negativnu elektrodu (sl. 5). Isto takvo izdvajanje pojedinih sastojaka izaziva istosmjerna struja i u otopinama drugih metalnih soli, pa i u nizu drugih kemijskih spojeva.

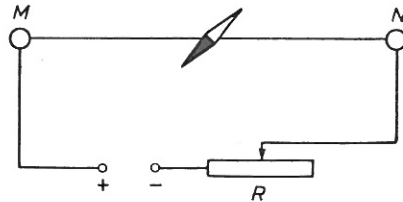


Sl. 5. Elektrolitsko rastvaranje modre galice

Električna struja pri prolazu kroz neke kemijske spojeve rastavlja te spojeve na sastavne dijelove.

Kemijski učinci električne struje primjenjuju se u elektrolizi, galvanostegiji, pri elektrolitskom čišćenju i dobijanju metala, pri punjenju akumulatora i dr.

- b) **Magnetski učinci električne struje.** Iznad magnetske igle u maloj udaljenosti postavljen je s njom paralelno ravni vodič. Kad vodič priključimo na izvor istosmjerne struje, igla će se zakrenuti iz dosadašnjeg položaja. Zakretanje igle bit će to veće što je jača struja koja prolazi kroz vodič. Do tog zakretanja dolazi zato što se oko vodiča stvara magnetsko polje koje djeluje na magnetsko polje igle (sl. 6).



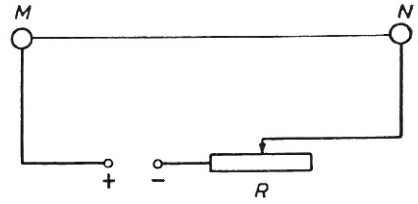
Sl. 6. Magnetska igla zakreće se iz svog položaja ako kroz vodič prolazi struja

Električna struja stvara magnetsko polje oko svakog vodiča kroz koji prolazi.

Osobito se jako magnetsko polje stvara kad struja prolazi kroz svitak jer se tu magnetska polja pojedinih zavoja svitka međusobno pribiraju. Magnetsko polje nastaje i pri prolazu izmjenične struje, samo je tada magnetsko polje promjenljive jakosti i smjera.

Magnetski učinci električne struje omogućuju rad električnih generatora, elektromotora i transformatora. Osim toga, na njima se osniva djelovanje većine električnih mjernih instrumenata, signalnih i sigurnosnih uređaja, kao i mnogih drugih uređaja.

c) **Toplinski učinci električne struje.** Između dva stalka (M i N, sl. 7) učvrstimo tanku bakrenu žicu, a stalke priključimo na izvor istosmjerne ili izmjenične struje. Kad preko promjenljivog otpornika postepeno uključujemo sve jaču struju, primijetit ćemo da se žica sve više grije, zatim žari i na kraju rastali. Zagrijavanje nastaje pri svakom prolazu struje kroz vodič, samo je kod slabih struja ili debelih vodiča to zagrijavanje neznatno, pa ga našim osjetilima ne možemo zamijetiti.



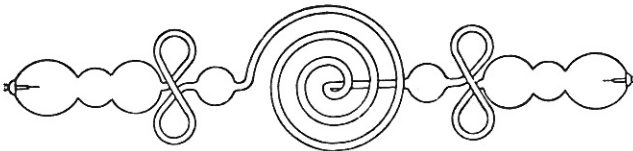
Sl. 7. Žica se grije kad kroz nju teče struja

Električna struja zagrijava svaki vodič kroz koji prolazi.

Zagrijavanje vodiča može biti i korisno i štetno. U elektrotoplinskim uređajima zagrijavanje je poželjno i korisno jer ti uređaji služe za pretvaranje električne energije u toplinsku energiju (električni štednjaci, peći, glačala, grijala, zatim električna lemila, aparati za električno zavarivanje, industrijske električne peći i slično).

Toplinski učinci štetni su u električnim strojevima i vodovima gdje uzrokuju nepotrebno zagrijavanje uslijed čega se beskorisno troši električna energija i oštećuju izolacije.

d) **Svjetlosni učinci električne struje.** U običnoj žarulji, gdje se žarna nit pri prolazu struje žari i u užarenom stanju svijetli, svjetlost je posljedica toplinskog učinka električne struje. Do direktnog pretvaranja električne energije u svjetlosnu, tj. do čistog svjetlosnog učinka električne struje dolazi u staklenim cijevima, ispunjenim razrijeđenim plinom, ako te cijevi priključimo na izvor struje visokog napona. Uslijed djelovanja tog napona u cijevi dolazi do brzog gibanja električki nabijenih čestica (iona) i njihova sudaranja s elektronima. Pri tom sudaranju



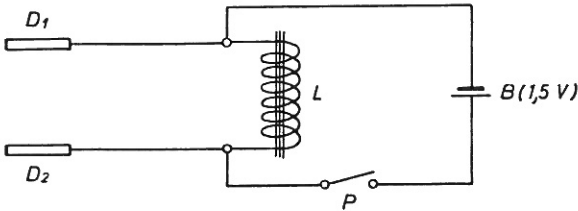
Sl. 8. Plin u Geisslerovoj cijevi svijetli kad se cijev priključi na dovoljno visok napon

nastaje zračenje koje se u nekim cijevima može direktno vidjeti u obliku svjetlucaanja plina (sl. 8), dok u drugim cijevima zračenje postaje vidljivo tek kad zrake padnu na fluorescentnu masu kojom su te cijevi premazane.

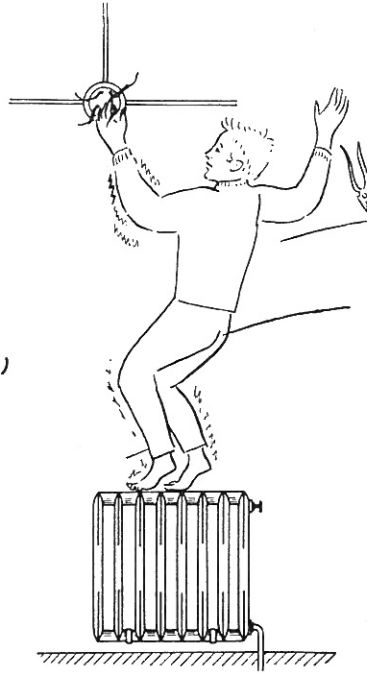
Električna struja izaziva zračenje nekih plinova kroz koje prolazi.

Svjetlosni učinci električne struje primjenjuju se za fluorescentnu rasvjetu, u neonskim cijevima, živinim svjetiljkama i dr.

e) **Fiziološki učinci struje.** Na svitak sa željeznom jezgrom priključimo prema sl. 9. drške D_1 i D_2 i suhu bateriju B. Kad rukama uhvatimo drške i prekidačem P prekidamo struju, pri svakom uključivanju i isključivanju struje osjetit ćemo u rukama jak trzaj mišića. Do tog trzanja mišića dolazi uslijed fizioloških učinaka električne struje.



Sl. 9. Električna struja izaziva grčenje mišića kroz koje prolazi



Sl. 10. Električna struja može i ubiti! ▶

Fiziološki učinci nisu zapravo posebni učinci; to su kemijski i toplinski učinci do kojih dolazi u živom organizmu kad kroz njega prolazi električna struja.

Ako je električna struja male jakosti, toplinski učinci u organizmu mali su, ali zato može nastupiti opasno kemijsko razlaganje pojedinih organskih spojeva od kojih je živi organizam sagrađen. Uslijed tog rastvaranja postojećih spojeva i stvaranja novih organizmu stranih spojeva dolazi do reagiranja organizma u obliku treperenja i grčenja mišića. Ako te promjene zahvate mišiće važne za život kao što su srce ili prsni mišići, može nastupiti i smrt (sl. 10). Pri prolazu jačih struja u organizmu dolazi i do jačih toplinskih učinaka, pa može doći do teških opekotina. Kod najjačih struja može organizam potpuno izgorjeti.

Zbog tih fizioloških učinaka, koji mogu biti i opasni po život, treba pri radu s električnom strujom uvijek primjenjivati posebne mjere opreznosti.

Odgovorite na pitanja

1. Zašto se elektroni uvijek gibaju od mjesta viška elektrona prema mjestu gdje vlada manjak elektrona?
2. Na osnovu znanja koje ste stekli u osnovnoj školi navedite primjere:
 - a) rastavljanja kemijskog spoja elektrolizom,
 - b) galvanostegijskog prevlačenja metala,
 - c) elektrolitskog čišćenja metala.
3. Nabrojte nekoliko uređaja koji rade na osnovi magnetskih učinaka električne struje.
4. Na kojem su dijelu električne žarulje toplinski učinci električne struje korisni, a na kojem štetni?
5. Uslijed čega može doći do smrti pri prolazu električne struje kroz čovječji organizam?
6. O čemu ovisi veličina bilo kojeg učinka električne struje?

1.3. ELEKTRIČNI STRUJNI KRUG

1.3.1. Izvori struje

Kroz neki vodič teče struja samo onda ako se na jednom kraju nalazi višak elektrona, a na drugom kraju manjak elektrona. Stvaranje tog viška, odnosno manjka elektrona omogućuju nam posebne naprave koje zovemo izvori struje. Oni djeluju kao neke sisaljke elektrona koje s jedne strane vuku elektrone, a na drugu stranu ih tlače. Stoga će na jednoj strani izvora uvijek vladati manjak elektrona (pozitivni pol izvora) a na drugoj strani višak elektrona (negativni pol izvora).

Tlačenjem elektrona na negativan pol povećava se na tom polu odbojno djelovanje među elektronima (veća gustoća istoimenih naboja!), pa oni teže da se gibaju prema mjestu gdje je to odbijanje manje, tj. prema pozitivnom polu (manja gustoća elektrona!). Tlačenjem su, dakle, elektroni dobili potencijalnu energiju koja im omogućuje da se usmjereno gibaju od negativnog pola prema pozitivnome. Stoga možemo reći:

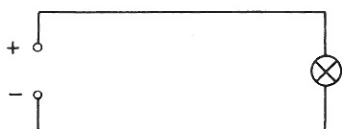
Električni izvori su naprave koje elektronima daju energiju potrebnu za njihovo gibanje kroz strujni krug.

Električni izvori daju elektronima energiju, ali pri tome troše energiju nekog drugog oblika. S obzirom na vrstu te utrošene energije i način na koji se ona pretvara u električnu energiju izvori se međusobno razlikuju. Oni mogu raditi na principu:

- trenja dvaju tijela (npr. van de Graaffov generator),
- kemijskih procesa (npr. galvanski članci),
- elektromagnetske indukcije (npr. električni generatori),
- djelovanja topline na spoj dvaju metala (npr. termoelementi),
- djelovanja svjetlosti na neke metale (npr. fotoelementi).

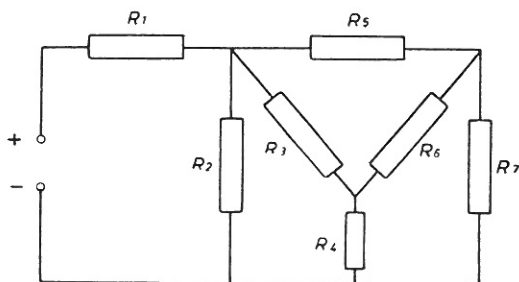
1.3.2. Strujni krug

Ako dva suprotna pola izvora izvana spojimo vodičem, elektroni će s negativnog pola krenuti prema pozitivnom polu, tj. poteći će električna struja. Ako na taj put elektrona uključimo još i neko trošilo, dobili smo **jednostavni strujni krug** (sl. 11). Električna trošila su naprave koje pretvaraju električnu energiju u neki drugi oblik energije (npr. u toplinsku, mehaničku, kemijsku ili dr.).



Sl. 11. Jednostavni strujni krug

Sl. 12. Složeni strujni krug ►



Osim jednostavnih strujnih krugova imamo i složene strujne krugove u kojima je međusobno povezano više jednostavnih strujnih krugova s većim brojem različitih elemenata (sl. 12).

Strujni krug možemo podijeliti na vanjski i unutarnji dio. Vanjski dio strujnog kruga sačinjavaju svi dijelovi kruga izvan izvora, a unutarnji dio je sam izvor. Elektroni prolaze kroz čitav vanjski i unutarnji dio strujnog kruga, tj. oni prolaze i kroz izvor.

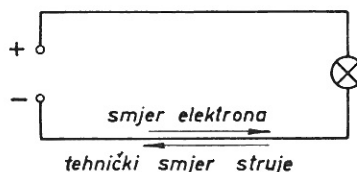
Elektroni, dakle, ne nastaju u izvoru niti u njemu nestaju, nego u njemu samo primaju energiju koja je potrebna za njihovo gibanje kroz strujni krug.

1.3.3. Smjer struje

Iz dosadašnjeg našeg razmatranja jasno je da se elektroni gibaju od mjesta viška elektrona prema mjestu manjka elektrona, tj. od negativnog pola izvora prema pozitivnom polu. Budući da je električna struja usmjereno gibanje elektrona, prirodno bi bilo smatrati taj smjer elektrona i kao smjer struje, tj. smjer struje trebalo bi označavati od negativnog prema pozitivnom polu izvora. Međutim, u elektrotehnici smjer struje označava se upravo suprotno. Do te nelogičnosti došlo je zbog toga što je takvo označavanje uvedeno već onda kad se još nije znalo što je u biti električna struja. Tada se smatralo da je na pozitivnom polu izvora višak elektriciteta, a na negativnom polu manjak. Tek se naknadno otkrilo da je takvo gledanje pogrešno, ali bilo je već kasno. Pogrešno označavanje smjera struje već se toliko proširilo i uvelo da je bilo nemoguće to ispraviti, pa se ono održalo do danas. Stoga treba paziti i razlikovati (sl. 13):

- a) **smjer gibanja elektrona** (od negativnog prema pozitivnom polu izvora),
- b) **tehnički smjer struje** (od pozitivnog prema negativnom polu izvora).

Sl. 13. Smjer struje označen u elektrotehničkim shemama nije smjer gibanja elektrona!



1.3.4. Brzina elektrona

Kad u strujni krug uključimo izvor, najprije će se pokrenuti elektroni na negativnom polu, ali to će se kretanje velikom brzinom prenijeti na sve elektrone uzduž cijelog strujnog kruga. To znači da će se gotovo istovremeno pokrenuti svi elektroni u strujnom krugu, tj. struja će poteći i kroz najudaljenije trošilo gotovo istog trenutka kad smo uključili izvor. Međutim, to ne znači da su elektroni u tom kratkom trenutku prešli put od izvora do tog trošila. Naprotiv, oni se gibaju vrlo polagano, a brzo se prenosi samo impuls njihova pokretanja.

Brzina elektrona je, dakle, jedno, a brzina prenošenja impulsa drugo.

Da bismo bolje uočili razliku, usporedit ćemo elektrone s vagonima jedne vrlo dugačke kompozicije. Kad lokomotiva povuče, impuls pokretanja proširi se duž cijele kompozicije velikom brzinom i svi vagoni krenu gotovo u isti čas. Međutim, brzina kojom se kreću vagoni neznatna je prema brzini kojom se proširio impuls pokretanja.

Brzina elektrona u strujnom krugu ovisi o svojstvima pojedinih dijelova strujnog kruga. Ona obično iznosi **nekoliko milimetara u sekundi**. Brzina pokretanja elektrona, međutim, ogromna je i dostiže brzinu svjetlosti, tj. **300 000 km/s**.

Pitanja i zadaci

1. Čemu služi izvor struje u strujnom krugu, a čemu služe trošila?
2. Koliko je potrebno vremena da se nakon uključenja struje pokrenu elektroni u 30 km udaljenom trošilu?
3. Koliko je približno vremena potrebno da elektroni stignu do tog 30 km udaljenog trošila.
4. Koja je razlika između električne struje kroz krute vodiče i struje kroz tekućine?
5. Nabrojite neke izolatore za izolaciju električnih vodova.
6. Koje električne izolatore upotrebljavamo u elektrotoplinskim uređajima?
7. Iz kojih izolatora izrađujemo izolacijska tijela u električnim instalacijama?

1.4. JAKOST ELEKTRIČNE STRUJE

1.4.1. Pojam jakosti struje

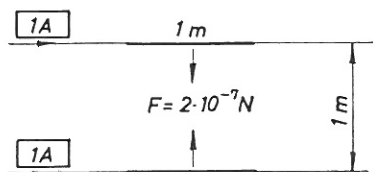
Jedan od osnovnih pojmova elektrotehnike je jakost struje. Smatramo da je jača ona struja koja ima veće učinke, a učinci struje ovise o množini elektrona koji prolaze kroz strujni krug. Prema tome,

pod jakošću struje razumijevamo množinu elektrona koja za vrijeme jedne sekunde prođe kroz neki dio strujnog kruga.

Budući da se elektroni ne mogu brojati, jakost struje ne može se izraziti brojem elektrona, nego se u praksi mjeri veličinom učinka koji su ti elektroni izazvali.

Jedinica za mjerenje jakosti struje je **amper⁶** (1 A). Ona se može definirati na osnovi različitih učinaka električne struje, pa se tako donedavna upotrebljavala definicija koja se temelji na kemijskim učincima električne struje.

U novije vrijeme uvedena je definicija koja amper definira pomoću sile kojom magnetska polja dvaju vodiča djeluju jedno na drugo ako kroz te vodiče prolazi struja. Prema toj definiciji



Sl. 14. Definicija ampera

jedan amper jaka je ona struja koja pri prolazu kroz dva vrlo dugačka i vrlo tanka paralelna vodiča, međusobno udaljena jedan metar, izaziva oko njih magnetska polja koja međusobno djeluju jedno na drugo silom od $2 \cdot 10^{-7}$ njutna po metru svoje dužine (sl. 14).

⁶ **Ampère**, André-Marie [Amper], francuski fizičar i matematičar (1775—1836), istraživao uzajamno djelovanje magneta i električne struje, te utvrdio usku povezanost magnetskih i električnih pojava.

Osim ampera u praksi se upotrebljavaju i manje jedinice za jakost struje, i to:

miliamper 1 mA = 0,001 A
 mikroamper . . . 1 μ A = 0,000 001 A

Struja od jednog ampera može se smatrati kao struja osrednje jakosti. To nam najbolje pokazuju priloženi podaci o približnim jakostima struja s kojima se u praksi susrećemo. Pojedini uređaji troše struje približno ovih jakosti:

uređaji u laboratorijima	do	300 000 A
talioničke peći	„	100 000 A
električno zavarivanje	oko	1000 A
tramvaj	„	100 A
sobna električna peć (veća)	„	10 A
žarulja od 200 W	„	1 A
džepna lampa	„	0,2 A
radio-cijev	„	0,0005 A
slušalica detektora	„	0,000 000 1 A

1.4.2. Količina elektriciteta

Količina elektriciteta koja kroz neko određeno vrijeme prođe kroz vodič ovisna je o jakosti struje i vremenu protjecanja.

$Q = I \cdot t$	gdje je Q . . . količina elektriciteta (As ili C)
	I . . . jakost struje (A)
	t . . . vrijeme (s)

Jedinica za mjerenje količine elektriciteta je amper-sekunda (1 As) ili kulon⁷ (1 C).

Jedna amper-sekunda ili jedan kulon je količina elektriciteta koja prođe kroz neki vodič za vrijeme jedne sekunde ako kroz taj vodič teče struja jakosti jednog ampera.

Veća jedinica je amper-sat (1 Ah).

$$1 \text{ Ah} = 3600 \text{ As}$$

Primjer. Koliko amper-sati prođe kroz neko trošilo ako kroz njega teče struja jakosti 12 A za vrijeme od 500 sekundi?

$I = 12 \text{ A}$	$Q = I \cdot t$
$t = 500 \text{ s}$	$Q = 12 \cdot 500 = 6000 \text{ As}$
$Q = ?$	$Q = 1,6 \text{ Ah}$

1.4.3. Gustoća struje

Ako struja izvjesne jakosti prolazi kroz tanku žicu, žica će se užariti. Međutim, debela žica može se prolazom jednake struje samo slabo ugrijati. Toplinski učinak struje u nekom vodiču nije, dakle, ovisan samo o jakosti struje nego i o presjeku tog vodiča. Toplinski učinak to je veći što je jača

⁷ Coulomb, Charles-Augustin [Kulon], francuski fizičar (1736—1806), dao važna otkrića na području mehanike, magnetizma i elektriciteta.

struja, a manji presjek. **Odnos jakosti struje i površine presjeka zove se gustoća struje**, a jedinica za njezino mjerenje je amper po kvadratnom metru (A/m^2).

$$J = \frac{I}{S}$$

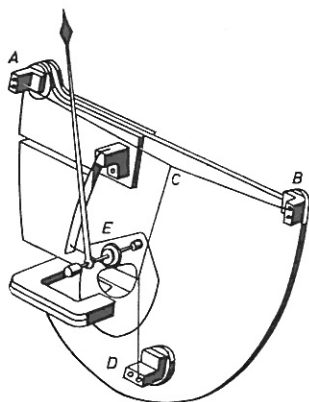
gdje je J . . . gustoća struje (A/m^2)
 I . . . jakost struje (A)
 S . . . površina presjeka (m^2)

U praksi se često za mjerenje gustoće struje upotrebljava amper po kvadratnom milimetru (A/mm^2), pa se tada u gornjoj formuli površina uzima u mm^2 .

1.4.4. Mjerenje jakosti struje

Učinci električne struje razmjerni su s jakošću struje, pa se to primjenjuje pri konstrukciji instrumenata za mjerenje jakosti struje. Takvi instrumenti zovu se ampermetri, a mogu raditi na principu različitih učinaka električne struje. U praksi se najčešće upotrebljavaju ampermetri koji rade na osnovi magnetskih učinaka.

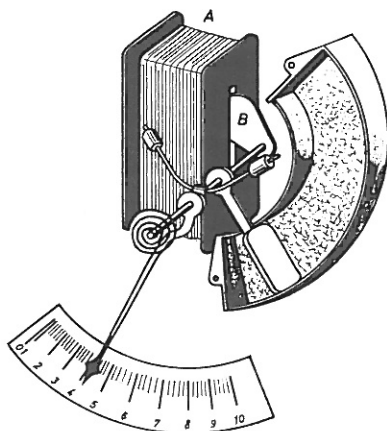
Termički ampermetri (sl. 15)



Sl. 15. Termički ampermetar

U ampermetru koji djeluje na osnovi toplinskih učinaka nalazi se tanka metalna žica AB (od slitine platine) kroz koju prolazi struja čiju jakost želimo mjeriti. Pri prolazu struje žica se zagrije i rastezne, a njezino rastezanje prenosi se preko tanke mjedene žice CD i svilene niti omotane oko valjčića E na kazaljku. Što je jača struja, bit će jače i rastezanje žarne žice, a time će biti veći i pomak svilene niti, odnosno zakretanje valjčića s kazaljkom. Budući da žarna nit ne smije biti debela, takav ampermetar može direktno mjeriti samo slabije struje (do 0,5 A). Za jače struje može se njegovo mjerno područje proširiti tzv. shantom (čit. šantom), o čemu će biti govora kasnije.

Ampermetar s pomičnim željezom (sl. 16)



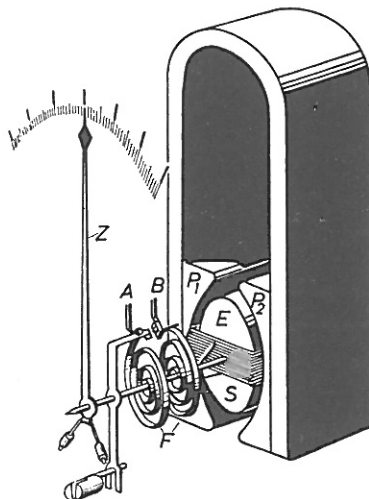
Sl. 16. Ampermetar s pomičnim željezom

U ampermetru s pomičnim željezom nalazi se svitak A kroz koji protječe struja čiju jakost želimo mjeriti. Pri prolazu struje u svitku se stvara magnetsko polje, a u tom magnetskom polju je komad mekog željeza B čije se pomicanje pomoću mehanizma prenosi na kazaljku. Što jaču struju mjerimo, bit će jače magnetsko polje svitka, a što je jače magnetsko polje, željezo će biti jače uvučeno u svitak, pa će i pomak kazaljke instrumenta biti veći.

Ampermetri s pomičnim svitkom (sl. 17)

Ampermetri s pomičnim svitkom imaju jak potkovičast magnet na čijim se polovima nalaze čelični nastavci (P_1 i P_2). Između polnih nastavaka nalazi se čelična jezgra u obliku valjka (E). U šupljini između polnih nastavaka i jezgre nalazi se lagan aluminijski okvir koji se može okretati oko osovine. Na okviru namotan je svitak tanke bakrene žice (S) kroz koji prolazi mjerena struja. Struja je na svitak dovodena preko spirarnih pera (F) i priključaka A i B.

Prolazom struje kroz svitak stvara se magnetsko polje, pa dolazi do uzajamnog djelovanja tog polja i polja potkovičastog magneta. Zbog toga nastaje zakretni moment koji okvir sa svitkom zakrene oko osi to jače što je jača struja. Zajedno sa svitkom zakreće se i kazaljka ampermetra, pa njezin položaj određuje jakost struje.



Sl. 17. Ampermetar s pomičnim svitkom

1.4.5. Razlika u svojstvima ampermetara

I ampermetri s pomičnim željezom i ampermetri s pomičnim svitkom imaju svoje dobre i loše strane.

Ampermetri s pomičnim željezom imaju jednostavniju i grublju konstrukciju, jeftiniji su i manje osjetljivi na mehanička i električna preopterećenja, mogu se direktno upotrijebiti za istosmjernu i izmjeničnu struju, ali u radu troše više struje i manje su točni (uglavnom klasa 1,5, 2,5 i 5).⁸

Ampermetri s pomičnim svitkom posjeduju veću osjetljivost i točnost u mjerenju (klasa 0,1, 0,2 i 0,5), troše manje struje, ali skuplji su, slabije podnose preopterećenja i direktno mogu mjeriti samo istosmjernu struju.

Dok se ampermetri s pomičnim željezom upotrebljavaju većinom kao pogonski instrumenti, ampermetri s pomičnim svitkom služe uglavnom za laboratorijska i kontrolna mjerenja.

Zadaci

1. Pretvorite u miliampere i ampere $5 \mu\text{A}$, $173 \mu\text{A}$, $15,6 \mu\text{A}$.
2. Koliko mikroampera i miliampera ima 17 A , $0,07 \text{ A}$, $3,5 \text{ A}$?
3. Kolika će količina elektriciteta proći kroz vodič za vrijeme od 28 sekundi ako je jakost struje $0,39 \text{ A}$?
4. Koliko treba biti jaka struja da akumulator kapaciteta 75 Ah napunimo za 6 sati i 30 minuta?
5. Kolika je gustoća struje koja prolazi kroz bakreni vod presjeka $2,5 \text{ mm}^2$ ako je njezina jakost 12 A ?
6. Kroz okrugli vodič promjera 2 mm prolazi struja gustoće $7,5 \text{ A/mm}^2$. Kolika je njezina jakost?

⁸ Klasa točnosti instrumenta nam pokazuje za koliko posto od najveće vrijednosti na skali može instrument pri mjerenju pogriješiti.

1.5. ELEKTRIČNI NAPON

1.5.1. Elektromotorna sila (EMS)

Električni izvori daju energiju elektronima i oni zbog toga postaju sposobni da se usmjerenom gibaju kroz strujni krug usprkos otporu koji u tom krugu postoji. Međutim, izvori se međusobno razlikuju po količini energije koju mogu dati pojedinom elektronu.

Količina energije koju pojedini električni izvor može dati jedinici naboja zove se elektromotorna sila tog izvora.

Prema tome, naziv »elektromotorna sila« nije ispravan jer elektromotorna sila nije sila, nego energija. Ipak, taj naziv ćemo i dalje zadržati jer je toliko uobičajen da bi svaki novi ispravniji izraz u praksi činio teškoće.

1.5.2. Električni napon (U)

Pri gibanju elektroni u svakom dijelu strujnog kruga troše dio svoje energije na svladavanje otpora toga dijela strujnog kruga. Pri tome se njihova energija pretvara u energiju nekog drugog oblika, pa energija elektrona postaje sve manja. Taj postepeni gubitak energije zapravo je postepeno trošenje elektromotorne sile uzduž strujnog kruga. Elektromotorna sila troši se u cijelom strujnom krugu, a na svaki dio strujnog kruga jedan njezin dio.

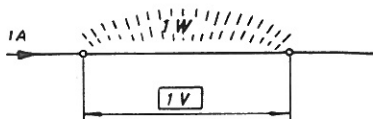
Dio elektromotorne sile koji djeluje u nekom dijelu strujnog kruga zove se električni napon.

Jedan dio elektromotorne sile izvora potroši se već na svladavanje unutarnjeg otpora izvora, pa u vanjskom dijelu strujnog kruga djeluje samo preostala elektromotorna sila. Taj dio elektromotorne sile koji djeluje u vanjskom dijelu strujnog kruga između polova izvora zove se napon na stezaljkama izvora.

Za svladavanje otpora u nekom trošilu troši se dio elektromotorne sile koji zovemo napon na trošilu. Dio elektromotorne sile koji se troši između točaka A i B zove se napon između točaka A i B.

1.5.3. Jedinica za mjerenje napona

Jedinica za mjerenje napona je volt⁹ (1 V). Na osnovi odluke Međunarodne konferencije za utege i mjere propisuje se ova definicija jedinice volt:



Sl. 18. Definicija volta

Jedan volt je napon između dviju točaka metalnog vodiča kojim teče konstantna struja jakosti jednog ampera ako se pri tome u vodiču između tih točaka troši snaga od jednog vata (sl. 18).

⁹ **Volta**, Alessandro [Volta], talijanski fizičar (1745—1827), proučavao električne pojave koje nastaju djelovanjem elektrolita na metale i pronašao prvi galvanski članak.

Osim osnovne jedinice upotrebljavaju se i ove veće i manje jedinice za mjerenje napona:

megavolt	1 MV = 1 000 000 V
kilovolt	1 kV = 1000 V
milivolt	1 mV = 0,001 V
mikrovolt	1 μ V = 0,000 001 V

Za mjerenje elektromotorne sile služe iste jedinice kao i za mjerenje napona.

1.5.4. Veličina napona

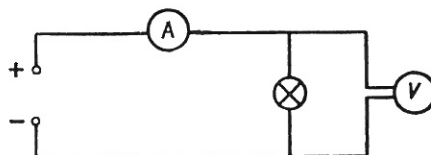
Veličina napona od jednog volta određena je Westonovim člankom čiji je napon stalan na stalnoj temperaturi, a iznosi 1,0186 V pri 20°C. Prema tome, napon od jednog volta je za 0,0186 V manji od napona tog članka. Radi usporedbe navest ćemo približne vrijednosti još nekih napona:

u laboratorijima proizvedeni naponi	do 15 000 000 V
naponi pri prijenosu električne energije	do 440 000 V
naponi proizvedeni u centralama	do 1000 V
napon mreže električnog tramvaja	do 750 V
radni napon elektromotora	do 380 V
napon pri električnoj rasvjeti	do 220 V
napon jedne ćelije olovnog akumulatora	oko 2 V
napon suhog članka	oko 1,5 V
ulazni napon signala u radio-prijemnik	oko 0,000 005 V

1.5.5. Mjerenje napona

Instrumenti za mjerenje napona zovu se voltmetri. Oni mogu raditi na različitim principima, ali se u praksi najčešće upotrebljavaju voltmetri koji rade na principu magnetskog učinka električne struje. Po svojoj konstrukciji i izgledu oni su potpuno jednaki ampermetrima, samo imaju mnogostruko veći unutarnji otpor.

Sl. 19. Voltmetar uključuje se u strujni krug uvijek paralelno s trošilom, a ampermetar serijski s trošilom.



Zbog njegova velikog unutarnjeg otpora kroz njega prolazi samo neznatan dio ukupne struje, ali veličina tog dijela struje ovisi o priključenom naponu. Ako je napon veći, ukupna struja će biti veća, pa će biti veći i ovaj dio struje koji prolazi kroz voltmetar. Ta jača struja stvorit će u voltmetru jače magnetsko polje koje će izazvati jače zakretanje kazaljke.

Pomak kazaljke voltmetra ovisi, dakle, o jakosti struje koja prolazi kroz njega, ali ta jakost struje ovisi o naponu. Prema tome,

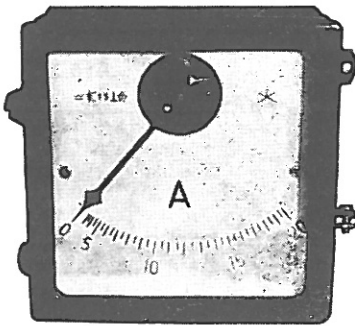
voltmetar je u stvari ampermetar s velikim unutarnjim otporom čija je skala baždarena u voltima.

1.5.6. Oznake na instrumentima

Električni instrumenti skupe su i osjetljive naprave, s njima treba pažljivo postupati i voditi računa o njihovim mogućnostima. Mogućnosti instrumenta vidljive su iz oznaka kraj njihove skale, pa prije upotrebe instrumenta treba te oznake najsavjesnije proučiti. Neke od najvažnijih oznaka jesu ove:

- samo za istosmjernu struju
- ~ samo za izmjeničnu struju
- ⋈ za istosmjernu i izmjeničnu struju
- ⋈ radi na principu toplinskog učinka struje
- ⋈ instrument s pomičnim željezom
- ⋈ instrument s pomičnim svitkom
- ⋈ instrument s pomičnim svitkom i ispravljačem
- 0,5 pogreška manja od 0,5% (klasa točnosti instrumenta)
- ⊥ instrument mjeri u vertikalnom položaju
- ⌒ instrument mjeri u horizontalnom položaju
- ☆ instrument ispitivan do 5000 V (ispitni napon 5 kV)
- ☆ instrument ispitivan do 500 V

Posljednja znamenka na samoj skali instrumenta pokazuje nam mjerno područje instrumenta, tj. koju najveću jakost struje ili napon može taj instrument mjeriti.



Sl. 20. Prije upotrebe instrumenta treba pažljivo pročitati oznake

Primjer. Opišite svojstva instrumenta prikazanog na sl. 20. Iz oznaka na instrumentu zaključujemo:

- a) Instrument na sl. 20. je ampermetar koji može mjeriti jakost struje do 20 A.
- b) Instrument može mjeriti izmjeničnu i istosmjernu struju.
- c) Instrument radi na principu magnetskog učinka struje pomoću pomičnog željeza.
- d) Maksimalna pogreška pri mjerenju je 1,5% od 20 A (tj. 0,3 A).
- e) Pri mjerenju instrument treba stajati vertikalno.
- f) Ispitni napon je 2 kV.

Zadaci

1. Pretvorite 75 mV u mikrovolte, volte i kilovolte.
2. $0,12 \text{ kV} = \dots \text{ V} = \dots \text{ mV} = \dots \mu\text{V}$
3. Opišite svojstva instrumenta s oznakama: ~ →⋈ 0,5 ⊥ ☆

1.6. ELEKTRIČNI OTPOR

1.6.1. Pojam električnog otpora

Jakost struje ne ovisi samo o naponu koji tu struju tjera kroz strujni krug nego i o otporu na koji struja nailazi na svom putu.

Taj otpor kojim se materijali vodiča opiru prolazu elektrona zove se električni otpor.

Od dva trošila veći električni otpor ima ono koje pri istom naponu propušta slabiju struju.

Električni otpor se javlja jer slobodni elektroni na svom putu kroz prostor između atoma potpadaju pod utjecaj pojedinih atoma koji ih manje ili više skreću s njihova puta. Uslijed toga je putanja elektrona izlomljena, pa je brzina njihova gibanja kroz vodič smanjena, a time je smanjena i množina elektrona koja u jedinici vremena prođe kroz vodič. Koliko će biti iskrivljena putanja elektrona, ovisi o unutarnjoj građi vodiča, tj. o vrsti njegova materijala.

1.6.2. Električni otpor vodiča

Pokus

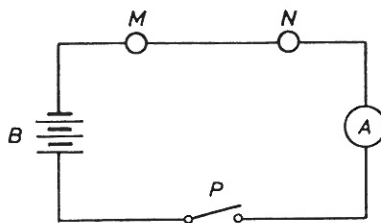
- a) Između stalka M i N učvrstimo jedan metar dugačku žicu od kantala (sl. 21). Kad prekidačem P uključimo struju iz baterije B, na ampermetru očitamo jakost struje koja prolazi kroz strujni krug. Skratimo zatim žicu na 0,5 m i ponovno izvršimo mjerenje. Na kraju ponovimo mjerenje na žici duljine 0,25 m (sl. 22). Ako usporedimo jakosti struja, vidimo da je struja bila sve jača što je žica bila kraća. Iz toga zaključujemo da je

električni otpor vodiča to manji što je manja njegova duljina.

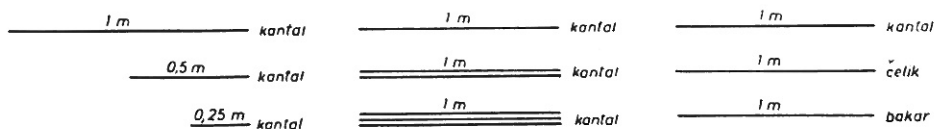
- b) Ako ponovimo postupak s tri žice iste duljine i od istog materijala, ali različitog presjeka (jednostruka, dvostruka i trostruka žica od kantala) vidjet ćemo da je

električni otpor vodiča to veći što je manji njegov presjek.

- c) Na kraju možemo uzeti tri žice jednake duljine i presjeka, ali od različitog materijala (kantal, čelik i bakar). Izmjerene jakosti struja pokazuju nam da i
- vrsta materijala vodiča utječe na njihov otpor.**



Sl. 21. Proučavanje električnog otpora vodiča



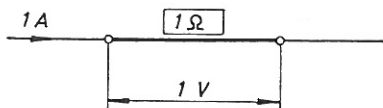
Sl. 22. Ovisnost otpora o duljini, presjeku i vrsti materijala vodiča (pokusi)

Zaključak:

Gornji pokus pokazuje da otpor nekog vodiča ovisi o njegovoj duljini, njegovu presjeku i vrsti materijala od kojeg je izrađen. Kasnije ćemo vidjeti da na otpor vodiča utječe i temperatura, a kod nekih materijala još i neki drugi faktori (svjetlost, pritisak, magnetska polja i dr.).

1.6.3. Jedinica za mjerenje otpora

Jedinica za mjerenje otpora je om^{10} (1Ω). Nova definicija oma primjenjuje međusobnu ovisnost otpora, jakosti struje i napona. Prema toj definiciji



jedan om je otpor kroz koji napon od jednog volta tjera struju jakosti jednog ampera (sl. 23).

Sl. 23. Definicija oma

Osim omom u praksi se otpor mjeri i ovim jedinicama:

megaom	1 M Ω = 1 000 000 Ω
kiloom	1 k Ω = 1000 Ω
miliom	1 m Ω = 0,001 Ω

1.6.4. Specifični otpor materijala

Utjecaj vrste materijala na električni otpor vodiča dan je veličinom koja se zove specifični otpor materijala.

Pod specifičnim otporom nekog materijala razumijeva se otpor koji pruža žica od tog materijala duljine 1 m, presjeka 1 mm² pri 20°C.

Specifični otpor bakra je 0,0175 $\Omega\text{mm}^2/\text{m}$. To znači da bakrena žica duljine 1 m, čiji je presjek 1 mm², na normalnoj sobnoj temperaturi (20°C) pruža otpor od 0,0175 Ω (sl. 25).

Vodič provodi struju to bolje što mu je specifični otpor manji. Veličine specifičnih otpora (ρ) nekih materijala grafički su prikazane na sl. 24, a njihove brojčane vrijednosti dane su u tablici na str. 22.

1.6.5. Proračun otpora vodiča

Pokusom smo dokazali da je električni otpor vodiča upravo razmjernan s njegovom duljinom i specifičnim otporom materijala, a obrnuto razmjernan s površinom njegova poprečnog presjeka. Taj zaključak možemo izraziti i formulom

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S}$$

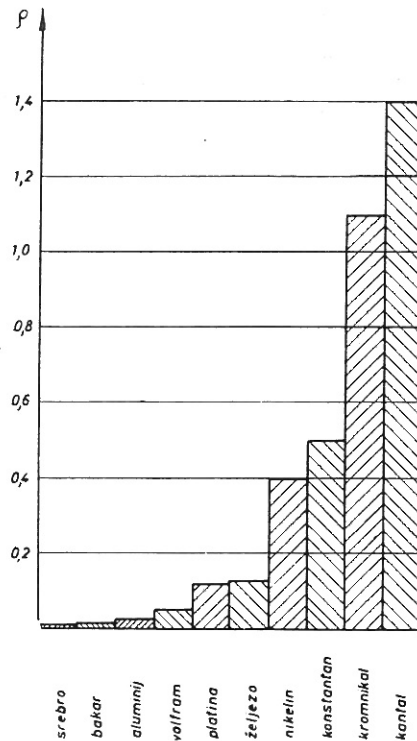
gdje je R električni otpor vodiča (Ω)
 ρ specifični otpor materijala ($\Omega\text{mm}^2/\text{m}$)
 l duljina vodiča (m)
 S površina presjeka vodiča (mm²)

¹⁰ **Ohm**, Georg Simon [Om], njemački fizičar (1787—1854), proučavao stvaranje topline u električnim vodičima i dao osnovni zakon elektrotehnike (Ohmov zakon).

Pomoću gornje formule možemo izračunati otpor vodiča ako znamo njegovu duljinu i presjek, kao i vrstu materijala od kojeg je izrađen.

Primjer. Koliki je otpor električnog grijala čija je grijača spirala izrađena od 10 m dugačke kromniklene žice promjera 0,45 mm?

$$\begin{aligned}
 l &= 10 \text{ m} & \text{a) } S &= \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \\
 \rho &= 1,1 & S &= \frac{0,45^2 \cdot 3,14}{4} = \\
 d &= 0,45 \text{ mm} & &= 0,16 \text{ mm}^2 \\
 R &= ? & \text{b) } R &= \frac{\rho \cdot l}{S} \\
 & & R &= \frac{1,1 \cdot 10}{0,16} = \\
 & & &= 68,8 \Omega
 \end{aligned}$$



Sl. 24. Odnos specifičnih otpora nekih materijala

1.6.6. Električna vodljivost

Pri nekim razmatranjima i proračunima jednostavnije je umjesto električnog otpora i specifičnog otpora uzeti njihove recipročne vrijednosti.

Recipročna vrijednost električnog otpora zove se električna vodljivost, a iskazuje se formulom

$$\boxed{G = \frac{1}{R}} \quad \text{gdje je} \quad \begin{array}{l} G \dots\dots \text{električna vodljivost (S)} \\ R \dots\dots \text{električni otpor } (\Omega) \end{array}$$

Jedinica za mjerenje vodljivosti je **simens** (1 S). Simens je recipročna vrijednost od oma. Izolatori imaju vrlo malu vodljivost, pa se kod njih upotrebljavaju manje jedinice (milisimens, mikrosimens).

1.6.7. Specifična vodljivost

Provodna sposobnost nekog materijala može se umjesto specifičnim otporom dati i specifičnom vodljivošću tog materijala. Što materijal ima veći specifični otpor, to je njegova specifična vodljivost manja.

Specifična vodljivost je, dakle, recipročna vrijednost specifičnog otpora.

$$\kappa = \frac{1}{\rho}$$

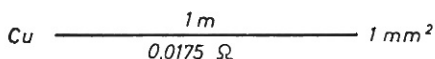
gdje je κ specifična vodljivost materijala (Sm/mm²) ili (S/m)
 ρ specifični otpor materijala (Ω mm²/m) ili (Ω m)

Specifična vodljivost nekog materijala pokazuje koliko metara žice od tog materijala presjeka 1 mm² treba uzeti da njezin otpor pri 20°C bude 1 Ω .

Specifična vodljivost bakra iznosi

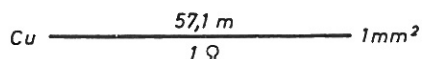
$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{0,0175} = 57,1$$

To znači da treba uzeti 57,1 m bakrene žice presjeka 1 mm² ako se želi da njezin ukupni otpor pri 20°C iznosi 1 Ω (sl. 26).



$$\rho = 0,0175$$

Sl. 25. Specifični otpor bakra



$$\kappa = 57,1$$

Sl. 26. Specifična vodljivost bakra

U donjoj tablici dane su vrijednosti nekih veličina koje su najčešće pri proračunavanju električnih otpora.

Otporne vrijednosti nekih metala pri 20°C

Materijal	Specifični otpor, ρ (Ω mm ² /m)	Specifična vodljivost, κ (Sm/mm ²)	Temperaturni koeficijent, α (°C ⁻¹)	Temperaturni koeficijent, β (°C ⁻²)
srebro	0,016	62,5	0,0038	0,000 000 7
bakar	0,0175	57,1	0,0039	0,000 000 6
aluminij	0,028	35,7	0,0040	0,000 001 3
volfram	0,055	18,2	0,0041	0,000 001 0
platina	0,11	9,1	0,0039	0,000 000 6
željezo	0,13	7,7	0,0045	0,000 006 0
nikelin	0,40	2,5	0,000 23	—
konstantan	0,50	2,0	0,000 03	—
kromnikal	1,10	0,91	0,000 15	—
kantal	1,40	0,71	0,000 05	—

Zadaci

- Pretvorite u ome a) 0,34 k Ω b) 257 m Ω c) 0,0724 M Ω
- Koliko kilooma ima a) 54 Ω b) 0,38 M Ω c) 25 m Ω ?

3. Koliki je otpor vodiča čija je električna vodljivost
 - a) 18 S
 - b) 5 mS
 - c) 0,35 kS
4. Kolika je električna vodljivost vodiča čiji je otpor
 - a) 358 Ω
 - b) 12 k Ω
 - c) 125 m Ω
5. Kolika je specifična vodljivost materijala čiji je specifični otpor
 - a) 0,02 $\Omega\text{mm}^2/\text{m}$
 - b) 1,2 $\Omega\text{mm}^2/\text{m}$
 - c) 0,45 $\Omega\text{mm}^2/\text{m}$
6. Koliki otpor ima bakrena žica duljine 2 km i presjeka 1,5 mm²?
7. Koliki mora biti presjek 942 m dugačkog aluminijskog voda da njegov otpor bude 6 Ω ?
8. Koliko metara žice od konstantana presjeka 0,5 mm² treba uzeti da se od nje izradi klizni otpornik od 600 Ω ?
9. Koliki presjek mora imati aluminijska žica da bi imala isti otpor kao bakrena žica presjeka 1 mm²?
10. Koliki je otpor bakrenog voda presjeka 25 mm² kojim je neki uređaj spojen sa 240 m udaljenom transformatorskom stanicom?
11. Koliko je metara žice namotano u svitku čiji je otpor 72 oma ako je žica od bakra promjera 0,4 mm?
12. Koliki je električni otpor 20 m dugačke čelične tračnice čija je težina 600 kg ako je specifična težina čelika 7,8 g/cm³, a specifični otpor čelika 0,12 $\Omega\text{mm}^2/\text{m}$?
13. Koliko dugačku žicu od kantala promjera 0,4 mm treba uzeti da dobijemo otpor od 50 Ω ?
14. Koliki presjek mora imati bakrena žica dugačka 400 m da joj otpor bude 2,8 Ω ? Koliki je promjer te žice?

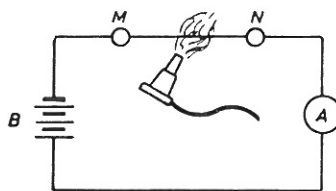
1.7. UTJECAJ TEMPERATURE NA ELEKTRIČNI OTPOR

1.7.1. Električni otpor pri povišenoj temperaturi

Otpor nekog vodiča nije ovisan samo o njegovoj duljini, presjeku i materijalu, nego na njega utječu i drugi faktori od kojih je najznačajnija temperatura.

Pokus

- a) U strujni krug (sl. 27) između stalaka M i N uključimo uzvojniju od čelične žice. Ako tu žicu zagrijavamo plamenikom, primijetit ćemo da ampermetar pokazuje slabiju struju. To znači da se zagrijavanjem povećava električni otpor žice.
- b) Uzmemo li umjesto čelične žice žicu od konstantana, kantala ili kromnika, primijetit ćemo da zagrijavanjem ne postizemo gotovo nikakvu promjenu struje, tj. otpor žice ostao je gotovo isti na različitim temperaturama.
- c) Ako između stalaka umjesto metalne žice stavimo tanki stakleni štاپ, kroz strujni krug neće teći nikakva struja jer je staklo električni izolator. Međutim, kada taj stakleni štاپ grijemo plamenikom do usijanja, ampermetar će nam pokazati da kroz stakleni štاپ teče sve jača struja. Električni se otpor stakla, dakle, zagrijavanjem smanjuje.

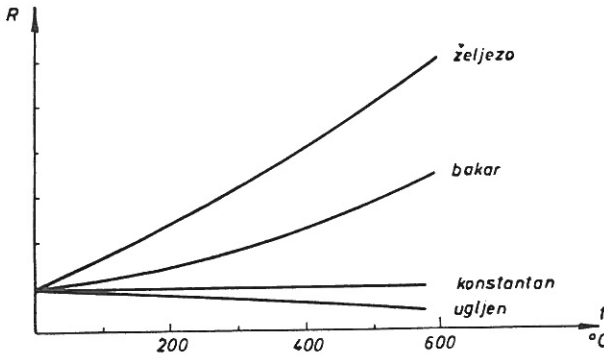


Sl. 27. Zagrijavanjem raste otpor metalnih vodiča

1.7.2. Promjena specifičnog otpora

Izvedeni pokus pokazuje nam da temperatura utječe na specifični otpor pojedinih materijala. S obzirom na utjecaj temperature, materijale možemo podijeliti na tri grupe (sl. 28):

- Materijali kod kojih specifični otpor raste s porastom temperature** (čelik, bakar i većina drugih metala);
- Materijali kod kojih se specifični otpor pri povišenju temperature gotovo ne mijenja** (konstantan, kantal i dr.).
- Materijali kod kojih se povećanjem temperature smanjuje specifični otpor** (staklo, ugljen, silicij i elektroliti).



Sl. 28. Ovisnost otpora o temperaturi kod nekih materijala

1.7.3. Temperaturni koeficijent

U području od 0°C do 100°C promjena specifičnog otpora kod većine materijala razmjerna je s promjenom temperature. Zbog toga se i otpor nekog vodiča u tom području mijenja razmjerno s temperaturom.

Broj koji nam pokazuje za koliko se promijenio 1Ω otpora nekog materijala pri promjeni temperature za 1°C zove se temperaturni koeficijent tog materijala.

On se označuje grčkim slovom α , a može biti pozitivan (kod materijala grupe a) ili negativan (kod materijala grupe c).

1.7.4. Proračun promjene otpora

Bakar ima na primjer temperaturni koeficijent $\alpha = 0,0039 \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, a to znači da se svaki Ω otpora bakrenog vodiča povećava za $0,0039 \Omega$ ako vodiču povišimo temperaturu za 1°C . Prema tome, otpor koji vodič ima pri 20°C (»hladni otpor«) zagrijavanjem se povećava, odnosno smanjuje za veličinu koja je razmjerna temperaturnom koeficijentu tog materijala i promjeni temperature. Otpor u ugrijanom stanju (»topli otpor«), dakle, dobijemo ako »hladnom otporu« dodamo nastalu razliku u otporu

$$R_t = R_h + R_h \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta$$

$$R_t = R_h (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)$$

gdje je R_t . . . »topli otpor« (Ω)
 R_h . . . »hladni otpor« (Ω)
 α . . . temperaturni koeficijent ($^{\circ}\text{C}^{-1}$) ili (K^{-1})
 $\Delta\vartheta$. . . temperaturna razlika ($^{\circ}\text{C}$) ili (K)

Ova formula vrijedi samo za ono temperaturno područje u kojem je promjena otpora razmjerna s promjenom temperature (najčešće od 0°C do 100°C).

Primjer. Bakreni vodič ima pri 20°C otpor od $16,2 \Omega$. Koliki je njegov otpor ako se uslijed prolaza struje ugrije na 65°C ?

$R_h = 16,2 \Omega$	$R_t = R_h (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)$
$\alpha = 0,0039$	$R_t = 16,2 (1 + 0,0039 \cdot 45)$
$\Delta\vartheta = 45^{\circ}\text{C}$	$R_t = 16,2 (1 + 0,176)$
$R_t = ?$	$R_t = 16,2 \cdot 1,176$
	$R_t = 19,05 \Omega$

1.7.5. Proračun otpora pri visokim temperaturama

Pri velikim promjenama temperature (ako je vodič ugrijan iznad 100°C ili ohlađen ispod 0°C) gornja formula ne zadovoljava potpuno, pa je treba proširiti još jednim članom

$$R_t = R_h (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta + \beta \cdot \Delta\vartheta^2)$$

gdje je β drugi temperaturni koeficijent čija je veličina također ovisna o vrsti materijala (tablica na str. 22).

Krivulja koja nam pokazuje porast otpora pri povišenju temperature, u području od 0°C do 100°C , gotovo je pravac (linearni porast), dok je pri višim temperaturama ta krivulja složenijeg oblika (dijagram na sl. 28).

Primjer. Žica od volframa ima pri 20°C otpor od 40Ω . Koliki je njezin otpor pri 1450°C ?

$R_h = 40 \Omega$	$R_t = R_h (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta + \beta \cdot \Delta\vartheta^2)$
$\alpha = 0,0041 \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$	$R_t = 40 (1 + 0,0041 \cdot 1430 + 0,000\ 001 \cdot 1430^2)$
$\beta = 0,000\ 001 \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-2}$	$R_t = 40 (1 + 0,0041 \cdot 1430 + 0,000\ 001 \cdot 2\ 044\ 900)$
$\Delta\vartheta = 1430^{\circ}\text{C}$	$R_t = 40 (1 + 5,863 + 2,0449)$
$R_t = ?$	$R_t = 40 \cdot 8,9079$
	$R_t = 356,316 \Omega$

1.7.6. Zagrijavanje električnih strojeva

Gornje formule mogu se primijeniti za određivanje temperature na koju se neki stroj ugrijavao pri radu. Ako izmjerimo električni otpor namota tog stroja prije stavljanja u pogon (tj. pri normalnoj temperaturi od 20°C), a zatim otpor tog namota nakon rada stroja kroz izvjesno vrijeme (tj. otpor u ugrijanom stanju), onda iz razlike u otporu možemo odrediti temperaturu na koju se stroj ugrije pri radu. Budući da se električni strojevi pri radu griju obično za najviše nekoliko desetaka stupnjeva ($^{\circ}\text{C}$), primijenit ćemo formulu iz 1.7.4.

$$R_t = R_h (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)$$

$$R_t = R_h + R_h \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta$$

$$\Delta\vartheta = \frac{R_t - R_h}{R_h \cdot \alpha}$$

Primjer. Namot elektromotora ima prije stavljanja u pogon otpor od 110Ω . Pri radu je došlo do zagrijavanja elektromotora, pa je mjerenjem ustanovljeno da se otpor povećao na 136Ω . Kolika temperatura vlada u namotu?

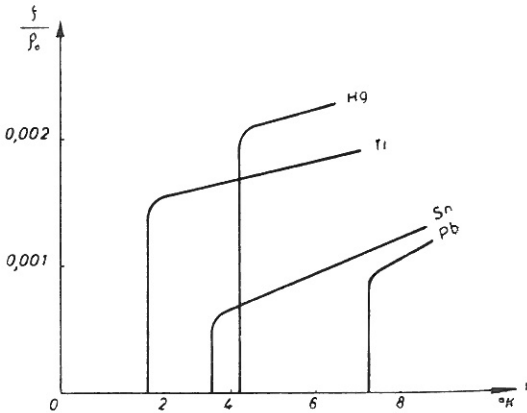
$R_h = 110 \Omega$	$\Delta\vartheta = \frac{R_t - R_h}{R_h \cdot \alpha}$
$R_t = 136 \Omega$	
$\alpha = 0,0039$	
$\vartheta = ?$	$\Delta\vartheta = \frac{136 - 110}{110 \cdot 0,0039} = 60,6^\circ\text{C}$

Temperatura namota iznosi $\vartheta = 20 + 60,6 = 80,6^\circ\text{C}$

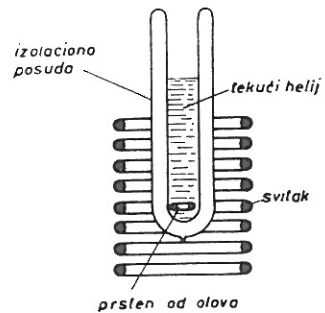
1.7.7. Supravodljivost

Kod metalnih vodiča specifični se otpor smanjuje ako snizujemo njihovu temperaturu. Taj pad specifičnog otpora može se na dijagramu u određenom području ($0^\circ\text{--}100^\circ\text{C}$) prikazati pravcem. Međutim, produžavanje tih pravaca u područje nižih temperatura, a pogotovu u područje apsolutne nule (-273°C), bilo bi nepravilno — jer u tim područjima specifični otpor ne pada linearno. U blizini apsolutne nule pojedini materijali čak vrlo naglo (u skoku) smanjuju svoj specifični otpor na nulu (sl. 29).

To svojstvo nekih materijala da se pri vrlo niskim temperaturama njihov specifični otpor skokovito smanjuje na nulu zove se supravodljivost.



Sl. 29. Skokovito smanjenje otpora kod nekih metala



Sl. 30. Eksperimentalno dokazivanje supravodljivosti

Temperatura pri kojoj dolazi do tog naglog smanjenja otpora zove se **temperatura skoka** (temperatura prijelaza). Ta je pojava dosada primijećena kod dvadesetak metala, a temperatura skoka u svim tim slučajevima iznosi u svemu nekoliko stupnjeva iznad apsolutne nule (npr. niobij $9,22 \text{ K}$, olovo $7,26 \text{ K}$, živa $4,19 \text{ K}$, kositar $3,74 \text{ K}$, aluminij $1,14 \text{ K}$, cink $0,79 \text{ K}$ itd.).

Eksperimentalno dokazivanje supravodljivosti. Supravodljivost može se eksperimentalno dokazati tako da se u termički izoliranu posudu (sl. 30) stavi tekući plin čija je temperatura u tekućem stanju blizu apsolutne nule (tekući helij ima npr. temperaturu samo za 3°C iznad apsolutne nule). Ako u taj tekući plin stavimo olovni prsten, a oko posude obavijemo svitak kroz koji na trenutak pustimo struju, onda će se uslijed elektromagnetske indukcije u olovnom prstenu inducirati struja. Ta će struja teći kroz prsten i pošto u vanjskom svitku prekinemo struju. Ona će zbog beskonačno malog otpora, koji olovni prsten ima u stanju supravodljivosti, teći i nakon nekoliko dana gotovo nesmanjenom jakošću. Da struja u prstenu zaista teče dokazujemo magnetskom iglom koju približimo posudi s prstenom.

Praktična vrijednost supravodljivosti. Uzrok toj interesantnoj pojavi nije zasada moguće potpuno teoretski objasniti. Također se ne zna da li je u to stanje moguće dovesti sve materijale ili je to svojstvo samo nekih metala. Iz dosadašnjih eksperimenata može se zaključiti da na supravodljivost utječe vrsta materijala.

Praktična primjena supravodljivosti dolazi u posljednje vrijeme sve više do izražaja, iako je vrlo komplicirano i skupo postići tako niske temperature. Prolazom vrlo jakih struja kroz vodiče u stanju supravodljivosti stvaraju se izvanredno jaka magnetska polja, a da se pri tome ne gubi energija na zagrijavanju vodiča, jer je otpor vodiča jednak nuli. Na taj se način mogu trajno održati i najjača magnetska polja bez utroška energije, pa se to primjenjuje kod najvećih nuklearnih akceleratora, kod stvaranja magnetskog jastuka lebdećih vozila i dr. Pri tome se mnogostruko smanjuju dimenzije elektromagneta i cijelih uređaja, jer u stanju supravodljivosti i vodiči relativno malih presjeka mogu podnijeti i najjače struje.

Zadaci

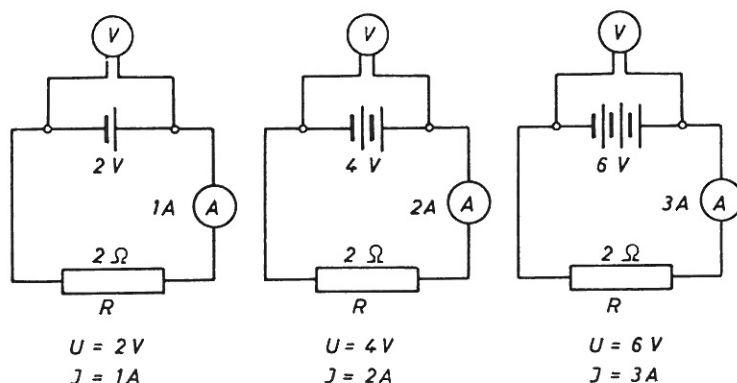
1. Bakreni namot nekog elektromotora ima pri 20°C otpor od $500\ \Omega$. Koliki je njegov otpor pri 62°C ?
2. Odredite temperaturu bakrene uzvojnice ako je njezin otpor prije prolaza struje bio $120\ \Omega$, a nakon prolaza struje $144\ \Omega$?
3. Koliki otpor ima bakrena žica duljine $500\ \text{m}$ i presjeka $0,5\ \text{mm}^2$ pri: a) 20°C , b) 80°C , c) 0°C .
4. Otpor namota električnog stroja prije stavljanja u pogon iznosi $25,6\ \Omega$, a nakon izvjesnog rada povisi se na $28,7\ \Omega$. Na koju se temperaturu ugrijao namot?
5. Volframova nit u žarulji ima temperaturu od 2200°C , a otpor joj tada iznosi $400\ \Omega$. Koliki je njezin otpor u hladnom stanju?
6. Žica od nikelina ima promjer $0,4\ \text{mm}$ i duljinu $10\ \text{m}$. Koliki je njezin otpor pri temperaturi od 700°C ?
7. Koliko dugačka mora biti žica od kantala presjeka $0,5\ \text{mm}^2$ da na temperaturi od 850°C ima otpor $50\ \Omega$?
8. Zašto u trenutku uključanja žarulje dolazi do strujnog udara, tj. do trenutnog prodora vrlo jake struje kroz strujni krug?
9. Otpor bakrenog voda u hladnom stanju iznosi $1,2\ \Omega$. Pri prolazu struje taj se vod zagrijava, pa se njegov otpor povisi na $1,48\ \Omega$. Kolika je temperatura voda?
10. Kad kroz spiralu od platine prolazi struja, otpor spirale poveća se od $0,5\ \Omega$ na $0,65\ \Omega$. Za koliko se stupnjeva povisila temperatura spirale?
11. Koliki je hladni otpor željezne žice koja pri temperaturi od 80°C ima otpor od $25,4\ \Omega$?
12. Koliki je temperaturni koeficijent žice kojoj pri zagrijavanju za 50°C poraste otpor od $12\ \Omega$ na $14,4\ \Omega$? Od kojeg je materijala ta žica?
13. Koliki je hladni otpor grijače spirale od kromnikla ako njezin otpor na temperaturi od 720°C iznosi $55\ \Omega$?
14. Za koliko poraste otpor željezne žice pri povišenju temperature za 600°C ako je njezin hladni otpor $15\ \Omega$?

2. OSNOVNI ZAKONI ELEKTROTEHNIKE

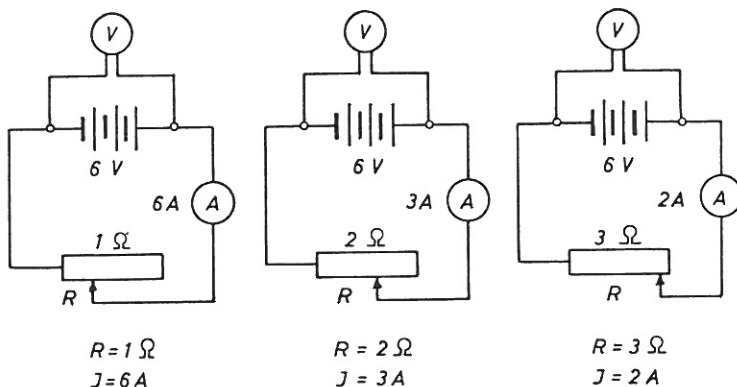
2.1. OHMOV ZAKON

2.1.1. Ovisnost struje o naponu i otporu

Jakost struje, napon i otpor međusobno su ovisne električne veličine. Ako se u strujnom krugu promijeni jedna od tih veličina, promijenit će se i druge veličine. To nam pokazuju ovi pokusi:



Sl. 31. Proučavanje ovisnosti struje o naponu



Sl. 32. Proučavanje ovisnosti struje o otporu

Pokus

- U strujni krug uključeni su izvor (olovni akumulator koji može davati napon od 2, 4 i 6 V) i trošilo stalnog otpora (2Ω). Uključujemo redom napone od 2 V, 4 V i 6 V te na ampermetru promatramo promjenu jakosti struje (sl. 31).
- U strujni krug uključeni su izvor stalnog napona (olovni akumulator 6 V) i trošilo čiji se otpor daje mijenjati (klizni otpornik). Postepeno povećavamo otpor i promatramo na ampermetru promjenu struje (sl. 32).

Zaključak

Pokus pokazuje da jakost struje u strujnom krugu ovisi o naponu i o otporu:

jakost struje toliko je puta veća koliko se puta povećao napon i koliko se puta smanjio otpor.

2.1.2. Ohmov zakon

Početak prošlog stoljeća njemački fizičar Ohm prvi je uočio te međusobne ovisnosti triju glavnih električnih veličina i formulirao ih u zakonu koji se po njemu zove Ohmov zakon:

Jakost struje u zatvorenom strujnom krugu direktno je razmjerna s naponom, a obrnuto razmjerna s otporom tog strujnog kruga.

Ohmov zakon jedan je od najvažnijih zakona elektrotehnike i s njegovom se primjenom susrećemo pri rješavanju gotovo svakog praktičnog zadatka. Iz Ohmovog zakona proizlazi da će jakost struje u nekom strujnom krugu toliko puta porasti koliko se puta povećao napon. Međutim, to u potpunosti vrijedi samo za strujne krugove u kojima se nalaze metalni vodiči i elektroliti na stalnoj temperaturi. Ako struja u strujnom krugu prolazi kroz plinove (npr. kroz neku cijev s plinom), ili ako se temperatura vodiča mijenja, onda struja neće porasti toliko puta koliko se puta povećao napon jer se istovremeno promijenio i otpor strujnog kruga.

Matematski izraz Ohmova zakona. Odnose definirane Ohmovim zakonom moguće je matematski prikazati formulom

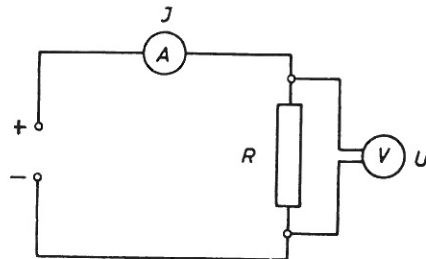
$$I = \frac{U}{R}$$

gdje je I . . . jakost struje (A)
 U . . . električni napon (V)
 R . . . električni otpor (Ω)

Iz te osnovne formule moguće je izvesti formule

$$U = I \cdot R$$

$$R = \frac{U}{I}$$



Sl. 33. Otpor trošila može se izračunati iz izmjerenog napona i jakosti struje

Te jednostavne formule omogućuju nam izračunavanje jedne od tih osnovnih električnih veličina ako su nam druge dvije poznate. Formule vrijede ne samo za cijeli strujni krug već i za svaki dio strujnog kruga. Ako, na primjer, želimo izračunati otpor nekog trošila, treba napon koji vlada između krajeva tog trošila podijeliti s jakošću struje koja kroz to trošilo teče (sl. 33).

Kod izmjenične struje na prolaz struje kroz strujni krug utječe još jedan faktor, pa su gornje formule proširene još jednom veličinom. O tome će biti govora kasnije.

Primjeri

1. Pri naponu od 220 V kroz užarenu spiralu električne peći teče struja jakosti 2,4 A. Koliki je otpor spirale u tom užarenom stanju?

$$\begin{array}{l} U = 220 \text{ V} \\ I = 2,4 \text{ A} \\ \hline R = ? \end{array} \qquad R = \frac{U}{I} \qquad R = \frac{220}{2,4} = 91,6 \, \Omega$$

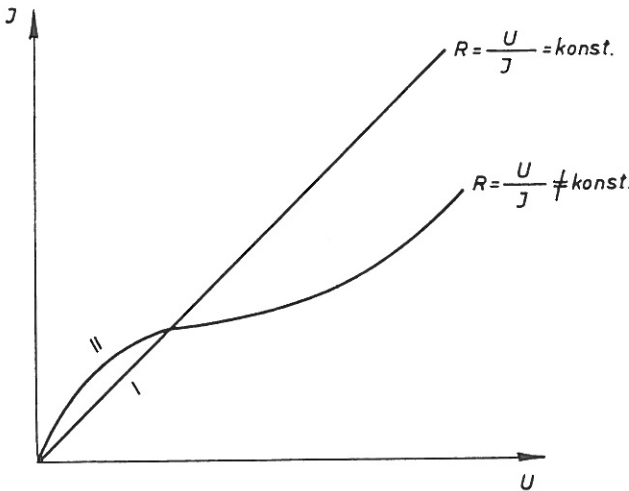
2. Kolika struja teče kroz otpornik od 160 Ω ako je priključen na napon od 220 V?

$$\begin{array}{l} R = 160 \, \Omega \\ U = 220 \text{ V} \\ \hline I = ? \end{array} \qquad I = \frac{U}{R} \qquad I = \frac{220}{160} = 1,375 \text{ A}$$

3. Koliko jaka struja teče kroz žicu od kantala, presjeka 0,2 mm² i duljine 10 m, ako je priključena na napon od 2 V?

$$\begin{array}{l} \varrho = 1,4 \\ S = 0,2 \text{ mm}^2 \\ l = 10 \text{ m} \\ U = 2 \text{ V} \\ \hline I = ? \end{array} \qquad \text{a) } R = \frac{\varrho \cdot l}{S} \qquad R = \frac{1,4 \cdot 10}{0,2} = 70 \, \Omega$$

$$\text{b) } I = \frac{U}{R} \qquad I = \frac{2}{70} = 0,029 \text{ A}$$



Sl. 34. Karakteristike dvaju uređaja

2.1.3. Karakteristika uređaja

Ovisnost struje o naponu možemo prikazati na $U-I$ dijagramu. Ako svakom naponu priključenom na neki uređaj odredimo pripadnu jakost struje i te vrijednosti unesemo u koordinatni sustav $U-I$, dobivene točke određuju liniju koja se zove $U-I$ karakteristika tog uređaja. Prema tome,

karakteristika nekog uređaja je krivulja koja pokazuje ovisnost struje i napona u tom uređaju.

Sl. 34. prikazuje nam karakteristiku jednog uređaja kod kojeg su promjene jakosti struje razmjerne s promjenom napona (I), kao i jednog uređaja kod kojeg te promjene nisu razmjerne (II). U tom drugom uređaju promjenom napona i struje mijenja se i otpor.

Zadaci

1. Koliki napon moramo priključiti na trošilo otpora 200Ω da kroz njega teče struja jakosti $1,5 \text{ A}$?
2. Kroz električno glačalo priključeno na napon od 220 V teče struja jakosti $2,75 \text{ A}$. Koliki je otpor glačala?
3. Žarulja priključena na napon od 110 V ima topli otpor 200Ω . Koliko jaka struja teče kroz žarulju?
4. Voltmetar ima unutarnji otpor od 1500Ω . Kolika struja teče kroz njega kad njegova kazaljka pokazuje 125 V .
5. Koliki mora biti napon grijanja elektronske cijevi čiji je otpor 63Ω , a struja grijanja 100 mA ?
6. Žicu od konstantana, presjeka $0,4 \text{ mm}^2$, treba priključiti na napon od 6 V . Kolika mora biti njezina duljina da kroz nju teče struja jakosti 25 mA ?
7. Nacrtajte $U-I$ karakteristiku uređaja ako je jakost struje $4,2 \text{ A}$ pri naponu od 220 V . Otpor uređaja se ne mijenja.
8. Kolika je temperatura spirale električnog grijala kojom u ugrijanom stanju pri naponu od 220 V teče struja jakosti $1,56 \text{ A}$, ako je njezin hladni otpor 120Ω , a izrađena je od kromnikla?
9. Kolika struja teče kroz nikelinsku žicu dugu $1,2 \text{ m}$ s presjekom $0,096 \text{ mm}^2$ ako je priključena na napon od 24 V ?
10. Ampermetar uključen u strujni krug električne peći pokazuje $8,8 \text{ A}$ pri naponu 220 V . Koliki je topli otpor peći?
11. Otpor od $37,5 \Omega$ priključen je na napon od 210 V . Kolika je količina elektriciteta koja prođe kroz taj otpor za 12 minuta?
12. Između dva izolirana vodiča teče struja od $0,08 \text{ mA}$ pri naponu 380 V . Koliki je otpor izolacije (u megaomima)?
13. Galvanski članak ima unutarnji otpor $0,24 \Omega$ i daje elektromotornu silu od $1,5 \text{ V}$. Kolika struja teče kroz članak pri kratkom spoju?
14. Svitak promjera 8 cm sa 400 navoja bakrene žice presjeka $0,175 \text{ mm}^2$ priključen je na napon 210 V . Kolika struja teče kroz taj svitak pri temperaturi 70°C ?
15. Koliki mora biti presjek 75 cm dugačke žice od kantala da kroz nju teče struja od 10 A ako je priključimo na napon od 42 V ?

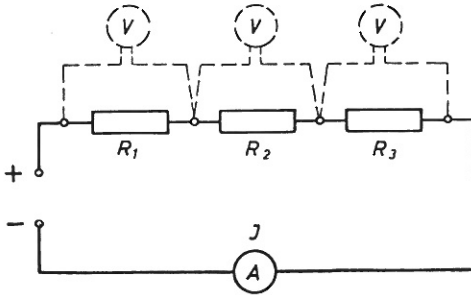
2.2. PAD NAPONA I GUBITAK NAPONA

2.2.1. Pad napona

Da bi električna struja jakosti I prolazila kroz otpor R , potreban je prema Ohmovu zakonu napon $U = I \cdot R$. Taj se napon utroši na svladavanje otpora R . Ako se u strujnom krugu nalazi više serijski spojenih otpora, na svakom pojedinom otporu potrošit će se jedan dio napona kojeg daje izvor.

Taj dio napona potrošen u pojedinom otporu zove se pad napona u tom otporu.

Sl. 35. Ovisnost pada napona o veličini otpora i jakosti struje



Pokus

- a) Na izvor struje koji daje napon U priključena su tri serijski vezana otpornika (trošila). Kroz sva tri trošila teče ista struja jakosti I koju možemo očitati na uključenom ampermetru (sl. 35). Ako voltmetrom izmjerimo napon između krajeva pojedinih otpornika, primijetit ćemo da je taj napon najveći kod otpornika s najvećim otporom, a najmanji kod otpornika s najmanjim otporom.

Pad napona u nekom otporu razmjeran je, dakle, s veličinom tog otpora.

- b) Pojačajmo struju kroz gornji strujni krug na dvostruku i trostruku vrijednost. Voltmetrom možemo utvrditi da su se i padovi napona na otpornicima povećali dva i tri puta.

Pad napona u nekom otporu razmjeran je, dakle, s jakošću struje koja prolazi kroz taj otpor.

Pad je napona, prema tome, razmjeran s veličinom otpora i jakošću struje. Matematski to možemo izraziti formulom

$$u = I \cdot R$$

gdje je u . . . pad napona (V)
 I . . . jakost struje (A)
 R . . . električni otpor (Ω)

Primjer. Neka otpornici u shemi na sl. 35. imaju otpore 5Ω , 15Ω i 20Ω , a struja jakost $1,2 \text{ A}$. Koliki su padovi napona u pojedinim otpornicima?

$$R_1 = 5 \Omega$$

$$R_2 = 15 \Omega$$

$$R_3 = 20 \Omega$$

$$I = 1,2 \text{ A}$$

$$u_1 = ?$$

$$u_2 = ?$$

$$u_3 = ?$$

$$\text{a) } u_1 = I \cdot R_1$$

$$u_1 = 1,2 \cdot 5 = 6 \text{ V}$$

$$\text{b) } u_2 = I \cdot R_2$$

$$u_2 = 1,2 \cdot 15 = 18 \text{ V}$$

$$\text{c) } u_3 = I \cdot R_3$$

$$u_3 = 1,2 \cdot 20 = 24 \text{ V}$$

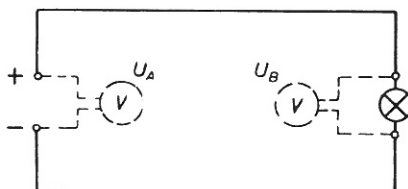
2.2.2. Gubitak napona

Otpori u otpornicima (trošilima) nisu jedini otpori u strujnom krugu. Uz njih postoje i otpori u vodovima, pa se jedan dio napona troši i na njihovo svladavanje. U prije izvedenom pokusu ti su otpori bili mali jer su vodovi bili relativno kratki i debeli. Međutim, u praksi trošila su često dosta udaljena od izvora, pa u vodovima dolazi do znatnijih padova napona. Posljedica je toga da trošila dobijaju samo jedan dio onog napona koji daje izvor. Takvo veće ili manje smanjenje napona štetno utječe na rad trošila jer su ona građena za određeni stalni napon.

Pad napona u vodovima znači osim toga i gubitak energije. Dok u trošilima pad napona nastaje uslijed pretvaranja električne energije u neku drugu korisnu i poželjnu energiju, dotle se u vodovima električna energija pretvara u toplinsku energiju koja je tu ne samo nekorisna nego i štetna jer zagrijava vodove i time može izazvati oštećenje izolacije. To je, dakle,

beskoristan gubitak energije, stoga takve padove napona u vodovima zovemo i gubitak napona.

Sl. 36. Gubitak napona
($u = U_A - U_B$)



2.2.3. Smanjenje gubitka napona

Pokus

U strujni krug uključimo u što većoj udaljenosti od izvora neko trošilo (npr. žarulju). Kao vodove upotrijebimo otporne žice da bismo dobili što veći otpor u vodovima, tj. da se što više približimo otporima vodova u praksi (sl. 36).

- Ako voltmetrom izmjerimo napon na stezaljkama izvora i napon na trošilu, vidjet ćemo da trošilo prima manji napon od napona koji daje izvor. Razlika tih dvaju napona gubitak je napona u vodovima.
- Ako uzmemo **slabiju žarulju**, gornjim mjerenjem napona možemo dokazati da je gubitak napona manji.
- Ako uzmemo **deblje vodove** od istog materijala i iste duljine, gubitak napona će biti manji.
- Ako uzmemo **kraće vodove** od istog materijala i iste debljine, gubitak napona će biti manji.
- Manji gubitak napona dobit ćemo ako uzmemo vodove iste duljine i iste debljine, ali od **materijala manjeg specifičnog otpora**.

Zaključak

Iz gornjeg pokusa vidljivo je da se gubitak napona u mreži može smanjiti

- ako smanjimo opterećenje strujnog kruga, tj. ako u strujni krug uključimo slabija trošila (trošila većeg otpora);
- ako smanjimo otpor vodova, tj. ako uzmemo vodove većeg presjeka, smanjimo duljinu vodova ili upotrijebimo vodove od materijala manjeg specifičnog otpora.

Budući da se u praksi najčešće ne može smanjiti jakost trošila, duljina vodova i materijal vodova, smanjenje gubitka napona postiže se uglavnom povećanjem presjeka vodova.

Primjer. Koliki mora biti presjek bakrenog vodiča, koji provodi struju jakosti 8 A od izvora napona 220 V do trošila udaljenog 350 m, ako gubitak napona ne smije biti veći od 5%?

$$\rho = 0,0175$$

$$l = 700 \text{ m}$$

$$U = 220 \text{ V}$$

$$I = 8 \text{ A}$$

$$u = 5\%$$

$$S = ?$$

$$\text{a) } u \text{ (V)} = \frac{u \text{ (\%)} \cdot U}{100}$$

$$u = \frac{5 \cdot 220}{100} = 11 \text{ V}$$

$$\text{b) } R = \frac{u}{I}$$

$$R = \frac{11}{8} = 1,375 \text{ } \Omega$$

$$\text{c) } S = \frac{\rho \cdot l}{R}$$

$$S = \frac{0,0175 \cdot 700}{1,375} = 8,91 \text{ mm}^2$$

Bakrena žica presjeka 8,91 mm² ne proizvodi se, pa treba uzeti žicu presjeka

$$S = 10 \text{ mm}^2$$

2.2.4. Unutarnji pad napona

Uz pad napona na trošilu, kao i gubitak napona u vodovima, u strujnom krugu postoji još jedan pad napona, i to pad napona u izvoru. Struja teče kroz cijeli strujni krug, pa prema tome i kroz izvor. U izvoru treba savladati otpor izvora, a za savladavanje tog unutarnjeg otpora troši se također jedan dio napona. U strujnom krugu, dakle, postoji

a) unutarnji otpor (otpor izvora),

b) vanjski otpor (otpor vodova, trošila i dr.).

$$R = R_u + R_v$$

gdje je R . . . otpor strujnog kruga
 R_u . . . unutarnji otpor
 R_v . . . vanjski otpor

Elektromotorna sila izvora izazvat će prema Ohmovu zakonu struju jakosti

$$I = \frac{E}{R_u + R_v}$$

a iz toga proizlazi da je

$$E = I \cdot R_u + I \cdot R_v$$

Budući da je $I \cdot R_v$ ukupni pad napona u vanjskom dijelu strujnog kruga, a taj je jednak naponu na stezaljkama izvora ($I \cdot R_v = U$), dobijemo

$$E = I \cdot R_u + U$$

odnosno

$$U = E - I \cdot R_u$$

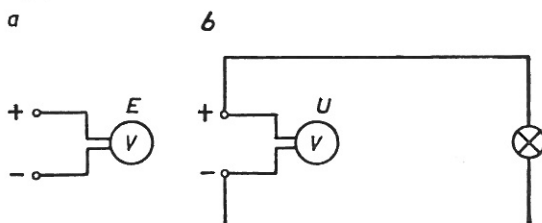
Napon na stezaljkama izvora je, dakle, jednak elektromotornoj sili izvora umanjenoj za pad napona u izvoru.

2.2.5. Prazan hod i kratki spoj izvora

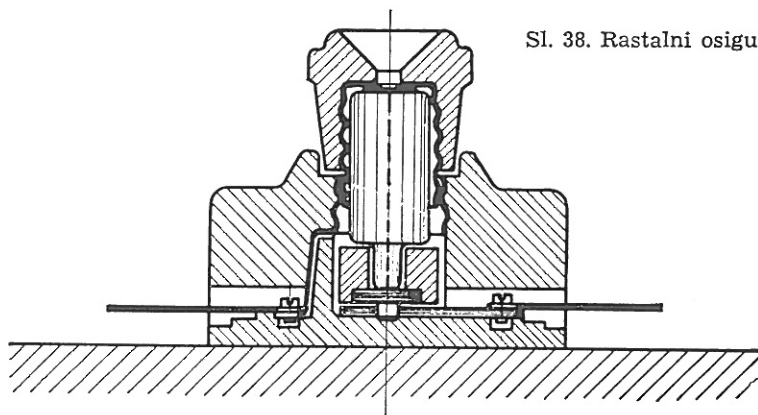
Ako na izvor nije priključeno nikakvo trošilo (prazan hod), tj. ako je $I = 0$, onda iz gornje jednačbe proizlazi da je $U = E$.

Voltmetar priključen na stezaljke neopterećenog izvora (sl. 37.a) pokazat će nam elektromotornu silu izvora (E).

Sl. 37. Mjerenje elektromotorne sile izvora i napona na stezaljkama izvora



Ako na izvor priključimo neko trošilo, struja će teći kroz izvor, pa će doći do unutarnjeg pada napona. Što je priključeno trošilo jače, unutarnji pad napona bit će veći, pa će izvor na stezaljke davati manji napon. Priključeni voltmetar (sl. 37.b) sada neće pokazivati punu elektromotornu silu, nego samo napon na stezaljkama (U).



Sl. 38. Rastalni osigurač

Ako je vanjski otpor strujnog kruga vrlo malen (kratki spoj), onda se prolazu struje suprotstavlja uglavnom samo unutarnji otpor izvora, a taj je većinom mali. Stoga će tada i najmanji napon prouzrokovati vrlo jaku struju (Ohmov zakon!) koja može štetno djelovati na sam izvor i na vodove. Da do toga ne dođe, u strujni se krug uključuju osigurači koji se pri prolazu prejake struje tale (sl. 38) ili prekidaju strujni krug na neki drugi način.

2.2.6. Određivanje unutarnjeg otpora izvora

Priključenjem voltmetra na neopterećeni izvor mjerimo samo približno elektromotornu silu izvora, jer kroz izvor ipak teče neka mala struja koju troši voltmetar. Zato za takva mjerenja treba uzimati voltmetre s velikim unutarnjim otporom kroz koje prilikom mjerenja teče vrlo slaba struja. Najtočnija mjerenja dobijamo elektrostatskim voltmetrom¹¹ jer on pri mjerenju ne troši nikakvu struju

¹¹ Princip elektrostatskog voltmetra objašnjava se kasnije na str. 75.

Kad smo voltmetrom priključenim za neopterećeni izvor izmjerili elektromotornu silu (E), na izvor priključimo neki vanjski otpor (trošilo). Priključeni voltmetar sada će nam pokazati napon na stezaljkama izvora (U), a u strujni krug uključeni ampermetar jakost struje (I). Na osnovi tih podataka može se izračunati unutarnji otpor izvora (prema formuli iz 2.2.4):

$$U = E - I \cdot R_u$$

$$I \cdot R_u = E - U$$

$$R_u = \frac{E - U}{I}$$

gdje je R_u . . . unutarnji otpor izvora (Ω)
 E . . . EMS izvora (V)
 U . . . napon na stezaljkama (V)
 I . . . jakost struje (A)

Primjer. Voltmetrom smo kod galvanskog članka u neopterećenom stanju izmjerili elektromotornu silu ($E = 1,6$ V). Pošto je priključen vanjski otpor, isti voltmetar nam pokazuje napon na stezaljkama izvora ($U = 1,3$ V), a ampermetar jakost struje ($I = 1,5$ A). Koliki je unutarnji otpor tog članka?

$$E = 1,6 \text{ V}$$

$$U = 1,3 \text{ V}$$

$$I = 1,5 \text{ A}$$

$$R_u = ?$$

$$R_u = \frac{E - U}{I}$$

$$R_u = \frac{1,6 - 1,3}{1,5} = 0,2 \Omega$$

Zadaci

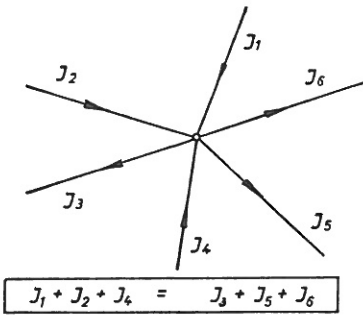
- Kolika struja treba teći iz izvora, čija je elektromotorna sila 132 V, a unutarnji otpor $1,8 \Omega$, da napon na stezaljkama bude 120 V?
- Voltmetar priključen na neopterećen izvor pokazuje napon od 48 V. Ako na taj izvor priključimo otpornik od $6,5 \Omega$, napon padne na 38,4 V. Koliki je unutarnji otpor izvora ako voltmetar ne troši gotovo nikakvu struju?
- Trošilo čiji je otpor $7,5 \Omega$ priključeno je vodovima na mrežu napona 110 V. Koliki je gubitak napona u vodovima i koliki napon prima trošilo ako je otpor u vodovima $0,5 \Omega$?
- Koliki pad napona nastaje u žici od konstantana presjeka $0,5 \text{ mm}^2$ i duljine 60 m ako kroz nju teče struja jakosti 2,4 A?
- Trošilo kojim teče struja od 8,2 A udaljeno je od priključnog mjesta 75 m, a vezano je bakrenim vodom presjeka 4 mm^2 . Koliko posto iznosi pad napona ako je napon u mreži 220 V?
- Gubitak napona u rasvjetnoj mreži napona 220 V ne smije iznositi više od 2%. Koliki smije biti otpor vodova pri opterećenju od 4,5 A?
- Leclanchéov članak ima elektromotornu silu od 1,6 V i unutarnji otpor od $0,3 \Omega$. Kolika struja teče kroz njega pri kratkom spoju?
- U praznom hođu izmjerena EMS izvora iznosi 2,1 V, a pri opterećenju od 7,2 A napon na stezaljkama je 1,95 V. Koliki je unutarnji otpor tog izvora?
- Bakreni vod presjeka 4 mm^2 spaja izvor struje koji daje napon od 110 V sa 64 m udaljenim trošilom. Koliki je postotni pad napona ako trošilom teče struja jakosti 3,5 A?
- Koliko smije biti udaljeno trošilo koje uzima struju jakosti 12 A od izvora napona 220 V da pad napona ne bude veći od 3%? Za spajanje služi bakreni vod presjeka 10 mm^2 .
- Koliki mora biti otpor otpornika da u njemu pri prolazu struje od 1,8 A dođe do pada napona od 81 V?
- Koliko jaka struja teče kroz trošilo čiji je otpor 96Ω ako voltmetar priključen na to trošilo pokazuje napon od 120 V?

2.3. GRANANJE STRUJE

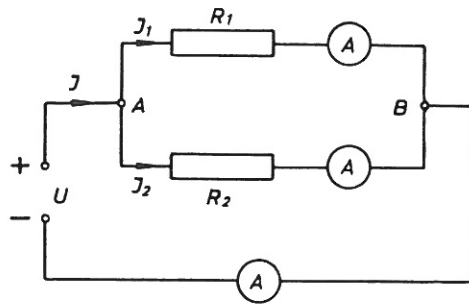
2.3.1. I. Kirchhoffov zakon

Ako se strujni krug u nekoj točki grana, doći će u točki i do grananja struje. Struja koja dotječe u tu točku (zvanu čvorište) razdijelit će se i istovremeno će teći kroz sve grane. Budući da jakost struje kroz neki vodič ovisi o broju elektrona koji protječu kroz taj vodič u jedinici vremena, a elektroni ne mogu u strujnom krugu nastati niti nestati, jasno je da je jakost struje koja dotječe u čvorište jednaka zbroju jakosti svih struja koje otječu iz tog čvorišta. Isto će vrijediti ako u čvorište dotječu i više struja, pa na osnovu toga možemo izreći I Kirchhoffov¹² zakon:

Zbroj svih struja koje dotječu u neko čvorište jednak je zbroju svih struja koje otječu iz tog čvorišta (sl. 39).



Sl. 39. I. Kirchhoffov zakon



Sl. 40. Jakost struje veća je u onoj grani gdje je otpor manji

2.3.2. Paralelno spajanje otpora

Ako dva trošila spojimo tako da kroz svako trošilo prolazi samo jedan dio struje, tj. ako u strujnom krugu dolazi do grananja struje, onda se takvo spajanje zove paralelno spajanje trošila. Budući da svako trošilo predstavlja izvjesni električni otpor, ovakvo spajanje možemo zvati i paralelno spajanje otpora.

Izmjerimo li jakosti struja kroz pojedine grane (sl. 40), vidjet ćemo da je zbroj tih struja jednak ukupnoj struji prije grananja

$$I = I_1 + I_2$$

Rezultat tog mjerenja u skladu je, dakle, s I Kirchhoffovim zakonom. Pri mjerenju ćemo također primijetiti da je struja jača u onoj grani gdje je trošilo manjeg otpora. To je i razumljivo jer između krajeva obiju grana vlada isti napon, tj. u njima dolazi do jednakog pada napona

$$I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2$$

¹² Kirchhoff, Gustav Robert [Kirchhof], njemački fizičar (1824—1887), postavio zakone o grananju struje i dokazao da se električni impulsi šire kroz vodiče brzinom svjetlosti.

Iz gornjeg možemo izvesti razmjjer

$$I_1 : I_2 = R_2 : R_1$$

Struje u pojedinim granama obrnuto su razmjerne s otporima tih grana.

2.3.3. Ukupni otpor paralelno spojenih otpora

Budući da je ukupna struja paralelno spojenih otpora jednaka zbroju struja kroz pojedine otpore

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$$

onda se uvrštavanjem izraza za jakost struje (I) iz Ohmova zakona u ovu jednadžbu dobije

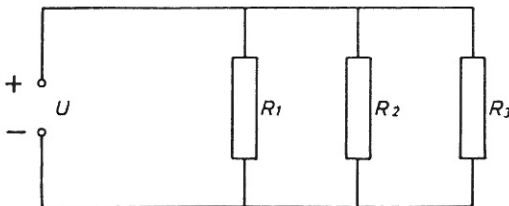
$$\frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} + \dots$$

Podijelimo li cijelu jednadžbu sa U , dobijemo

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

Recipročna vrijednost ukupnog otpora jednaka je zbroju recipročnih vrijednosti pojedinih otpora.

Primjer. Tri otpora od 4Ω , 6Ω i 12Ω paralelno su spojeni (sl. 41). Koliki je njihov ukupni otpor?



Sl. 41. Paralelno spojeni otpori

$$\begin{aligned} R_1 &= 4 \Omega & \frac{1}{R} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \\ R_2 &= 6 \Omega & \frac{1}{R} &= \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} \\ R_3 &= 12 \Omega & \frac{1}{R} &= \frac{3 + 2 + 1}{12} = \frac{1}{2} \\ R &=? & R &= \frac{2}{1} = 2 \Omega \end{aligned}$$

2.3.4. Posebni slučajevi

a) Ako su svi paralelno spojeni otpori međusobno jednaki, ukupni će otpor biti

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} + \dots = \frac{1 + 1 + 1 + \dots}{R_1} = \frac{n}{R_1}$$

$$R = \frac{R_1}{n}$$

gdje je R ... ukupni otpor (Ω)
 R_1 ... pojedinačni otpor (Ω)
 n ... broj spojenih otpora

Ukupni je otpor, dakle, n -puta manji od jednog pojedinačnog otpora.

b) Ako imamo samo dva paralelno spojena otpora, onda se izračunavanje ukupnog otpora može pojednostavniti

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \frac{1}{R} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2}$$

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Ukupni se otpor, dakle, dobije tako da se umnožak tih dvaju otpora podijeli s njihovim zbrojem.

Primjer. Dva trošila od 30Ω i 50Ω paralelno su spojena. Koliki je njihov ukupni otpor?

$$\begin{array}{l} R_1 = 30 \Omega \\ R_2 = 50 \Omega \\ \hline R = ? \end{array} \quad R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad R = \frac{30 \cdot 50}{30 + 50} \quad R = \frac{1500}{80} \quad R = 18,75 \Omega$$

2.3.5. Posljedice paralelnog spajanja

Paralelno spajanje trošila ima izvjesne prednosti pred drugim načinima spajanja, pa se u praksi gotovo sva trošila paralelno spajaju. Posljedice takva spajanja su ove:

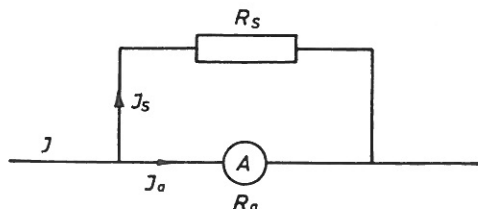
- Svako trošilo dobija pun napon mreže.
- Kroz svako trošilo prolazi samo jedan dio ukupne struje.
- Ukupni otpor uvijek je manji od najmanjeg pojedinačnog otpora.
- Prekid u jednom trošilu ne ometa rad ostalih trošila.

2.3.6. Proširenje mjernog područja ampermetra

Paralelno spajanje otpora primjenjuje se i pri proširenju mjernog područja ampermetra. Ako raspoložemo ampermetrom čije je mjereno područje manje od jakosti struje koju želimo mjeriti, onda ćemo paralelno s tim ampermetrom priključiti neki otpornik (shunt)¹³. Struja će se tada granati (sl. 42), pa će kroz shunt prolaziti toliko puta jača struja od struje kroz ampermetar koliko puta je njegov otpor (R_s) manji od unutarnjeg otpora ampermetra (R_a). Ako je, na primjer otpor shunta ($n-1$) puta manji od otpora ampermetra, onda će kroz shunt teći ($n-1$) puta veća struja od one struje koja prolazi kroz ampermetar [$I_s = (n-1) \cdot I_a$]. Ukupna će struja, prema tome, biti

$$I = I_s + I_a = (n-1) \cdot I_a + I_a = n \cdot I_a$$

Sl. 42. Proširenje mjernog područja ampermetra



¹³ shunt (engl. čitajte šant) — skretanje, prebacivanje na sporedni kolosijek.

Ukupna struja može, dakle, biti n puta jača od struje koju može mjeriti sam ampermetar, tj. priključenjem shunta proširili smo mjerno područje za n puta. Iz toga proizlazi:

Ako želimo mjerno područje ampermetra proširiti n puta, treba uzeti shunt čiji je otpor $(n-1)$ puta manji od otpora ampermetra.

$$R_s = \frac{R_a}{n-1}$$

gdje je R_s . . . otpor shunta (Ω)
 R_a . . . otpor ampermetra (Ω)
 n . . . broj koji pokazuje koliko puta proširujemo mjerno područje ampermetra

Primjer. Ampermetar unutarnjeg otpora 1Ω ima mjerno područje 100 mA. Koliki mora biti shunt da tim ampermetrom možemo mjeriti struje do 5 A?

$$I_a = 100 \text{ mA} = 0,1 \text{ A}$$

$$I = 5 \text{ A}$$

$$R_a = 1 \Omega$$

$$R_s = ?$$

a) Mjerno područje treba proširiti 50 puta
 $(n = 5 : 0,1 = 50)$

$$b) R_s = \frac{R_a}{n-1} = \frac{1}{50-1} = \frac{1}{49} \Omega$$

2.3.7. Paralelno spajanje izvora

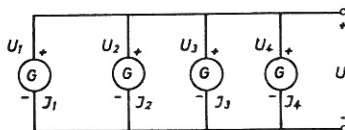
U strujnom krugu može biti ne samo više trošila nego i više izvora struje. Ti se izvori mogu spajati paralelno, serijski ili mješovito. Izvori su spojeni paralelno ako su svi pozitivni polovi spojeni na jedan zajednički vodič, a svi negativni polovi na drugi zajednički vodič (sl. 43). Tako se mogu spajati samo izvori istog napona jer u protivnom dolazi do štetnih struja između pojedinih izvora i kad nisu uključena trošila. Pri paralelnom spajanju izvora

- Ukupni napon jednak je naponu pojedinog izvora.**
- Ukupni unutarnji otpor tih izvora smanjuje se jer su paralelno spojeni.**
- Ukupna struja jednaka je zbroju struja koje daju pojedini izvori.**

Ovakav spoj izvora može, dakle, dati mnogo jaču struju od pojedinog izvora, ali napon ostaje jednak naponu jednog pojedinog izvora.

$$U_1 = U_2 = U_3 = U_4 = \dots = U$$

$$J_1 + J_2 + J_3 + J_4 + \dots = J$$



Sl. 43. Paralelno spojeni izvori ne daju veći napon, ali mogu izdržati veća strujna opterećenja

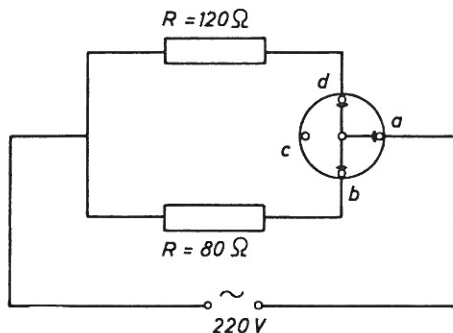
Ovakvo spajanje primjenjivat ćemo stoga onda kad nam nije potreban veći napon od napona jednog izvora, ali je opterećenje strujnog kruga toliko da ga jedan izvor sam ne može savladati.

Paralelno se spajaju, na primjer, generatori u električnim centralama. Prednost takva spajanja je i u tome što se pojedini generatori mogu uključivati i isključivati, a napon se u mreži bitno ne mijenja (npr. pri promjeni opterećenja u mreži, kvara ili popravka generatora i sl.).

Zadaci

1. Koliki je ukupni otpor dvaju paralelno spojenih otpora od 72Ω i 48Ω ?
2. Koliki ukupni otpor dobijemo ako paralelno spojimo otpore od 15Ω , 30Ω , 45Ω i 90Ω ?
3. Koliki je ukupni otpor 8 paralelno spojenih žarulja ako svaka pojedina žarulja ima otpor od 700Ω ?
4. Tri otpora od 20Ω , 30Ω i 45Ω priključeni su paralelno na izvor napona 220 V .
 - a) Koliki je ukupni otpor?
 - b) Koliko jaka struja teče iz izvora?
5. Kroz dva paralelna otpora od 6Ω i 14Ω protječe ukupna struja jakosti $4,8 \text{ A}$. Koliko jaka struja protječe kroz pojedine otpore?
6. Dva paralelno spojena otpora priključena su na napon od 120 V . Koliki moraju biti ti otpori da kroz jedan protječe struja jakosti 2 A , a kroz drugi 4 A ?
7. Ukupni otpor dvaju paralelno spojenih otpora iznosi 300Ω . Koliki je drugi otpor ako prvi otpor ima 550Ω ?
8. Električna peć s dvije grijače spirale može se sklopkom uključivati na različite načine. Koliko jaka struja teče kroz peć kad je srednji pol trolpolne sklopke u položaju a, b, c i d (sl. 44)?

Sl. 44. Reguliranje jakosti struje kroz električnu peć

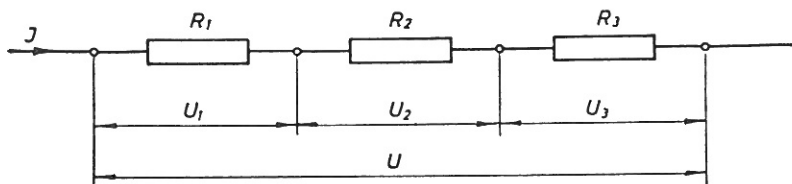


9. Na napon od 220 V priključeno je paralelno pet žarulja čiji je pojedinačni otpor 800Ω . Koliki je ukupni otpor, kolika je ukupna struja, a kolika je struja kroz pojedine žarulje?
10. Ampermetar mjernog područja 250 mA ima unutarnji otpor 1Ω . Koliki se shunt mora priključiti da bi se mjerno područje proširilo na $2,5 \text{ A}$?
11. Ampermetru, čiji je unutarnji otpor 10Ω , a mjerno područje 5 mA , priključen je shunt od $\frac{10}{199} \Omega$. Koliko je sada mjerno područje ampermetra?
12. Ampermetar s unutarnjim otporom od $0,05 \Omega$ ima mjerno područje 2 A . Koliku jakost struje možemo njime mjeriti ako smo mu priključili shunt od $0,001 \Omega$?
13. Na napon od 220 V priključen je bojler (32Ω), električna peć (24Ω), električni štednjak (30Ω), dvije žarulje po 960Ω i četiri žarulje od 480Ω . Koliki je ukupni otpor i kolika bi bila ukupna struja kad bi sva ta trošila bila priključena na jednu fazu? Kolika je struja kroz pojedina trošila?

2.4. DIJELJENJE NAPONA

2.4.1. Serijsko spajanje otpora

Ako više otpora spojimo jedan iza drugoga tako da cjelokupna struja protječe kroz svaki otpor, onda se takvo spajanje zove serijsko spajanje otpora (sl. 45). Jakost je struje tada u svim otporima jednaka jer se struja ne grana, nego ista struja redom teče kroz svaki otpor.



Sl. 45. Serijski spoj otpora

Na svakom otporu dolazi do pada napona, a ukupni pad napona na cijelom spoju jednak je zbroju padova napona na pojedinim otporima.

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots$$

Ako u gornju jednadžbu umjesto pada napona uvrstimo izraz $U = I \cdot R$

$$I \cdot R = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3 + \dots$$

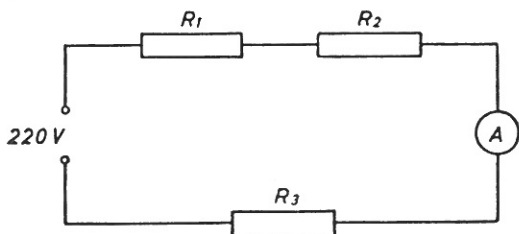
a zatim cijelu jednadžbu podijelimo sa I , dobijemo formulu za ukupni otpor serijski spojenih otpora

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

Ukupni otpor serijski spojenih otpora jednak je zbroju pojedinačnih otpora.

Pokus

Ako tri otpornika od 110Ω , 150Ω i 180Ω serijski priključimo na napon od 220 V , uključeni ampermetar pokazat će nam jakost struje od $0,5 \text{ A}$ (sl. 46). Pretpostavimo li da je otpor vodova i ampermetra prema otporu otpornika tako malen da ga možemo zanemariti, tada se sav napon izvora troši samo na svladavanje otpora u otpornicima. Uz tu pretpostavku ukupni će otpor prema Ohmovu zakonu iznositi:



$$R = \frac{U}{I} = \frac{220}{0,5} = 440 \Omega$$

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

Sl. 46. Ukupni otpor serijski spojenih otpora

Istu vrijednost ukupnog otpora možemo dobiti i matematskim putem ako zbrojimo pojedinačno otpore prema formuli:

$$R = R_1 + R_2 + R_3$$

$$R = 110 + 150 + 180 = 440 \Omega$$

2.4.2. Posljedice serijskog spajanja

Serijsko spajanje otpora, odnosno trošila izaziva posljedice koje otežavaju primjenu takva spajanja u praksi, pa se ono vrlo rijetko upotrebljava. Te su posljedice ove:

- Svako trošilo dobija samo dio napona izvora.
- Kroz svako trošilo bez obzira na njegovu nazivnu snagu prolazi struja jednake jakosti.
- Otpor u strujnom krugu vrlo je velik.
- Prekid u jednom trošilu prekida cijeli strujni krug.

2.4.3. Upotreba serijskog spajanja

Serijsko spajanje upotrebljava se samo onda kad se na neki viši napon žele priključiti trošila građena za niži napon. Tako je, na primjer, pri rasvjeti u tramvaju (na napon od 550 V priključeno je 5 serijski spojenih žarulja za 110 V), pri ukrasnim žaruljicama na jelki (na napon od 220 V priključeno je npr. 11 žaruljica za 20 V) i sl.

U gornjim primjerima sva uključena trošila moraju imati jednake otpore da bi dobivala jednake napone. Katkad, je, međutim, potrebno da jedno trošilo dobije veći, a drugo manji napon. I u tom slučaju trošila ćemo spojiti serijski, a njihovi otpori moraju biti različiti.

Primjer. Lučna svjetiljka građena za 50 V podnosi maksimalnu struju od 6 A. Ona se može priključiti i na napon od 220 V, ali tada mora se s njom serijski spojiti otpornik (sl. 47.) koji će preuzeti višak napona. Koliki mora biti otpor tog otpornika?

$$U_s = 50 \text{ V}$$

$$I = 6 \text{ A}$$

$$U = 220 \text{ V}$$

$$R_o = ?$$

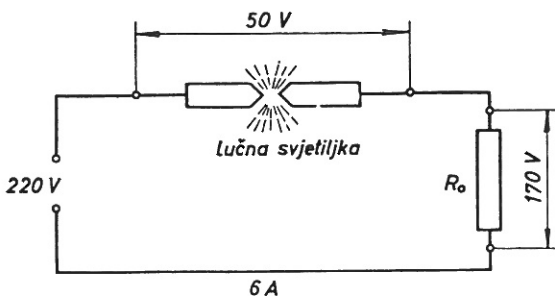
a) Otpornik treba preuzeti napon

$$U_o = U - U_s = 220 - 50 = 170 \text{ V}$$

b) To će biti ako je otpor otpornika

$$U_o = I \cdot R_o$$

$$R_o = \frac{U_o}{I} = \frac{170}{6} = 28,3 \Omega$$



Sl. 47. Poništavanje viška napona serijski uključenim otpornikom

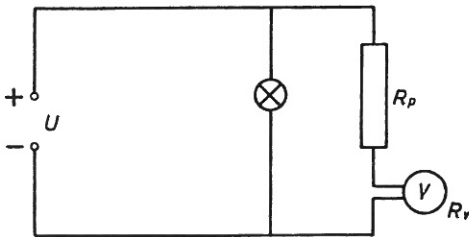
2.4.4. Proširivanje mjernog područja voltmetra

Svaki voltmetar građen je za izvjesno mjerno područje, tj. on može mjeriti napone do određene granice. Ako takvim voltmetrom želimo mjeriti više napone, treba serijski s njim priključiti neki otpornik (predotpornik — sl. 48). U tom slučaju predotpornik će preuzeti jedan dio priključenog napona, a voltmetar preostali dio. Ako je otpor predotpornika $(n - 1)$ puta veći od otpora voltmetra, onda će predotpornik dobiti $(n - 1)$ puta veći napon od voltmetra. Prema tome, ukupni priključeni napon jednak je zbroju napona na voltmetru i $(n - 1)$ puta većeg napona na predotporniku.

$$U = U_p + U_v = (n - 1) \cdot U_v + U_v = n \cdot U_v$$

Time smo omogućili mjerenje n puta većih napona od maksimalnog napona samog voltmetra, tj. proširili smo mjerno područje voltmetra n puta. Iz toga možemo izvesti ovaj zaključak:

Ako želimo proširiti mjerno područje voltmetra n puta, treba serijski s voltmetrom spojiti predotpornik čiji je otpor $(n - 1)$ puta veći od samog otpora voltmetra.



$$R_p = (n - 1) \cdot R_v$$

Sl. 48. Proširenje mjernog područja voltmetra

Primjer. Imamo voltmetar mjernog područja do 6 V i unutarnjeg otpora 6 000 Ω . Koliki mora biti predotpornik da tim voltmetrom možemo mjeriti napone do 48 V?

$$U_v = 6 \text{ V}$$

$$R_v = 6\,000 \, \Omega$$

$$U = 48 \text{ V}$$

$$R_p = ?$$

a) Mjerno područje treba proširiti

$$n = 48 : 6 = 8 \text{ puta}$$

b) Otpor predotpornika

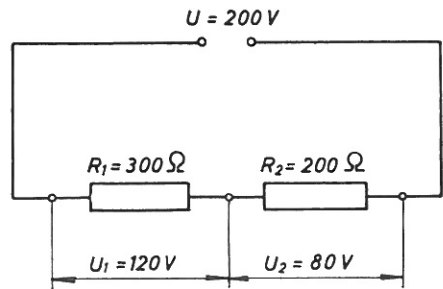
$$R_p = (n - 1) \cdot R_v = (8 - 1) \cdot 6\,000 = 42\,000 \, \Omega$$

2.4.5. Dijeljenje napona

Pokus:

Na izvor napona 200 V serijski priključimo dva otpornika od 300 Ω i 200 Ω . Ako sada voltmetrom izmjerimo napon na jednom i drugom otporniku, vidjet ćemo da na prvom otporniku imamo napon 120 V, a na drugom 80 V (sl. 49). Povećamo li napon izvora na 250 V, na otpornicima ćemo imati napone 150 V i 100 V, tj. uvijek će omjer napona na otpornicima biti jednak omjeru otpora tih otpornika:

$$120 : 80 = 150 : 100 = 300 : 200$$



Sl. 49. Naponi na otpornicima

Zaključak:

Naponi na serijski spojenim otporima upravo su razmjerni s veličinama tih otpora,

$$U_1 : U_2 = R_1 : R_2$$

Ukupni se napon, dakle, dijeli na dva dijela od kojih svaki zasebno možemo iskoristiti kao smanjeni napon. Treba napomenuti da navedeni razmjer u potpunosti vrijedi samo dok na smanjeni napon ne priključimo trošilo. Kad priključimo trošilo, ukupni otpor se na toj strani smanjuje (dva paralelno spojena otpora!), pa se i napon na toj strani smanjuje, a na neopterećenoj strani povećava.

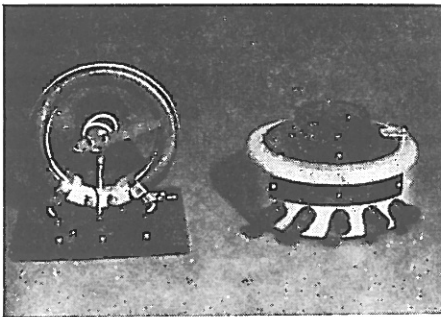
2.4.6. Potenciometar

Potenciometar je po konstrukciji klizni otpornik, a radi na principu dijejenja napona (sl. 50). Klizač dijeli ukupni otpor otpornika (R) na dva otpora ($R_1 : R_2$) čiji se odnos pomicanjem klizača može postepeno mijenjati. Ako krajeve otpornika priključimo na neki napon U , između klizača i početka otpornika dobit ćemo napon U_1 koji ćemo moći kontinuirano mijenjati od nule do napona U (sl. 51).

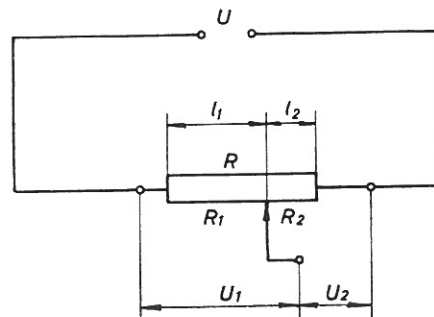
Budući da su otpori R_1 i R_2 razmjerni s brojem zavoja žice na otporniku, odnosno s udaljenošću klizača od krajeva otpornika, možemo pisati

$$U_1 : U_2 = R_1 : R_2 = l_1 : l_2$$

To znači da napon U_1 postaje to veći što klizač više udaljujemo od početka otpornika.



Sl. 50 Potenciometar



$$U_1 : U_2 = R_1 : R_2 = l_1 : l_2$$

Sl. 51. Potenciometar dijeli napon

2.4.7. Serijsko spajanje izvora

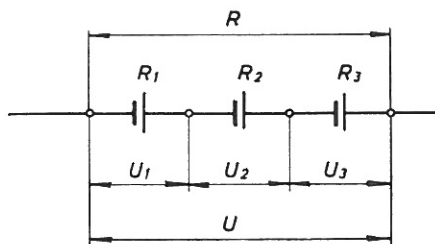
Ako imamo izvore malog napona, a potreban nam je viši napon, spojiti ćemo nekoliko izvora serijski. Serijsko spajanje izvora vrši se tako da se pozitivni pol jednog izvora spoji s negativnim polom slijedećeg izvora (sl. 52). Pri serijskom spajanju izvora

- a) ukupni napon jednak je zbroju napona koje daju pojedinačni izvori;
- b) struja ne smije biti jača od dozvoljene struje najslabijeg izvora;
- c) ukupni unutarnji otpor izvora jednak je zbroju unutarnjih otpora pojedinih izvora.

Serijski se najčešće spajaju izvori malog napona kao što su galvanski članci, akumulatori i slično.

$$J_1 = J_2 = J_3 = \dots = J$$

$$U_1 + U_2 + U_3 + \dots = U$$



Sl. 52. Serijskim spajanjem izvora dobivamo veći napon, ali se dozvoljeno strujno opterećenje ne povećava

2.4.8. II. Kirchhoffov zakon

Ako u zatvorenom strujnom krugu imamo nekoliko serijski spojenih izvora i trošila, na tok struje djelovat će

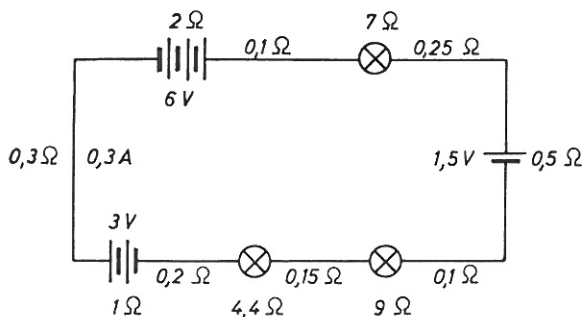
- a) elektromotorne sile izvora koje pobuđuju i održavaju električnu struju;
- b) otpori trošila, vodiča i izvora koji se suprotstavljaju protjecanju struje.

Odnos elektromotornih sila i padova napona koji nastaju na otporima definiran je u II Kirchhoffovu zakonu:

Zbroj svih elektromotornih sila u zatvorenom strujnom krugu jednak je zbroju svih padova napona u tom krugu.

Ako elektromotorne sile svih izvora ne djeluju u istom smjeru, tj. ako pozitivni pol svakog izvora nije spojen s negativnim polom slijedećeg izvora, onda se elektromotorne sile neće zbrajati, nego će se od elektromotornih sila jednog smjera oduzeti elektromotorne sile drugog smjera.

Primjer. Da li su na shemi (sl. 53) označene veličine otpora, napona i jakosti struje u skladu s II Kirchhoffovim zakonom, tj. da li je $\sum E = \sum u$?



a) Suma svih elektromotornih sila

$$\sum E = E_1 + E_2 - E_3$$

$$\sum E = 3 + 6 - 1,5 = 7,5 \text{ V}$$

b) Suma svih padova napona

$$\sum u = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + \dots + I \cdot R_{12}$$

$$\sum u = I \cdot (R_1 + R_2 + \dots + R_{12})$$

$$\sum u = 0,3 \cdot (0,3 + 2 + 0,1 + 7 + 0,25 + 0,5 + 0,1 + 9 + 0,15 + 4,4 + 0,2 + 1)$$

$$\sum u = 0,3 \cdot 25,00 = 7,5 \text{ V}$$

Sl. 53. Provjeravanje zadanih veličina

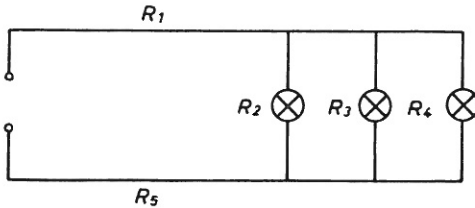
Zadaci

1. Da li elektromotorna sila od 12 V može tjerati struju jakosti 2,5 A kroz strujni krug u kojem se nalaze serijski spojeni otpori od 1,2 Ω , 1,5 Ω , 0,8 Ω , 2 Ω i 0,4 Ω ?
2. U strujnom krugu sa serijski spojenim otporima od 3 Ω , 5 Ω i 7 Ω djeluje izvor struje čija je elektromotorna sila 6 V. Kolika mora biti elektromotorna sila drugog izvora da zajedno s prvim izvorom može kroz strujni krug tjerati struju jakosti 1,5 A?
3. Tri otpornika od 2 Ω , 4 Ω i 6 Ω serijski su spojena na izvor čiji je napon na stezaljkama 36 V. Koliki je ukupni otpor, jakost struje i napon na pojedinim otpornicima?
4. Deset serijski spojenih članaka, od kojih svaki ima elektromotornu silu od 1,5 V i unutarnji otpor od 0,5 Ω , tjeraju struju kroz potrošač čiji je otpor 2,5 Ω . Kolika je ukupna elektromotorna sila izvora i kolika struja teče kroz trošilo?
5. Krajevi kliznog otpornika od 120 Ω priključeni su na napon od 65 V. Koliki napon dobijemo između klizača i jednog kraja otpornika, i klizača i drugog kraja otpornika ako klizač dijeli otpor otpornika u omjeru 2 : 1?
6. Koliki su naponi u zadatku 5, ako paralelno s prvim dijelom otpornika priključimo trošilo s otporom od 60 Ω ? (U prvom dijelu su sada dva paralelno spojena otpora, pa omjer više nije 2 : 1!)
7. Voltmetar ima mjerno područje 0,5 V i unutarnji otpor 50 Ω . Kako ćemo ga moći upotrijebiti za mjerenje napona do 100 V?
8. Koliko bi trebalo vezati u seriju galvanskih članaka, čija je pojedinačna elektromotorna sila 1,5 V i unutarnji otpor 2 Ω , da kroz strujni krug s vanjskim otporom od 8 Ω teče struja jakosti 0,45 A?
9. Dvije žarulje građene za 110 V imaju otpore od 200 Ω i 60 Ω . Koliki će napon dobiti pojedina žarulja kad ih serijski priključimo na napon od 220 V? Da li će tada normalno svijetliti?
10. Izvor struje ima elektromotornu silu od 2 V i unutarnji otpor od 0,8 Ω . Koliko jaka struja teče ako na taj izvor serijski priključimo otpore od 2 Ω , 4 Ω i 5 Ω ? Koliki je napon na stezaljkama izvora?
11. Automobilaska žarulja troši pri naponu od 6 V struju jakosti 5 A. Koliki otpor treba serijski spojiti sa žaruljom da bi se mogla priključiti na napon od 110 V?
12. Trošilo je građeno za napon od 24 V i jakost struje od 5 A. Kako ga možemo priključiti na napon od 110 V?
13. Kako ćemo na napon od 220 V priključiti žarulje građene za 24 V? Koliki će napon dobiti svaka žarulja?
14. Četiri jednaka akumulatora ($E = 2$ V, $R_n = 0,02$ Ω) spojena su jedanput serijski, a drugi put paralelno. Kolika je ukupna elektromotorna sila, jakost struje i napon na stezaljkama izvora u jednom i drugom slučaju ako je na te akumulatora priključeno trošilo s otporom 15 Ω ?
15. Žarulja čiji je otpor 85 Ω priključena je bakrenim vodom presjeka 1,5 mm² na 120 m udaljeni izvor čiji je napon na stezaljkama 220 V. Koliki je ukupni otpor u vanjskom krugu, kolika je jakost struje i koliki napon dobija žarulja?
16. Serijski s voltmetrom, čiji je mjerni opseg do 10 V i unutarnji otpor 800 Ω priključimo otpornik od 7200 Ω . Koliko je sada mjerno područje voltmetra?
17. Mjerno područje voltmetra čiji je unutarnji otpor 2500 Ω treba proširiti 20 puta. Koliki predotpornik treba uzeti?
18. Koliko je mjerno područje voltmetra kojem smo dodali predotpornik od 5000 Ω ako je njegovo osnovno mjerno područje bilo 20 V, a unutarnji otpor 2000 Ω ?

2.5. SLOŽENI STRUJNI KRUGOVI

2.5.1. Mješovito spajanje otpora

Mješovito spajanje je takvo spajanje pri kojem su otpori međusobno spojeni i serijski i paralelno. Takvo spajanje samih trošila dosta je rijetko, ali često imamo trošila spojena mješovito s nekim drugim otporima. Tako su, na primjer, paralelno spojena trošila serijski spojena s otporom dovodnih vodova, pa otpori vodova i otpori trošila sačinjavaju mješoviti spoj (sl. 54).

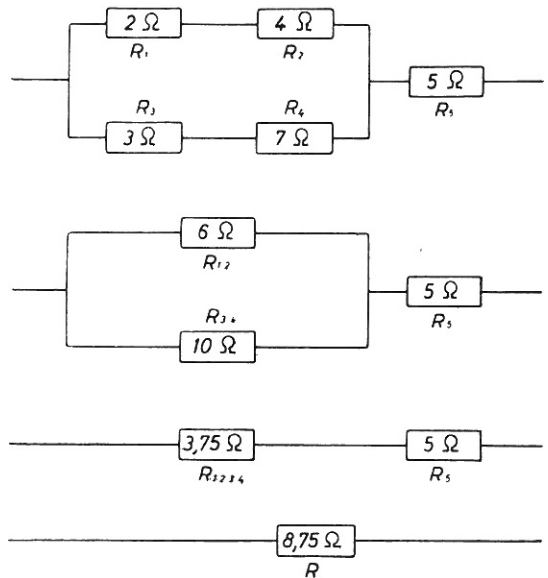


Sl. 54. Otpori vodova i otpori trošila mješovito su spojeni

Pri mješovitom spajanju ukupni se otpor izračuna tako da se najprije izračuna ukupni otpor pojedinih grupa paralelno ili serijski spojenih pojedinačnih otpora, zatim ukupni otpor tih grupa itd. Time se cijeli spoj postepeno dovodi na jednostavniji oblik. Pri tome je poželjno da se razvoj postupka shematski prikaže jer time postupak postaje pregledniji i sigurniji.

Primjer. Treba naći ukupni otpor pet mješovito spojenih otpora (sl. 55).

- a) $R_{12} = R_1 + R_2 = 2 + 4 = 6 \Omega$
 $R_{34} = R_3 + R_4 = 3 + 7 = 10 \Omega$
- b) $R_{1234} = \frac{R_{12} \cdot R_{34}}{R_{12} + R_{34}} = \frac{6 \cdot 10}{6 + 10} = \frac{60}{16}$
 $R_{1234} = 3,75 \Omega$
- c) $R = R_{1234} + R_5 = 3,75 + 5$
 $R = 8,75 \Omega$



Sl. 55. Shematskim prikazivanjem računskog postupka dobijemo preglednost i sigurnost pri rješavanju

2.5.2. Rješavanje složenijih zadataka

Pri rješavanju složenijih zadataka iz područja spajanja otpora potrebno je držati se izvjesnog redoslijeda koji ovisi o međusobnoj povezanosti zadanih i traženih veličina. I ovdje treba svoditi spoj postepeno na jednostavniji oblik, a kako se to izvodi, prikazat ćemo na konkretnom primjeru.

Primjer. Pet mješovito spojenih trošila priključeno je na napon od 24 V (sl. 56). Koliki je pad napona u pojedinim trošilima i kolika struja teče kroz svako trošilo?

- a) Izračunajte ukupni otpor tih pet trošila

$$R_{45} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12 \Omega$$

$$R_{345} = R_3 + R_{45} = 8 + 12 = 20 \Omega$$

$$R_{2345} = \frac{R_2 \cdot R_{345}}{R_2 + R_{345}} = \frac{60 \cdot 20}{60 + 20} = 15 \Omega$$

$$R = R_1 + R_{2345} = 25 + 15 = 40 \Omega$$

- b) Ukupna struja koja teče iz izvora

$$I = \frac{U}{R} = \frac{24}{40} = 0,6 \text{ A}$$

- c) Kroz otpor R_1 protječe sva struja

$$I_1 = 0,6 \text{ A}$$

pa će u njemu biti pad napona

$$U_1 = I_1 \cdot R_1 = 0,6 \cdot 25 = 15 \text{ V}$$

- d) U točki A struja se grana, pa jedan dio otječe kroz otpore R_{345} , a drugi dio kroz otpor R_2 . Budući da između točaka A i C djeluje preostali napon od 9 V (u otporu R_1 utrošeno je 15 V!), imamo

$$U_2 = 9 \text{ V}$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{9}{60} = 0,15 \text{ A}$$

- e) Otpori R_{345} također leže između točaka A i C, pa i oni dobijaju napon od 9 V. Jakost struje kroz tu granu bit će

$$I_{345} = \frac{U_{345}}{R_{345}} = \frac{9}{20} = 0,45 \text{ A}$$

- f) Kroz otpor R_3 protječe ta cijela struja

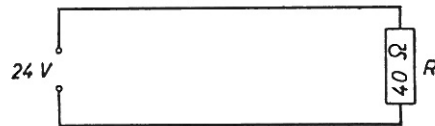
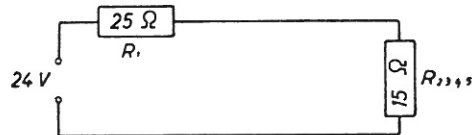
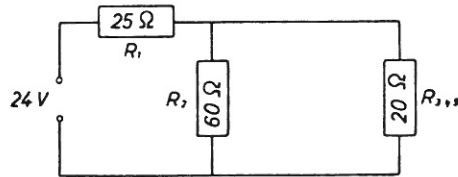
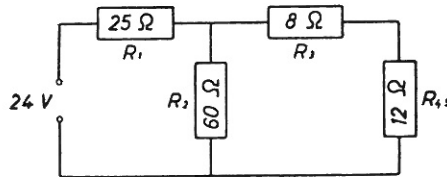
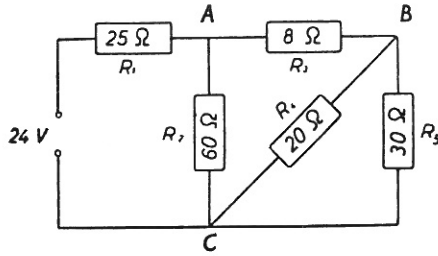
$$I_3 = 0,45 \text{ A}$$

pa u njemu nastaje pad napona

$$U_3 = I_3 \cdot R_3 = 0,45 \cdot 8 = 3,6 \text{ V}$$

- g) U točki B struja se grana, pa jedan dio struje protječe kroz R_4 , a drugi kroz R_5 . Budući da je u R_3 došlo do pada napona od 3,6 V, između točaka B i C ostaje napon

$$U_4 = U_5 = 9 - 3,6 = 5,4 \text{ V}$$



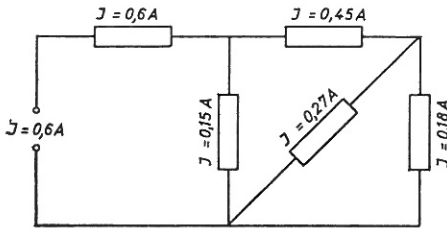
Sl. 56. Postupak pri izračunavanju ukupnog otpora mješovito spojenih otpora

Struje kroz te otpore bit će

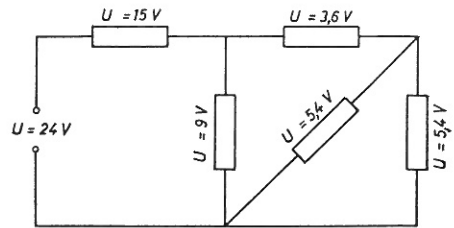
$$I_4 = \frac{U_4}{R_4} = \frac{5,4}{20} = 0,27 \text{ A}$$

$$I_5 = \frac{U_5}{R_5} = \frac{5,4}{30} = 0,18 \text{ A}$$

h) Da bismo bolje uočili dobiveno grananje struje i podjelu napona, nacrtajmo shematski pregled dobivenih rezultata (sl. 57. i sl. 58).



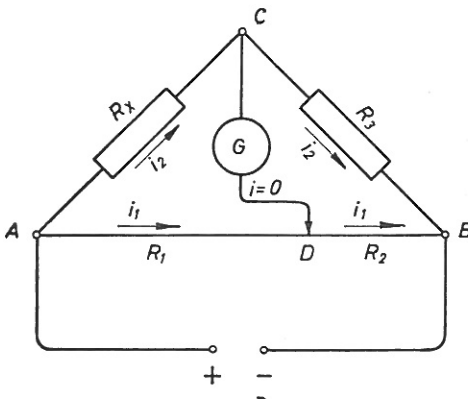
Sl. 57. Struje u složenom strujnom krugu



Sl. 58. Naponi u složenom strujnom krugu

2.5.3. Wheatstoneov most¹⁴

Wheatstoneov most je spoj četiri mješovito spojenih otpora (R_1 R_2 R_3 R_x). Radi na principu dijeljenja napona, a služi za točno mjerenje nekog otpora. Sastoji se od dvije grane (ADB i ACB — sl. 59). U prvoj grani je otporna žica čiji se otpor klizačem D može dijeliti na otpore R_1 i R_2 , a u drugoj grani je nepoznati otpor R_x i poznati otpor R_3 . Prema tome, u prvoj se grani može dobiti omjer otpora ($R_1 : R_2$) pomicanjem klizača mijenjati, dok je u drugoj grani omjer $R_3 : R_x$ stalan. Obje diobene točke (C i D) spojene su preko osjetljivog galvanometra G .



Sl. 59. Shema Wheatstoneova mosta

Klizač D pomičemo po žici AB tako dugo dok nam kazaljka galvanometra ne dođe na nulu. To znači da između točaka C i D ne teče struja, tj. da su potencijali točaka C i D jednaki. Potencijali tih točaka mogu biti jednaki samo onda ako je pad napona od A do C jednak padu napona od A do D

$$i_1 \cdot R_1 = i_2 \cdot R_x$$

Tada će i pad napona od točaka C i D do zajedničke točke B biti jednak

$$i_1 \cdot R_2 = i_2 \cdot R_3$$

¹⁴ **Wheatstone**, Charles [Vitston], engleski fizičar (1802—1875), konstruirao više naprava s različitim područja fizike i razradio svoju metodu mjerenja električnih otpora.

Ako te dvije jednačbe podijelimo, dobijemo

$$\frac{i_1 \cdot R_1}{i_1 \cdot R_2} = \frac{i_2 \cdot R_x}{i_2 \cdot R_3} \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_x}{R_3} \quad R_x = R_3 \frac{R_1}{R_2}$$

Budući da je otpor žice razmjernan s duljinom te žice, možemo uvesti

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\overline{AD}}{\overline{DB}}$$

pa dobijemo

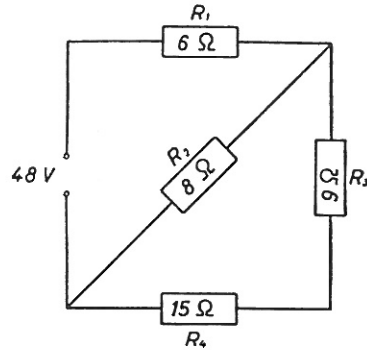
$$R_x = R_3 \cdot \frac{\overline{AD}}{\overline{DB}}$$

gdje je R_x ... nepoznati otpor (Ω)
 R_3 ... poznati otpor (Ω)
 \overline{AD} ... duljina žice od početka do klizača
 \overline{DB} ... duljina žice od klizača do kraja

Prema tome, nepoznati otpor izračunamo tako da poznati otpor pomnožimo s kvocijentom udaljenosti klizača od krajeva žice. Pri tome treba u brojnik staviti onu udaljenost klizača koja je s one strane gdje je nepoznati otpor!

Zadaci

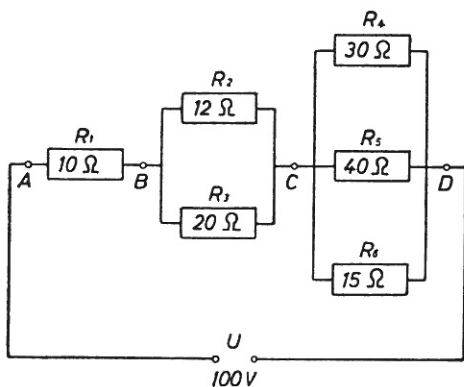
1. Koliki je ukupni otpor koji izvor na sl. 60 treba svladati? Kolika je ukupna jakost struje, a kolika jakost struje kroz pojedine otpore?
2. Ako imamo na raspolaganju 3 otpornika ($R_1 = 6 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$, $R_3 = 30 \Omega$), možemo spajanjem 2 ili 3 otpornika dobiti 14 različitih vrijednosti ukupnog otpora. Nacrtajte načine na koje se mogu spajati ti otpornici i izračunajte njihov ukupni otpor u svakom tom primjeru.



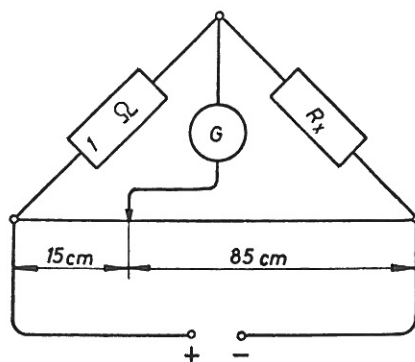
Sl. 60. Mješoviti spoj otpora iz zadatka 1

3. Koliki bi bio ukupni otpor u primjeru na st. 48 kad u sklopu ne bi bilo otpora R_4 ?
4. Koliki bi bio ukupni otpor u primjeru na str. 48 kad bi se spojni vod između R_1 i R_2 i spojni vod između R_3 i R_4 međusobno spojili?
5. Koliki je pad napona u pojedinim otpornicima i kolika struja teče kroz svaki otpornik ako je u primjeru na str. 49 $R_5 = 5 \Omega$, a napon izvora 28 V?
6. Koliki je pad napona u pojedinim otpornicima i kolika struja teče kroz svaki otpornik ako u primjeru na str. 49 nema otpornika R_3 , a otpornik $R_1 = 15 \Omega$?
7. Koliki je ukupni otpor 6 mješovito spojenih otpora na sl. 61? Koliki napon vlada između točaka A i B, B i C, C i D? Kolika je jakost struje kroz pojedine otpore?

8. Koliki je otpor otporne žice kuhala (R_x) ako su pri mjerenju Wheatstoneovim mostom dobivene veličine na sl. 62? Kolika je duljina te žice ako je izrađena od nikelina, a ima presjek $0,5 \text{ mm}^2$?
9. U kojem omjeru dijeli klizač Wheatstoneova mosta mjernu žicu ako je poznati otpor u mostu 10Ω , a nepoznati otpor je žica od kantala presjeka $0,4 \text{ mm}^2$ i duljine 4 m ?



Sl. 61. Mješoviti spoj otpora iz zadatka 7



Sl. 62. Određivanje otpora pomoću Wheatstoneova mosta

3. ENERGIJA, RAD, SNAGA

3.1. MEHANIČKA ENERGIJA

3.1.1. Pojam sile

Do pokretanja, zaustavljanja ili promjene brzine tijela može doći samo djelovanjem neke sile. Sila je uzrok svakoj promjeni stanja tijela. Tijelo nastoji zadržati svoje stanje mirovanja ili svoje jednoliko pravocrtno gibanje, ako na njega ne djeluje nikakva sila. To je I. Newtonov zakon mehanike («princip tromosti ili inercije»).

Ako na tijelo djeluje stalna sila, ono će se gibati sve brže, tj. dobijati će ubrzanje ili akceleraciju. Ubrzanje će biti to veće što je veća sila, a manja masa tijela.

Jedinica za mjerenje sile je njutn¹⁵ (1 N).

Jedan njutn je sila koja masi od jednog kilograma daje ubrzanje od jednog metra u sekundi.

U starijoj stručnoj literaturi se kao jedinica za silu ponekad upotrebljava kilopond (1 kp = 9,81 N). Ta jedinica ne pripada SI-sistemu, pa je stoga njezina upotreba danas zabranjena.

3.1.2. Mehanički rad

Ako hoćemo dignuti neki teret, pokrenuti ili zaustaviti neko tijelo ili općenito savladati neki otpor, trebamo izvršiti neki rad, odnosno utrošiti neku energiju. Pri gibanju nekog tijela izvršeni mehanički rad bit će to veći što smo upotrijebili veću silu i što je bio dulji put na kojem je ta sila djelovala. Mehanički rad je svladavanje otpora duž nekog puta, pa je stoga jednak produktu upotrijebljene sile i puta.

Jedinica za mjerenje rada je džul¹⁶ (1 J).

Jedan džul je rad koji izvrši sila od jednog njutna na putu od jednog metra.

Ponekad se u praksi upotrebljava stara jedinica za rad: kilopondmetar (1 kpm = 9,81 J), iako njezina upotreba danas više nije dozvoljena.

¹⁵ Newton, Isaac [Njutn], engleski fizičar, matematičar i astronom (1642–1727), dao veliki doprinos mnogim područjima znanosti, ali su mu najznačajnija otkrića na području fizike.

¹⁶ Joule, James Prescott [Džul], engleski fizičar (1818–1889), proučavao pretvorbe jednog oblika energije u drugi i odredio mehanički ekvivalent topline.

3.1.3. Mehanička energija

Energija je sposobnost nekog tijela da izvrši neki rad. Tijelo može imati potencijalnu i kinetičku energiju. Potencijalnu energiju ima tijelo uslijed svog višeg položaja (voda iza brane, kamen u zraku) ili posebnog stanja (sabijen plin, nategnuta opruga). Kinetičku energiju ima tijelo uslijed svoje brzine (voda u gibanju, ispaljeni metak).

Energiju tijela možemo povećati utroškom nekog rada. Tako, na primjer, dizanjem predmeta trošimo rad, ali istovremeno povećavamo potencijalnu energiju tog predmeta. Međutim, može biti i obrnuto: tijelo može izvršiti neki rad, ali se pri tome smanjuje njegova energija (nategnuta opruga pri popuštanju pomiče neko tijelo). Vidimo, dakle, da su energija i rad usko povezani, da jedno može prelaziti u drugo, pa je razumljivo da se za mjerenje energije upotrebljavaju iste jedinice kao i za mjerenje rada (džul, odnosno kilopondmetar).

3.1.4. Zakon o održanju energije

Potencijalna energija tijela može prelaziti u kinetičku energiju (npr. kamen pri padanju — sve niži položaj — sve veća brzina), a kinetička energija u potencijalnu (hitac uvis — sve viši položaj — sve manja brzina). Međutim, osim ovih dvaju oblika mehaničke energije postoje i drugi oblici energije kao što su električna, toplinska, kemijska, atomska i dr.

U svim pojavama u životu imamo prijelaze energije s jednog tijela na drugo ili prijelaze jednog oblika energije u drugi. Tako, na primjer, kemijska energija ugljena u električnoj centrali prelazi pri sagorijevanju u toplinsku energiju, zagrijavanjem vode stvara se u kotlu potencijalna energija pare, potencijalna energija pare u turbini prelazi u kinetičku energiju, kinetička energija pretvara se u generatoru u električnu energiju itd. Pri tome uvijek vrijedi jedan od osnovnih zakona fizike — zakon o održanju energije.

Energija se ne može uništiti niti ni iz čega stvoriti, energija može samo prelaziti iz jednog oblika u drugi.

3.1.5. Mehanička snaga

Jednaki rad može sila izvršiti u kraćem ili duljem vremenu. Jedan vagon tereta istovarit će neka dizalica za jedan sat, a drugoj će za taj rad trebati 5 sati. Koliko će vremena trebati, ovisi o njezinoj snazi. Zato možemo reći: **Snaga je rad izvršen u jedinici vremena** (tj. u jednoj sekundi). Prema tome, snaga je to veća što je određeni rad izvršen u kraćem vremenu.

Jedinica za mjerenje snage je **vat**¹⁷ (1 W).

Jedan vat je snaga koja u jednoj sekundi izvrši rad od jednog džula.

Tisuću puta veća jedinica je kilovat (1 kW). U tehnici se ponekad kao jedinica za snagu upotrebljava **kilopondmetar u sekundi** (1 kpm/s) i **konjska snaga** (1 KS).

$$1 \text{ KS} = 75 \text{ kpm/s} = 0,736 \text{ kW}$$

¹⁷ **Watt**, James [Vat], engleski izumitelj (1736—1819), dao niz izuma na području parnog stroja.

Primjer. Koliko je konjskih snaga 10 kpm/s? Koliko je to vata?

$$\begin{aligned} \text{a) } 1 \text{ kpm/s} &= \frac{1}{75} \text{ KS} = 0,0133 \text{ KS} \\ 10 \text{ kpm/s} &= 10 \cdot 0,0133 = \mathbf{0,133 \text{ KS}} \\ \text{b) } 1 \text{ kpm/s} &= \frac{0,736}{75} \text{ kW} = \frac{736}{75} \text{ W} = 9,81 \text{ W} \\ 10 \text{ kpm/s} &= 10 \cdot 9,81 = \mathbf{98,1 \text{ W}} \end{aligned}$$

3.1.6. Korisnost (Stupanj učinka)

Prema zakonu o održanju energije, energija prelazi iz jednog oblika u drugi. Taj prijelaz vrši se u raznovrsnim strojevima i uređajima koji su konstruirani za prijelaz jednog određenog oblika energije u drugi određeni oblik energije. U praksi, međutim, pri tome nikada ne prijeđe sva energija u onaj oblik koji želimo. U elektromotoru, na primjer, ne prelazi sva električna energija u mehaničku, nego jedan dio prelazi u neželjenu toplinsku energiju uslijed trenja u ležajima, otpora u namotima, vrtložnih struja u jezgrama i dr. Prema tome, jedan dio utrošene energije »gubimo«, odnosno ne dobijamo je natrag u onom obliku koji nam je potreban. Jasno je da je poželjno da taj dio bude što manji. Koliko pojedini stroj ili uređaj iskorištava primljenu energiju, pokazuje nam njegova korisnost.

Korisnost nekog stroja je omjer između snage koju taj stroj daje (korisna snaga) i snage koju prima (uložena snaga).

$$\eta = \frac{P_d}{P}$$

gdje je η . . . korisnost
 P_d . . . snaga koju stroj daje
 P . . . snaga koju stroj prima

Korisnost se može prikazati i kao omjer energije koju stroj daje i energije koju stroj prima

$$\eta = \frac{W_d}{W}$$

Korisnost je uvijek manja od 1 jer nema idealnih strojeva, tj. nema strojeva koji bi radili bez »gubitaka« energije.

Primjer. Koliku korisnu snagu daje elektromotor koji prima ukupnu snagu od 12,6 KS, a radi s korisnošću 0,9?

$$\begin{aligned} P &= 12,6 \text{ KS} & \eta &= \frac{P_d}{P} & P_d &= \eta \cdot P \\ \eta &= 0,9 & & & P_d &= 0,9 \cdot 12,6 = \mathbf{11,34 \text{ KS} = 8,346 \text{ kW}} \\ P_d &= ? & & & & \end{aligned}$$

3.1.7. Sistemi mjera i jedinica

Nekada su se pri mjerenju u znanosti i tehnici upotrebljavale različite jedinice koje nisu bile međusobno povezane u neke sisteme mjera. Sve veća međusobna povezanost raznovrsnih znanstvenih područja i sve uža suradnja između znanstvenih ustanova zahtijevala je sve više utvrđivanje jedinstvenog sistema mjera kojeg bi se obavezno morali svi držati. Tako su se pojavili sistemi mjera koji se temelje na nekoliko osnovnih jedinica, a ostale jedinice su iz njih izvedene. Prema odabranim osnovnim jedinicama, sisteme jedinica možemo ovako podijeliti:

a) **Tehnički sistem jedinica** ima kao osnovne jedinice jedinicu za duljinu (metar), jedinicu za silu (kilopond) i jedinicu za vrijeme (sekunda), pa ga stoga nekad zovu metar-kilopond-sekunda sistem ili kraće **MKpS-sistem**. Do prije kratkog vremena taj se sistem gotovo isključivo upotrebljavao u tehnici.

b) **Fizikalni sistem jedinica** ima kao osnovne jedinice jedinicu za duljinu (centimetar), jedinicu za masu (gram) i jedinicu za vrijeme (sekunda), pa ga zovemo i **CGS-sistem**. On se upotrebljava u znanosti jer je pri znanstvenim mjerenjima prikladnije uzimati masu nego silu.

c) **Praktični sistem jedinica** je u stvari fizikalni sistem čije su jedinice po veličini prilagođene praktičnim potrebama. Kao osnovne jedinice jesu metar, kilogram i sekunda, pa ga zovemo **MKS-sistem**.

d) **Međunarodni sistem jedinica** praktični je sustav jedinica proširen s još tri osnovne jedinice. Uz **metar**, **kilogram** i **sekundu** određena je poslije II svjetskog rata kao četvrta osnovna jedinica **amper** (za jakost struje), a kasnije je uvedena kao peta i šesta osnovna jedinica **kelvin** (za temperaturu) i **kandela** (za jakost svjetlosti). Ovaj sustav obuhvaća jedinice sa svih područja znanosti jer se iz navedenih osnovnih jedinica mogu izvesti sve ostale. Prema početnim slovima svog službenog naziva¹⁸ zove se **SI-sistem**.

Zbog svoje svestranosti i praktičnosti Međunarodni sistem je odlukom Međunarodnog komiteta za utege i mjere određen kao jedinstveni sistem obavezan za sve države koje su potpisale međunarodni sporazum o mjerama i utezima. Budući da je i naša zemlja potpisala taj sporazum, obavezni smo primjenjivati taj sistem u znanosti i tehnici. Stoga ćemo u ovoj knjizi uzimati jedinice iz tog sistema, ali ćemo usput spomenuti i neke druge jedinice koje se u praksi još uvijek upotrebljavaju.

3.1.8. Pregled mehaničkih jedinica

Mehanička veličina	Simbol	Međunarodni sistem		Tehnički sistem		Odnos između jedinica
		Jedinica	Simbol	Jedinica	Simbol	
duljina	l	metar	m	metar	m	— — —
masa	m	kilogram	kg		kps ² /m	1 kps ² /m = 9,81 kg
vrijeme	t	sekunda	s	sekunda	s	
sila	F	njutn	N	kilopond	kp	1 kp = 9,81 N
energija	W	džul	J	kilopond-metar	kpm	1 kpm = 9,81 J
rad	A, W	džul	J	kilopond-metar	kpm	1 kpm = 9,81 J
snaga	P	vat	W	kilopond-metar po sekundi	kpm/s	1 kpm/s = 9,81 W

¹⁸ »Système International des Unités«

Zadaci

1. Izrazite u kilopondima silu
a) 3,4 N b) 0,07 N c) 125,62 N
2. Iskažite u jedinicama tehničkog sistema
a) 0,72 J b) 0,005 J c) 38,4 J
3. Da bi izvršio rad od 12,4 kpm, neki stroj utroši energiju od 150 J. Kolika je njegova korisnost?
4. Elektromotor radi s korisnošću 0,84. Koliku snagu u kpm/s daje ako troši 1,54 kW?

3.2. ELEKTRIČNA ENERGIJA

3.2.1. Električna energija

Vidjeli smo da energije u prirodi ima u različitim oblicima i da je jedan njezin oblik električna energija. Nosilac električne energije je električna struja.

Električna energija daje električnoj struji sposobnost da može vršiti neki rad

Električna energija nastaje u izvorima struje iz drugih oblika energije. Tako, na primjer, u galvanskim člancima električnu energiju dobijemo iz kemijske energije, u električnim generatorima iz mehaničke energije, u termoelementima iz toplinske energije itd.

Kao i svaka druga energija, i električna energija može prelaziti u druge oblike. Taj prijelaz električne energije vrši se u električnim trošilima. U električnom grijalu električna energija prelazi u toplinsku energiju, u elektromotoru u mehaničku energiju, pri punjenju akumulatora u kemijsku energiju itd.

Budući da je energija u biti jedinstvena, a samo su njezini vanjski oblici različiti, sve se vrste energija označavaju istim simbolom i mjere istom jedinicom. Prema tome, i električna energija ima simbol W , a osnovna jedinica za njezino mjerenje je džul (1 J).

3.2.2. Električni rad

Treba razlikovati energiju od rada. Energija je sposobnost vršenja nekog rada, dok je rad posljedica koja je omogućena tom sposobnošću. Npr. iskustvo nam pokazuje da je električna struja sposobna vršiti rad, a to znači da posjeduje energiju. Korištenjem svoje energije električna struja vrši rad koji se očituje u obliku raznovrsnih učinaka (toplinskog, svjetlosnog, kemijskog itd.)

Vrijednost rada koji električna struja izvrši u nekom trošilu ovisna je o količini elektriciteta koja je prošla kroz to trošilo i o naponu koji je za to bio potreban.

Budući da je količina elektriciteta jednaka umnošku jakosti struje i vremena ($Q = I \cdot t$), veličinu električnog rada dobijemo po formuli

$$A = U \cdot I \cdot t$$

gdje je A . . . električni rad (J)
 U . . . električni napon (V)
 I . . . jakost struje (A)
 t . . . vrijeme (s)

3.2.3. Električna snaga

Iz poglavlja o mehaničkoj energiji znamo da je snaga rad izvršen u jedinici vremena. To isto vrijedi i za električnu energiju.

Električna snaga je električni rad izvršen u jedinici vremena.

Prema tome, električnu snagu možemo izračunati tako da električni rad izvršen u nekom vremenu podijelimo s tim vremenom

$$P = \frac{A}{t} = \frac{I \cdot U \cdot t}{t} = I \cdot U$$

$$P = I \cdot U$$

gdje je P . . . električna snaga (W)
 I . . . jakost struje (A)
 U . . . električni napon (V)

Iz dobivene formule vidimo da će snaga električne struje biti to veća što je veća njezina jakost i veći napon. Međutim, električna snaga nije samo veličina koja određuje izvjesno svojstvo struje nego se njome označava i svojstvo trošila. Na električnim trošilima, uz ostale podatke, navedena je i tzv. **nominalna snaga** tog trošila. Nominalna snaga nekog trošila ovisi o najvećoj jakosti struje i o najvećem naponu koji to trošilo može podnijeti da ne bude oštećeno. Međutim, stvarna snaga trošila u radu može biti manja od označene nominalne snage ako trošilo nije priključeno na nominalni napon. Npr., na električnoj žarulji je označena nominalna snaga 40 W i nominalni napon 220 V. Ako iz mreže umjesto 220 V dobivamo samo 200 V, stvarna snaga žarulje pri tom naponu bit će samo 33 W.

Ako u osnovnu formulu za električnu snagu uvrstimo za jakost struje odgovarajuću vrijednost iz Ohmova zakona, dobijemo drugi oblik formule za snagu

$$P = U \cdot I = U \cdot \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R}$$

$$P = \frac{U^2}{R}$$

Ako mjesto napona uvrstimo vrijednost za napon ($U = I \cdot R$), dobijemo

$$P = U \cdot I = I \cdot R \cdot I = I^2 \cdot R$$

$$P = I^2 \cdot R$$

Sve te formule za električnu snagu, kao i formula za električni rad, vrijede u ovim oblicima samo za istosmjernu struju i u nekim slučajevima za izmjeničnu struju. U drugim slučajevima te se formule moraju proširiti, o čemu će biti govora kasnije.

3.2.4. Jedinice za mjerenje električne snage

Električna i mehanička energija u biti su ista energija koja se pojavljuje u dva različita oblika. Stoga se i jedna i druga energija mogu mjeriti istim jedinicama, tj. jedinice navedene za mehaničku energiju vrijede i za električnu energiju.

Prema tome, jedinica za mjerenje električne snage je vat (1 W). Iz osnovne formule za električnu snagu ($P = I \cdot U$) izlazi da

trošilo ima snagu od jednog vata ako kroz njega teče struja jakosti jednog ampera pri naponu od jednog volta.

U praksi se često upotrebljava veća jedinica za snagu — kilovat (1 kW).

$$1 \text{ kW} = 1000 \text{ W} = 1,36 \text{ KS}$$

Primjer. Generator istosmjerne struje za 220 V može se opteretiti strujom od 500 A. Koliku električnu snagu daje taj generator?

$U = 220 \text{ V}$	$P = U \cdot I$
$I = 500 \text{ A}$	$P = 220 \cdot 500$
<hr/>	$P = 110\,000 \text{ W} = 110 \text{ kW}$
$P = ?$	

3.2.5. Jedinica za mjerenje električnog rada

Jedinica za mjerenje električnog rada je džul (1 J). Jedan džul je rad koji izvrši struja snage jednog vata u jednoj sekundi,

stoga se u elektrotehnici džul često naziva vat-sekunda (1 Ws). Džul ili vat-sekunda je vrlo mala jedinica, pa se u praksi upotrebljavaju veće jedinice od kojih je najčešća kilovat-sat (1 kWh).

$$1 \text{ kWh} = 3\,600\,000 \text{ Ws} = 3\,600\,000 \text{ J}$$

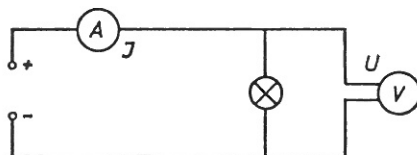
Primjer. Koliki se električni rad utroši za vrijeme 2 sata u ploči štednjaka ako je njezina snaga 500 W?

$P = 0,5 \text{ kW}$	$A = I \cdot U \cdot t$
$t = 2 \text{ h}$	$A = P \cdot t$
<hr/>	$A = 0,5 \cdot 2 = 1 \text{ kWh}$
$A = ?$	

3.2.6. Mjerenje električne snage

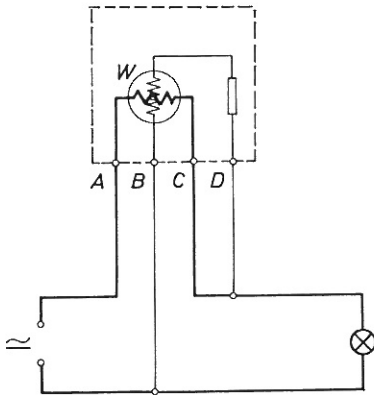
a) Snaga istosmjerne struje može se indirektno odrediti iz izmjerene jakosti struje i napona. Ampermetar uključimo serijski, a voltmetar paralelno s trošilom (sl. 63). Električnu snagu dobijemo množenjem jakosti struje i napona prema formuli za snagu

$$P = U \cdot I$$

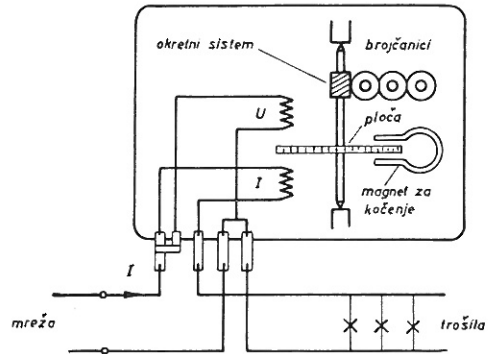


Sl. 63. Električna snaga može se izračunati iz izmjerenog napona i jakosti struje

b) **Snagu istosmjerne i izmjenične struje možemo izravno mjeriti vatmetrom (sl. 64).** Vatmetar ima 2 svitka (strujni i naponski) i 4 priključnice od kojih se dvije uključuju serijski (AC), a dvije paralelno (BD) s trošilom. Jakost struje koja prolazi kroz trošilo prolazi i kroz strujni svitak, a napon koji dobiva trošilo dobiva i naponski svitak. Nastala magnetska polja u svicima djeluju na zajedničku kazaljku, pa će otklon te kazaljke biti veći što je jaća struja i veći napon koji dobiva trošilo, tj. što je veća snaga trošila.



Sl. 64. Vatmetar mjeri snagu električne struje



Sl. 65. Električno brojilo mjeri električni rad

3.2.7. Mjerenje električnog rada

Električni rad ili električnu energiju mjerimo pomoću električnih brojila. U njima električna struja izaziva okretanje okrugle aluminijske pločice, a to se okretanje prenosi pomoću posebnog mehanizma na brojčanik.

Što je veća snaga struje, okretanje će biti brže, pa će se i vrijednost na brojčaniku brže mijenjati. Ukupna promjena vrijednosti na brojčaniku ovisi, prema tome, o snazi struje i o vremenu, tj. o električnom radu (sl. 65).

3.2.8 Mjerenje snage pomoću električnog brojila

Električno brojilo može služiti i za indirektno mjerenje snage nekog trošila. Ako želimo znati snagu nekog trošila, uključit ćemo u stanu samo to trošilo, i brojilo će mjeriti samo energiju koju troši to trošilo. Svako brojilo ima tablicu na kojoj je među ostalim podatak o broju okreta koje aluminijska okrugla ploča brojila izvrši pri svakom potrošenom kWh energije. Ta aluminijska ploča može se vidjeti i njezino okretanje brojiti kroz stakleni prozorčić na brojilu. Iz broja njezinih okreta kroz neko vrijeme (2, 3, 5 ili više minuta) i broja okreta označenih na tablici može se izračunati snaga priključenog trošila.

Primjer. Kolika je snaga priključenog trošila ako se ploča brojila okrene za 5 minuta 65 puta? Na tablici brojila je podatak 1500 okr/kWh.

- a) Ako se ploča okrenula za 5 minuta 65 puta, onda će se za 1 sat okrenuti 12 puta više

$$n = 12 \cdot 65 = 780 \text{ okr/h}$$

- b) Kad bi snaga trošila bila 1 kW, ploča bi izvršila prema podatku na tablici

$$N = 1500 \text{ okr/h.}$$

- c) Budući da naše trošilo izaziva samo 780 okr/h, njegova je snaga manja od 1 kWh, tj.

$$P = \frac{n}{N} = \frac{780}{1500} = 0,52 \text{ kW} = 520 \text{ W}$$

Zadaci

1. Kad u stanu uključimo samo električnu peć, okrugla ploča električnog brojila okrene se za 2 minute 30 puta. Kolika je snaga te peći ako na tablici električnog brojila piše 750 okr/kWh?
2. Na tablici električnog brojila piše 1000 okr/kWh (ili 1000 v/kWh). Kolika je snaga električne žarulje koja uključena 10 minuta uzrokuje 16 okreta ploče na tom brojilu?
3. Koliki je električni otpor žarulje od 100 W i kolika je jakost struje koja kroz nju prolazi pri naponu od 220 V?
4. Elektromotor istosmjerne struje treba pri 220 V dati snagu od 35 KS. Kolika je jakost struje ako je njegova korisnost $\eta = 0,8$?
5. Električno brojilo ima u tablici označeno 750 okr/kWh. Kolika je snaga priključenog trošila ako se aluminijska ploča brojila okrene 24 puta za 3 minute?
6. Džepna baterija stoji 180 d, a može davati struju jakosti 0,5 A uz prosječni napon od 4 V kroz 5 sati. Koliko stoji 1 kWh električne energije iz džepne baterije?
7. Trošilo otpora 45 Ω priključeno je na napon od 220 V. Kolika je snaga trošila pri tom naponu, a kolika je snaga kad dođe do pada napona za 10%?
8. Kolika je prosječna jakost struje kroz trošilo koje je priključeno 33 minute na napon od 220 V ako brojilo kroz to vrijeme pokaže potrošak od 0,8 kWh električne energije?
9. Koliko jaku struju uzima iz mreže žarulja od 60 W pri naponu od 220 V?
10. Kolika je korisnost elektromotora koji pri 220 V uzima struju od 10 A, a daje snagu od 2,4 KS?
11. Kroz otpor od 1,2 Ω teče 20 minuta struja jakosti 6 A. Koliko je električne energije kroz to vrijeme potrošeno?
12. Grijača spirala kuhala ima otpor od 40 Ω . Koliko jaku struju uzima kuhalo ako ga priključimo na napon od 110 V? Kolika je njegova snaga?
13. Koliko dugo treba svijetliti žarulja od 40 W da bi potrošila 1 kWh električne energije?
14. Koliki je napon na koji je priključeno trošilo čiji je otpor 15 Ω , a ima snagu 1,2 kW?
15. Koliko metara žice od kromnikla ($\rho = 1,1 \text{ } \Omega\text{mm}^2/\text{m}$) presjeka 0,1256 mm², treba uzeti za grijaču spiralu električnog grijala da bi ono pri naponu od 220 V imalo snagu od 400 W? (Temperatura užarene spirale je oko 1000°C.)
16. Žarulje od 100 W i 200 W spojene su serijski na napon od 220 V. Kolika je jakost struje i koliki su padovi napona na tim žaruljama?

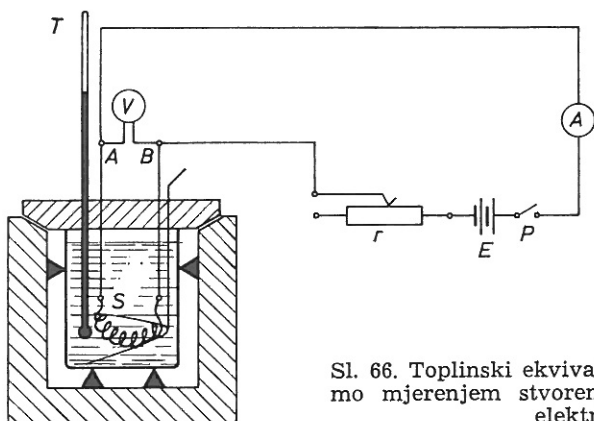
3.3. TOPLINSKI UČINCI ELEKTRIČNE STRUJE

3.3.1. Prijelaz električne u toplinsku energiju

Iz svakodnevnog iskustva znamo da električna energija može prelaziti u toplinsku energiju. Taj prijelaz vrši se u raznovrsnim elektrotoplinskim uređajima kao što su električne peći, glačala, bojleri i dr. Postavlja se pitanje u kojem se omjeru vrši taj prijelaz, tj. koliko toplinske energije dobijemo iz određene količine električne energije? Odgovor je lak ako uzmemo u obzir da je džul jedinica za sve oblike energije i da količina energije prije i poslije prijelaza ostaje ista. Prema tome,

jedan džul električne energije daje jedan džul toplinske energije.

Međutim, danas se još uvijek u praksi toplinska energija mjeri kalorijama, pa treba znati koliko kalorija toplinske energije daje jedan džul električne energije. Odgovor na to pitanje dat će nam ovaj pokus.



Sl. 66. Toplinski ekvivalent električne energije dobijemo mjerenjem stvorene količine topline i utrošene električne energije

3.3.2. Toplinski ekvivalent električne energije

Pokus

U kalorimetar (sl. 66) stavimo određenu količinu vode, a zatim u nju uronimo spiralu otporne žice (S) koja je pomoću dva priključka (A i B) učvršćena na poklopcu kalorimetra i spojena s izvorom struje. Kad smo na termometru (T) očitali početnu temperaturu vode, uključimo izvjesno vrijeme struju. Iz izmjerene jakosti struje, napona i vremena možemo izračunati utrošenu električnu energiju u džulima (vat-sekundama)

$$W = U \cdot I \cdot t$$

a iz povišenja temperature vode, količine vode i specifične topline vode daje se odrediti dobivena toplinska energija u kalorijama prema formuli

$$Q = m \cdot c \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)$$

gdje je Q . . . količina topline (cal)
 m . . . količina vode (g)
 c . . . specifična toplota vode (cal/g °C)
 ϑ_1 . . . početna temperatura vode (°C)
 ϑ_2 . . . konačna temperatura vode (°C)

Zaključak

Ma koliku uzeli količinu vode, jakost struje, napon ili vrijeme, vrijednost omjera Q/W bit će uvijek ista. Ona će uvijek biti 0,24. To znači da ćemo uvijek iz jedne vatsekunde tj.

iz jednog džula električne energije dobiti 0,24 kalorija topline. Taj broj zove se toplinski ekvivalent električne energije.

3.3.3. Jouleov zakon

U izvedenom eksperimentu količina utrošene električne energije dana je formulom $W = U \cdot I \cdot t$. Budući da je u kalorimetru sva električna energija pretvorena u toplinsku energiju ($W = Q$), možemo pisati

$$Q = U \cdot I \cdot t$$

gdje je Q . . . količina topline u džulima ili vat-sekundama

tj. količina stvorene topline u nekom otporu bit će to veća što je veći napon na tom otporu, što je jača struja kroz taj otpor i što je dulje vrijeme protjecanja struje.

Ako želimo dobiti količinu topline u gramkalorijama (cal), onda gornji izraz treba pomnožiti s toplinskim ekvivalentom električne energije tj. sa 0,24 pa dobijemo

$$Q = 0,24 \cdot U \cdot I \cdot t$$

gdje je Q . . . količina topline u gram-kalorijama

Količina topline koja nastaje u nekom otporu razmjerna je s jakošću struje, naponom i vremenom.

Gornja formula i definicija daju nam Jouleov zakon. On se može prikazati i u drugom obliku ako se mjesto $U \cdot I$ uvrsti drugi izraz za električnu snagu npr. $I^2 \cdot R$

$$Q = 0,24 \cdot I^2 \cdot R \cdot t$$

gdje je Q . . . količina topline u gramkalorijama

Količina topline koja nastaje u nekom otporu razmjerna je s kvadratom jakosti struje, otporom i vremenom.

Primjer. Koliko topline nastane u otporu od 50Ω ako kroz njega teče struja jakosti $4,5 \text{ A}$ za vrijeme 15 minuta?

$$R = 50 \Omega$$

$$I = 4,5 \text{ A}$$

$$t = 900 \text{ s}$$

$$Q = ?$$

$$Q = 0,24 \cdot I^2 \cdot R \cdot t$$

$$Q = 0,24 \cdot 4,5^2 \cdot 50 \cdot 900$$

$$Q = 218 \text{ 700 cal}$$

$$Q = 218,7 \text{ kcal}$$

3.3.4. Termička korisnost

Pri prenošenju dobivene topline na tvari koje želimo zagrijavati dolazi do gubitaka topline uslijed zračenja, strujanja i prelaženja topline na okolinu. Koliki će biti ti toplinski gubici, ovisi o toplinskoj izolaciji i konstrukciji elektrotoplinskog uređaja.

Odnos između količine topline koja je u nekom uređaju prenesena na grijanu tvar i količine topline koja je prema Jouleovu zakonu dobivena iz električne energije zove se termička korisnost tog uređaja.

$$\eta_t = \frac{Q_d}{Q}$$

Ako umjesto Q uvrstimo izraz iz Jouleova zakona, dobijemo

$$\eta_t = \frac{Q_d}{0,24 \cdot I \cdot U \cdot t}$$

gdje je η_t . . . termički stupanj učinka

Q_d . . . količina topline prenesena na tvar (cal)

I . . . jakost struje (A)

U . . . električni napon (V)

t . . . vrijeme (s)

Termička korisnost je i kod najboljih elektrotoplinskih uređaja uvijek manja od 1.

Primjer. Kolika treba da je snaga električnog kuhala da se na njemu 5 litara vode ugrije od 15°C na 100°C kroz vrijeme od 30 minuta ako je termička korisnost kuhala 0,8?

$$\begin{aligned} m &= 5 \text{ kg} \\ t &= 30 \text{ min} \\ \vartheta_2 - \vartheta_1 &= 85^\circ\text{C} \\ \eta_t &= 0,8 \\ \hline P &= ? \end{aligned}$$

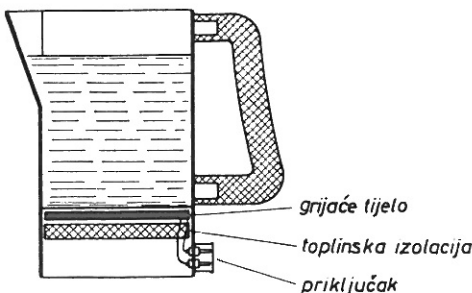
a) Da bi se 5 litara vode ugrijalo za 85°C, potrebna je količina topline

$$Q_d = m \cdot c \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)$$

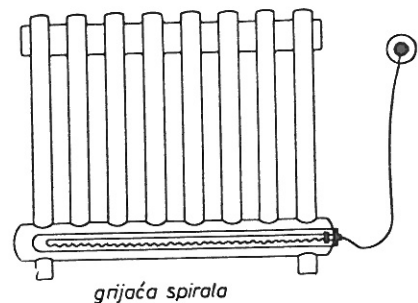
$$Q_d = 5000 \cdot 1 \cdot 85 = 425\,000 \text{ cal}$$

$$\text{b) } \eta_t = \frac{Q_d}{0,24 \cdot I \cdot U \cdot t} = \frac{Q_d}{0,24 \cdot P \cdot t}$$

$$P = \frac{Q_d}{0,24 \cdot t \cdot \eta_t} = \frac{425\,000}{0,24 \cdot 1800 \cdot 0,8} = 1229 \text{ W}$$



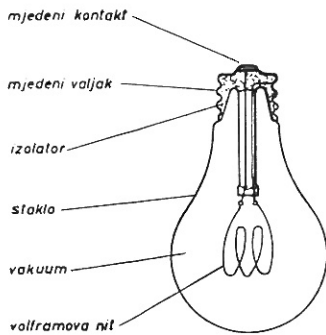
Sl. 67. Direktno grijane posude imaju grijaće tijelo ugrađeno u samoj posudi



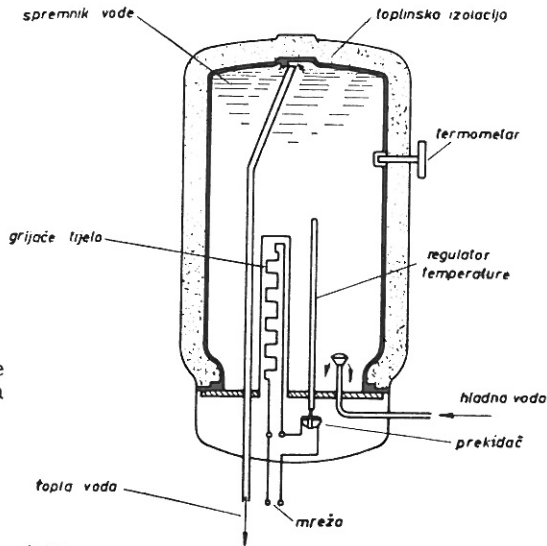
Sl. 68. U električnom radijatoru grijaća spirala grije vodu, a voda prenosi toplinu na vanjske stijene radijatora

3.3.5. Prednosti elektrotoplinskih uređaja

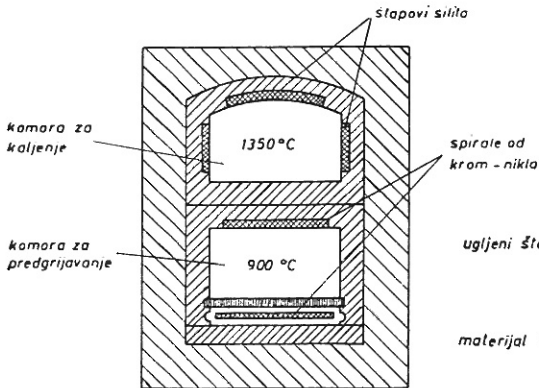
Stvaranje topline pri prolazu struje kroz neki otpor sve više primjenjujemo na raznovrsnim područjima tehnike. Toplina dobivena iz električne energije zagrijava danas industrijske peći (sl. 71), tali materijale pri električnim zavaranjima (sl. 72), omogućava rad raznovrsnih uređaja u kućanstvu (sl. 67, 68, 70), daje svjetlost u električnim žaruljama (sl. 69) itd. Sve šira primjena takva načina stvaranja topline posljedica je niza prednosti koje takvo zagrijavanje ima pred ostalim vrstama zagrijavanja. Tako su, na primjer, elektrotoplinski uređaji vrlo jednostavni po konstrukciji, korisnost im je vrlo velika, temperatura se u njima može vrlo lako regulirati od najmanje do najveće vrijednosti, toplina se može neposredno proizvoditi na svakom mjestu, temperatura se može automatski držati na stalnoj visini, pri grijanju nema nikakvih otpadnih materijala, omogućavaju higijensko održavanje prostorija i estetsko uređenje radnog mjesta, zauzimaju mali prostor itd.



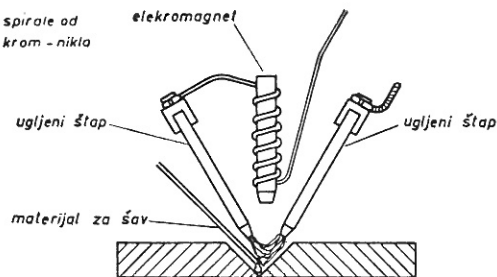
Sl. 69. Svjetlost električne žarulje posljedica je toplinskog djelovanja električne struje



Sl. 70. Električni bojler



Sl. 71. Električna otporna peć s dvije komore



Sl. 72. Električno lučno zavarivanje

3.3.6. Odnos električnih, mehaničkih i toplinskih jedinica

Budući da Međunarodni sistem jedinica nije u praksi potpuno proveden, treba pri pretvorbi energije iz jednog oblika u drugi pretvarati i pripadne jedinice. Odnos različitih električnih, mehaničkih i toplinskih jedinica za mjerenje rada i snage iz različitih sistema jedinica prikazan je u donjoj tablici.

Veličina	Električna energija	Mehanička energija	Toplinska energija
Rad (A)	1 J = 1 Ws	= 1 J (= 0,102 kpm)	= 1 J (= 0,24 cal)
	1 kWh	= 367 100 kpm	= 860 000 cal
	9,81 J = 9,81 Ws	= 1 kpm	= 2,34 cal
	0,736 kWh	= 1 KSh	= 632 400 cal
	4,187 J	= 0,427 kpm	= 1 cal
Snaga (P)	1 W	= 1 W (= 0,102 kpm/s)	= 1 W (= 0,24 cal/s)
	1 kW	= 1,36 KS	= 860 000 cal/h
	9,81 W	= 1 kpm/s	= 2,34 cal/s
	0,736 kW	= 1 KS	= 175,6 cal/s
	4,187 W	= 0,427 kpm/s	= 1 cal/s

Najvažniji odnosi dani su u prvom redu dijela tablice za rad i dijela tablice za snagu

$$1 \text{ J} = 1 \text{ Ws} = 0,102 \text{ kpm} = 0,24 \text{ cal}$$

$$1 \text{ W} = 0,102 \text{ kpm/s} = 0,24 \text{ cal/s}$$

Osim toga, za rješavanje praktičnih zadataka treba znati ovo:

$$1 \text{ kW} = 1,36 \text{ KS}$$

$$1 \text{ KS} = 0,736 \text{ kW}$$

Primjer. Usporedite rad od 512 J, 45 kpm, 126 cal i 0,000 42 kWh, te ih poredajte po vrijednosti.

$$A_1 = 512 \text{ J}$$

$$A_2 = 45 \text{ kpm}$$

$$A_3 = 126 \text{ cal}$$

$$A_4 = 0,000 42 \text{ kWh}$$

a) Treba svesti sve veličine na istu jedinicu. Odaberimo, na primjer, džul.

$$A_1 = 512 \text{ J}$$

b) $1 \text{ kpm} = 9,81 \text{ J}$

$$A_2 = 45 \text{ kpm} = 45 \cdot 9,81 = 441,45 \text{ J}$$

c) $1 \text{ cal} = 4,187 \text{ J}$

$$A_3 = 126 \text{ cal} = 126 \cdot 4,187 = 527,56 \text{ J}$$

d) $1 \text{ kWh} = 1000 \text{ Wh} = 3 600 000 \text{ Js}$

$$A_4 = 0,000 42 \text{ kWh} = 0,000 42 \cdot 3 600 000 = 1512 \text{ J}$$

Prema tome, najvredniji je bio rad 0,000 42 kWh, a zatim redom 126 cal, 512 J, 45 kpm.

Zadaci

1. Kolikom radu u džulima, kilopondmetrima i kalorijama odgovara električni rad od 120 Ws?
2. Pretvorite 5 KS u ostale jedinice za snagu!
3. Koliku količinu topline daje električno grijalo od 2500 W za vrijeme 2 sata i 36 minuta?
4. U električnom bojleru čija je sadržina 50 litara treba ugrijati vodu od 10°C na 85°C. Koliko pri tome treba utrošiti električne energije (u kWh) ako je korisnost tog bojlera 0,87?
5. Električno ronilo koje ima otpor od 40 Ω priključeno je na napon od 220 V. Koliko se litara vode može tim grijalom ugrijati sa 20°C do vrenja ako je grijalo uključeno 20 minuta?
6. Lučna lampa priključena je preko predotpornika od 14 Ω na napon od 220 V. Kroz lampu prolazi struja jakosti 12 A.
 - a) Koliki se napon poništava na predotporniku, a koliki napon dobija lampa?
 - b) Kolika je snaga lampe?
 - c) Koliko se topline proizvede u predotporniku za vrijeme jednog sata?
7. U nekom električnom grijalu treba ugrijati 120 kg ulja sa 20°C na 115°C. Koliko treba pri tome utrošiti električne energije ako je korisnost grijala 0,8, a specifična toplina ulja 0,5 kcal/kg °C (tj. potrebno je 0,5 kcal da bi se 1 kg ulja ugrijao za 1°C).
8. Kolika je snaga elektrotoplinskog uređaja koji za 10 minuta može ugrijati 80 l vode od 20°C na 30°C?
9. Kolika je korisnost električnog bojlera od 1200 W ako za 8 sati ugrije 100 l vode od 20°C na 90°C?
10. Električnim otporom od 50 Ω treba 15 l vode ugrijati sa 18°C do ključanja. Ako je priključeni napon 220 V, kolika je jakost struje? Koliko je potrebno vremena da voda počinje ključati ako su toplinski gubici 12%?

3.4. PRORAČUN VODOVA

3.4.1. Zagrijavanje vodova

Iz formule Jouleova zakona vidimo da toplina nastaje u svakom otporu kroz koji prolazi struja. Stoga do zagrijavanja neće doći samo u elektrotoplinskim uređajima, gdje je takvo zagrijavanje poželjno i potrebno, nego će se zagrijavati i ostali dijelovi strujnog kruga kao što su, na primjer, vodovi, sklopke, utičnice i slično. Kad su instalacije ispravne, u tim dijelovima strujnog kruga ne nastaje mnogo topline, ali ako je dimenzioniranje vodova loše ili ako su spojevi neispravni, zagrijavanje može biti toliko da predstavlja s jedne strane osjetljiv gubitak energije, a s druge strane opasnost po samu instalaciju i njezinu okolinu.

Uzroci tog zagrijavanja jesu preveliki otpori u vodovima (pre mali presjek, loš materijal), loše izvedeni spojevi (labavo obavijene žice), oksidirana spojna mjesta (oksidirana dodirna mjesta utikača i utičnice, oksidirani kontakti u sklopkama), olabavljeni spojevi (popušteni vijci, preslabi kontakti u spojka-ma) i sl. Zagrijavanje će biti to veće što je vodljivost manja, stoga pri postavljanju instalacije treba nastojati da se otpor u vodovima smanji na najmanju moguću mjeru.

3.4.2. Dozvoljeno opterećenje vodova

Da ne dođe do prejakog zagrijavanja vodova, gustoća struje u njima ne smije prijeći dozvoljenu granicu. Gustoća struje je omjer jakosti struje i presjeka vodiča, a mjeri se amperima po kvadratnom milimetru (A/mm²). Dozvoljena gustoća struje nije jednaka za sve vodove. Ona ovisi o materijalu vodova, njihovu presjeku, izolaciji i okolnoj temperaturi. Za bakar je, na primjer, dozvoljena veća gustoća, a za aluminij manja. Tanji vodiči se lakše hlade, pa je za njih dozvoljena veća gustoća. Isto se tako lakše hlade goli vodovi od izoliranih, pa je za gole vodove dozvoljena gustoća veća. Ako se vod nalazi u sredini gdje je visoka temperatura, njegovo hlađenje će biti otežano, pa kroz njega smije prolaziti samo struja male gustoće.

Koliko smije biti opterećenje pojedinih vrsta vodova, tj. koliki mora biti presjek voda da pri određenoj jakosti struje ne dođe do prevelikog zagrijavanja, određuju posebni elektrotehnički propisi čije su odredbe sadržane u ovoj tablici:

3.4.3. Strujno opterećenje izoliranih vodova od bakra pri osiguranju rastalnim osiguračima

Presjek bakrenog vodiča (mm ²)	Najveće dozvoljeno trajno opterećenje (A)			Primjedba
	Vodič I	Vodič II	Vodič III	
0,75	—	10	10	Vodiči I su cijevni vodovi (npr. GM, PM, GO) i vodiči položeni u cijevi (G, P)
1	6	10	15	
1,5	10	15	20	
2,5	15	20	25	
4	20	25	35	
6	25	35	50	Vodiči II su vodovi slični kabelu, oklopljeni vodovi, višezilni vodovi za priključak pokretnih trošila i sl.
10	35	50	60	
16	50	60	80	
25	60	80	100	
35	80	100	125	
50	100	125	160	Vodiči III su slobodni jednožilni vodovi, jednožilni vodovi za priključak pokretnih trošila, goli vodiči do 50 mm ² i sl.
70	—	160	200	
95	—	200	225	
120	—	225	260	
150	—	260	300	

Primjer. Koliki mora biti presjek golog bakrenog voda kroz koji prolazi trajna struja od 45 A?

- Potreban presjek tražit ćemo u rubrici »Vodič III« jer se tu nalaze podaci za gole bakrene vodove.
- Budući da u tablici nema podataka za struju od 45 A, uzet ćemo slijedeću jakost struje (50 A)

$$S = 6 \text{ mm}^2$$

3.4.4. Proračun vodova

Prije postavljanja nekog električnog voda treba izvršiti proračun tog voda, tj. odrediti potrebnu površinu njegova presjeka. Presjek voda ne smijemo uzeti prevelik jer to nepotrebno poskupljuje instalaciju, ali ne smijemo uzeti ni premalen jer u tom slučaju može doći do

- a) **prejakog zagrijavanja vodova,**
- b) **prevelikog pada napona,**
- c) **mehaničkog kidanja voda.**

Stoga pri određivanju presjeka voda treba uzimati u obzir sve te moguće posljedice. Treba voditi računa da se vodovi ne smiju zagrijavati preko dozvoljene granice, da u njima pad napona ne smije biti veći od dozvoljenog, kao i to da se ne prekinu prilikom postavljanja ili kasnije u pogonu. Ponekad će nam neki presjek biti dovoljan u pogledu jednog ili dva zahtjeva, ali će biti nedovoljan s obzirom na treći zahtjev. Tada treba uzeti veći presjek jer pravilno dimenzioniran vod mora zadovoljavati sva tri navedena zahtjeva.

3.4.5. Postupak pri proračunu vodova

Da bismo mogli pristupiti proračunu vodova, potrebni su nam ovi osnovni podaci:

- a) kolika će **ukupna struja** teći kroz pojedini vod (određujemo prema snazi priključenih trošila);
- b) kakve ćemo **vrste vodova** upotrebljavati i kako će biti ugrađeni (u cijevima, u žbuci, nad zemljom itd.);
- c) kolika je **duljina vodova** od električnog brojila, odnosno izvora struje do pojedinog trošila;
- d) koliki je **dozvoljeni pad napona** u tomvodu.

Kad smo utvrdili te osnovne podatke, možemo određivati presjek pojedinog voda s obzirom na pojedine zahtjeve.

1. Presjek voda s obzirom na zagrijavanje određujemo prema tablici 3.4.3. na osnovi jakosti struje i vrste voda.

2. Presjek voda s obzirom na pad napona. Pad napona prema propisima od električnog brojila do rasvjetnog mjesta smije biti najviše 2%, a do motora najviše 5%. Ako se pad napona računa od transformatorske stanice, onda bi postoci mogli biti nešto veći. Stoga treba za svaki vod izračunati pad napona prema formuli $u = I \cdot R$ gdje je I ukupna struja koja će teći kroz taj vod, a R je otpor vodiča čiji smo presjek već odredili iz tablice 3.4.3. Ako nam je tako izračunan pad napona veći od 2%, odnosno 5%, treba uzeti veći presjek, premda bi nam s obzirom na samo zagrijavanje bio dovoljan i onaj određen prema tablici.

3. Presjek voda s obzirom na mehaničku čvrstoću. Presjek određen prema prethodnim točkama 1. i 2. treba provjeriti i s obzirom na mehaničku čvrstoću. Električni vodovi u zgradama trebaju, naime, izdržati i izvjesno mehaničko opterećenje pri provlačenju kroz cijevi instalacija, a slobodni vodovi pri natezanju između stupova i za vrijeme nepogoda. Koliki mora biti najmanji presjek pri pojedinim vrstama mehaničkog opterećenja pokazuje nam ova tablica:

Najmanji presjeci bakrenih vodiča
(s obzirom na mehaničku čvrstoću)

Vodiči u svjetiljkama i na njima	0,75 mm ²
Potezni vodovi, pleteni i okrugli sobni vodovi, obični, laki i srednji radionički vodovi	0,75 mm ²
Ostali pokretni vodiči	1 mm ²
Stalno položeni vodiči	1,5 mm ²
Vodovi slični kabele i kabele	1,5 mm ²
Izolirani vodovi kućnog priključka višekatnih zgrada do brojila . .	6 mm ²
Izolirani i goli vodiči u zgradama i na slobodnom s rasponom do 20 m	4 mm ²
Vodiči za nadzemne vodove s naponom do 1 kV i s rasponom do 35 m	6 mm ²
Vodiči nadzemnih vodova visokog napona	10 mm ²

Ako je presjek iz ove tablice veći od presjeka dobivenog kao što je navedeno u prve dvije točke, treba uzeti taj veći presjek jer nije dovoljno da vod zadovoljava samo u pogledu zagrijavanja i pada napona nego mora izdržati i mehanička opterećenja.

Primjer. Elektromotor istosmjerne struje od 3 KS (220 V) treba priključiti bakrenim vodom koji je izoliran polivinilom, a položen u cijevi. Koliki mora biti njegov presjek ako je duljina 180 m, a pad napona ne smije biti veći od 5%?

$$\begin{aligned}
 P &= 3 \text{ KS} \\
 U &= 220 \text{ V} \\
 \rho &= 0,0175 \\
 l &= 360 \text{ m} \\
 u (\%) &= 5\% \\
 &= ?
 \end{aligned}$$

a) **Prije određivanja presjeka** treba iz snage motora izračunati jakost struje.

$$\begin{aligned}
 P &= 3 \text{ KS} = 2,208 \text{ kW} = 2208 \text{ W} \\
 I &= \frac{P}{U} = \frac{2208}{220} = 10,03 \text{ A} = 10 \text{ A}
 \end{aligned}$$

b) **Presjek voda s obzirom na zagrijavanje** određujemo prema tablici 3.5.3. (zadani vod pripada I grupi vodova, a zadana struja ima 10 A)

$$S = 1,5 \text{ mm}^2$$

c) **Presjek voda s obzirom na pad napona.** Provjerimo da li bi dobiveni presjek od 1,5 mm² odgovarao s obzirom na pad napona

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{\rho \cdot l}{S} = \frac{0,0175 \cdot 360}{1,5} = 4,2 \Omega \\
 u &= I \cdot R = 10 \cdot 4,2 = 42 \text{ V} \\
 u (\%) &= \frac{u \cdot 100}{U} = \frac{42 \cdot 100}{220} = 19,1 \%
 \end{aligned}$$

Vidimo da je pad napona gotovo četiri puta prevelik, zato treba otpor smanjiti četiri puta. To ćemo postići ako četiri puta povećamo presjek. Uzmimo stoga iz tablice presjek $S = 6 \text{ mm}^2$ te izračunajmo pad napona za ovaj presjek

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S} = \frac{0,0175 \cdot 360}{6} = 1,05 \Omega$$

$$u = I \cdot R = 10 \cdot 1,05 = 10,5 \text{ V}$$

$$u (\%) = \frac{u \cdot 100}{U} = \frac{10,5 \cdot 100}{220} = 4,8\%$$

Presjek od 6 mm², dakle, zadovoljava i u pogledu pada napona jer je uz ovaj presjek pad napona manji od 5%.

- d) **Presjek voda s obzirom na mehaničku čvrstoću** određujemo iz tablice 3.5.5. Vidimo da je presjek od 6 mm² dovoljan i s obzirom na mehaničku čvrstoću. Prema tome, uzet ćemo vod presjeka
- $$S = 6 \text{ mm}^2$$

Zadaci

1. Odredite presjek bakrenog oklopljenog voda kojim treba spojiti 45 metara udaljeno trošilo snage 2 kW za izvor struje napona 110 V. Pad napona ne smije biti veći od 2%.
2. Električnu ručnu bušilicu treba spojiti radioničkim priključnim vodom na izvor struje napona 220 V koji je udaljen 10 metara. Koliki mora biti presjek bakrenog vodiča ako bušilica ima snagu 250 W, a pad napona ne smije biti veći od 5%?
3. Pokretno trošilo treba priključiti bakrenim višežilnim vodom. Koliki treba biti presjek tog voda i kolika je gustoća struje ako trošilo troši struju jakosti 16 A?
4. U cijevi su položeni bakreni vodovi presjeka 4 mm². Koliko jaka struja smije prolaziti kroz te vodove i kolika je tada gustoća struje?
5. Koliko je najveće dozvoljeno trajno opterećenje polivinilom izoliranog bakrenog vodiča položenog u cijevi
 - a) ako je njegov presjek 6 mm²,
 - b) ako je njegov presjek 25 mm².
 Kolika je dozvoljena gustoća u prvom, a kolika u drugom slučaju?
6. Koliki mora biti presjek bakrenog izoliranog voda položenog u cijevi ako njime napajamo elektromotor istosmjerne struje od 10 KS/220 V?
7. Bakrenim izoliranim vodom položenim u cijevi dovodimo struju do grupe žarulja, građenih za 220 V, koje su udaljene 80 m, a imaju ukupnu snagu 540 W. Koliki moramo uzeti presjek voda ako pad napona ne smije biti veći od 1,5%?
8. Oklopljenim bakrenim vodom napajamo 300 m udaljenu električnu peć od 10 kW strujom napona 220 V. Koliki mora biti presjek voda, ako pad napona ne smije prijeći 3%?
9. Električni štednjak priključen na napon od 220 V troši struju jakosti 12 A. Koliki mora biti presjek bakrenog voda položenog u cijevi ako je njegova duljina 14 m, a pad napona ne smije biti veći od 4%?

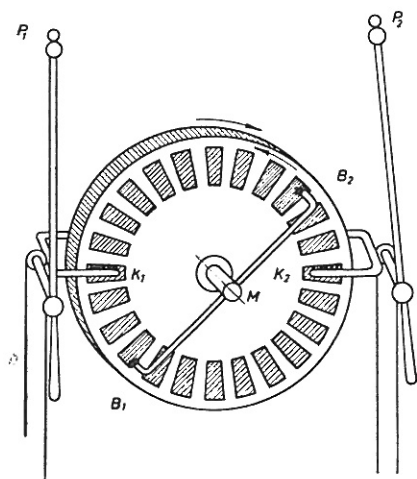
4. POJAVE U ELEKTRIČNOM POLJU

4.1. ELEKTRIČNO POLJE

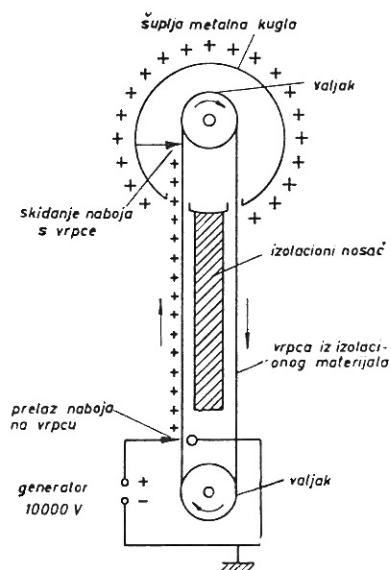
Poznavanje električnog polja omogućuje nam ne samo razmatranje čisto teoretskih problema o elektricitetu nego je to poznavanje neophodno potrebno i za rješavanje praktičnih elektrotehničkih zadataka. Tako se, na primjer, djelovanje kondenzatora i njihov proračun ne mogu razumjeti ako se ne znaju osnovni pojmovi o električnom polju.

4.1.1. Električni naboji

Već se od najstarijih vremena znade da se neka tijela mogu trljanjem »naelektrizirati«, ali bit tog »elektriziranja« objašnjena je tek u najnovije vrijeme. Danas znamo da trljanjem dvaju različitih tijela elektroni prelaze s jednog tijela na drugo, pa tako na jednom tijelu nastaje manjak elektrona, a na drugom višak elektrona. Kad se stakleni štap trlja kožom, elektroni sa štapa prelaze na kožu, a kad se polivinilski štap trlja suknom, elektroni sa sukna prelaze na štap. Na tijelu s manjkom elektrona prevladavaju pozitivni naboji atomskih jezgara, dok na tijelu s viškom elektrona prevladavaju negativni naboji elektrona. Kažemo da prvo tijelo ima pozitivni naboj, a drugo tijelo da ima negativni naboj. Ti naboji ostaju na tijelu u mirovanju tako dugo dok je to tijelo električki izolirano od ostalih tijela. **Zbog tog mirovanja naboja takav se elektricitet zove elektricitet u mirovanju ili statički elektricitet, a dio elektrotehnike koji se njime bavi zove se elektrostatika.**



Sl. 73. Influentni stroj omogućuje dobivanje visokih napona pomoću električne influencije

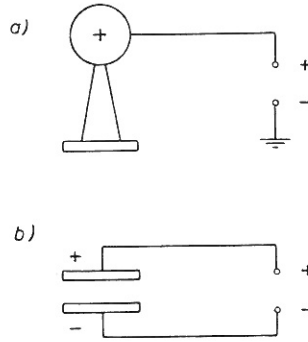


Sl. 74. (desna slika). Gumena ili svilena vrpca van de Graaffova generatora prima naboj preko donjeg šiljka iz izvora istosmjernog napona, a zatim ga prenosi i preko gornjeg šiljka gomila na vanjskoj površini velike šuplje metalne kugle

4.1.2. Stvaranje naboja

Osim ručnim trljanjem naboj se može proizvesti posebnim strojevima koji mogu davati mnogo veće naboje. Takvi su na primjer, različiti influentni strojevi (sl. 73), van de Graffov generator (sl. 74) i drugi.

Tijelo se može električki nabiti i priključenjem na pozitivni ili negativni pol izvora istosmjernog napona (sl. 75). Kad se dvije izolirane metalne ploče priključe na izvor, elektromotorna sila pokreće elektrone s jedne ploče na drugu, pa se na jednoj ploči stvara manjak elektrona (pozitivni naboj), a na drugoj višak elektrona (negativni naboj).



Sl. 75. Tijelo se može električki nabiti priključenjem na izvor istosmjernog napona

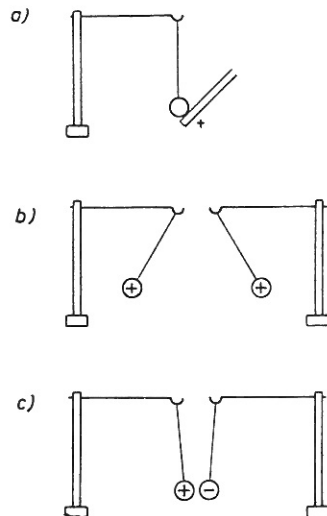
4.1.3. Svojstva električnih naboja

Pokus

- Kuglicu od suncokretove srčike omotanu staniolom i ovješenu na tanku svilenu nit dodirujemo natrljanim staklenim štapom. Pri dodiru elektroni s kuglice prelaze na štap (manjak elektrona), pa i na kuglici nastaje manjak elektrona, tj. prevladava pozitivni naboj (sl. 76.a).
- Ako na isti način električki nabijemo i drugu kuglicu te je zatim približimo prvoj, vidjet ćemo da se one međusobno odbijaju (sl. 76.b).
- Ako jednu kuglicu nabijemo pozitivno (staklenim štapom), a drugu negativno (polivinilskim štapom), one će se prilikom približavanja međusobno privlačiti (sl. 76. c).

Zaključak

- Električni naboji pri dodiru prelaze s jednog tijela na drugo.
- Električni naboji stvaraju u prostoru oko sebe sile koje djeluju na druga električki nabijena tijela.
- Istoimeni električki naboji odbijaju se, a raznoimeni privlače.

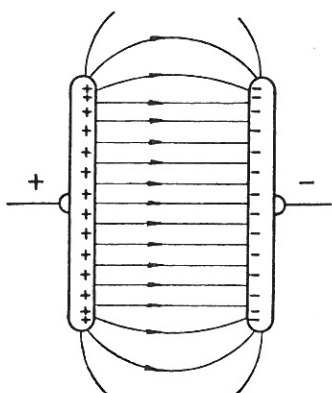


Sl. 76. Proučavanje svojstava električnih naboja

4.1.4. Električno polje

Vidimo, dakle, da oko električnog naboja postoje sile koje djeluju na druge električne naboje.

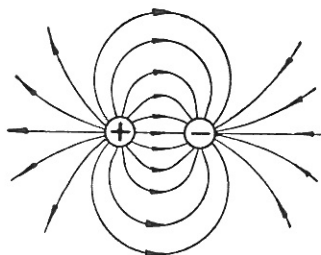
Dio prostora oko električnog naboja, u kojem se može dokazati postojanje sila koje djeluju na druge naboje zove se električno polje.



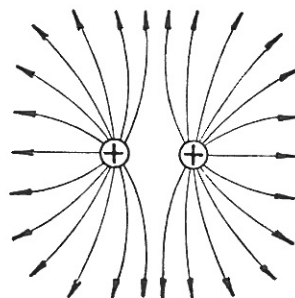
Sl. 77. Električne silnice imaju smjer od pozitivnog prema negativnom naboju

Smjer i veličinu djelovanja tih sila u pojedinoj točki električnog polja prikazujemo strelicama koje zovemo **električne silnice**. Dogovorom je određeno da se kao smjer električnog polja uzima onaj smjer u kojem električno polje djeluje na pozitivni naboj. Stoga električne silnice imaju uvijek smjer od pozitivnog prema negativnom naboju (sl. 77).

Električne silnice stoje uvijek okomito na površinu tijela, pa npr. kod električki nabijene kugle imaju radijalni smjer. Prostor između dviju električki nabijenih kugla ili dva valjka (električni vodovi) ispunjen je silnicama čija gustoća nije u svakoj točki jednaka, pa je i djelovanje sila u različitim točkama različito. Takvo električno polje zovemo **nehomogeno polje** (sl. 78 i 79).



Sl. 78. Nehomogeno električno polje između suprotnih naboja



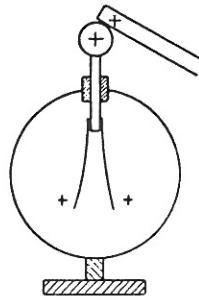
Sl. 79. Nehomogeno električno polje između istosimenih naboja

Prostor između dviju paralelnih električki nabijenih ploča ispunjen je međusobno paralelnim silnicama čija je gustoća na svakom mjestu između ploča jednaka. Takvo električno polje zove se **homogeno polje**. U homogenom polju djelovanje je sila u svakoj točki jednako (sl. 77).

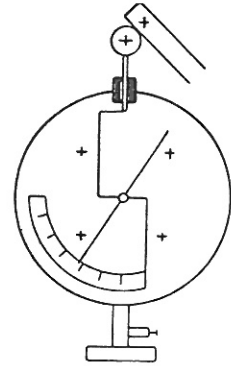
4.1.5. Elektroskop

Odbojno djelovanje istoimenih naboja primjenjuje se kod elektroskopa. To je naprava pomoću koje možemo utvrditi da li je neko tijelo električki nabijeno. Elektroskop se sastoji od prozirnog staklenog kućišta u koje ulazi metalna šipka. Na vanjskom kraju šipke nalazi se metalna kuglica, a na unutarnjem kraju su dva listića od staniola (sl. 80) ili metalna iglica koja je vrlo pokretljiva oko horizontalne osovinice (sl. 81.).

Dodirne li kuglicu elektroskopa neko električki nabijeno tijelo, naboj tijela prijeći će na kuglicu, šipku i na listiće od staniola (odnosno metalnu iglu). Kako oba listića od staniola dobivaju istoimeni naboj, oni se međusobno odbijaju i rašire. Isto će se tako i metalna igla na sl. 81, odbijati od metalne šipke jer obje imaju isti naboj, pa će se igla zakrenuti oko svoje osovine za izvjesni kut.



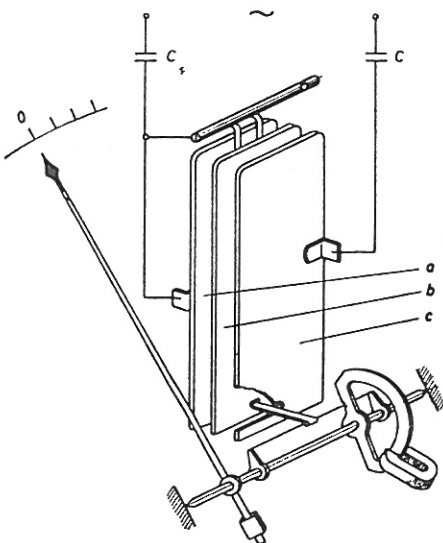
Sl. 80. Elektroskop s listićima



Sl. 81. Elektroskop s iglom

4.1.6. Elektrostatski voltmetar

Na principu privlačenja raznoimenih naboja radi elektrostatski voltmetar (sl. 82). Sastoji se od dviju učvršćenih metalnih ploča između kojih je obješena jedna pokretljiva metalna ploča. Čvrste ploče (a i c) priključuju se na napon koji želimo mjeriti, a pokretljiva ploča (b) električki je spojena s jednom čvrstom pločom (a). Kad se priključi napon, ploče a i b dobivaju istoimeni naboj pa se odbijaju, a treća ploča (c) zbog suprotnog naboja privlači srednju ploču (b). Nastali otklon srednje ploče ovisi o veličini priključenog napona, a prenosi se posebnim mehanizmom na kazaljku. Glavna prednost takva voltmetra je u tome što pri mjerenju ne troši struju, pa mjerena struja i nakon priključenja voltmetra ostaje nepromijenjena.



◀ Sl. 82. Elektrostatski voltmetar

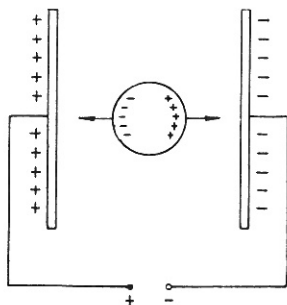
4.1.7. Električna influencija

Pokus

- U prostor između dvije paralelne metalne ploče objesimo na tanku svilenu nit laganu kuglicu od suncokretove srčike omotanu staniolom (sl. 83).
- Kad metalne ploče priključimo na polove izvora visokog istosmjernog napona (npr. influentnog stroja), kuglica će biti privučena jednoj ploči, a zatim naglo odbijena.

Zaključak

Električno polje djeluje i na laka električki nenabijena tijela.



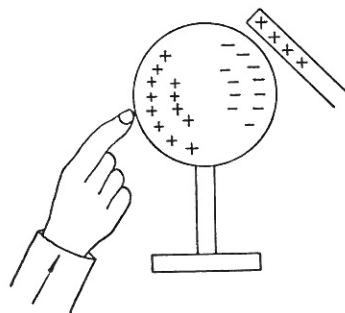
Sl. 83. Razdvajanje naboja uslijed električne influencije

Do djelovanja električnog polja na električki neutralnu kuglicu došlo je uslijed pojave koja se zove električna influencija. Na slobodne elektrone koji su se na kuglici nalazili jednoliko raspoređeni po cijeloj površini djelovale su pozitivna i negativna ploča, pa su se oni skupili na onoj strani kuglice koja je bliže pozitivnoj ploči. Kuglica je, dakle, postala s jedne strane električki negativna, a s druge strane pozitivna. Obje ploče sada privlače svoju stranu kuglice, ali njihovo djelovanje nije jednako jer praktički kuglica nije nikada točno u sredini, nego je uvijek nešto bliže jednoj ploči. Ta ploča privući će kuglicu, ali će se kuglica pri dodiru s pločom nabiti njezinim nabojem, pa će nakon toga zbog istoimenosti naboja biti odbijena. Dakle:

Električna influencija je pojava da električki neutralno tijelo postaje s jedne strane električki pozitivno, a s druge strane električki negativno, ako se nalazi u električnom polju.

4.1.8. Dobivanje električkih naboja influencijom

Ovakvo stanje na tijelu postoji samo tako dugo dok se tijelo nalazi u električnom polju. Čim nestane električno polje, elektroni se zbog međusobnog odbijanja ponovo rašire po cijelom tijelu, pa ono postaje opet električki neutralno. Ipak se influencija može primjenjivati i za dobivanje trajnih električnih naboja. Naime, ako pomoću nekog električki nabijenog tijela izazovemo na drugom tijelu električnu influenciju, a zatim negativnu stranu tijela (višak elektrona!) dotaknemo prstom ili vodičem spojenim sa zemljom, jedan dio elektrona s tijela prijeći će u zemlju, pa će nakon prestanka djelovanja električne influencije tijelo biti pozitivno nabijeno jer na njemu ostaje manjak elektrona. Ako dotaknemo pozitivnu stranu tijela (manjak elektrona — sl. 84), elektroni iz zemlje prijeći će na tijelo, pa će nakon nestanka vanjskog električnog polja tijelo imati višak elektrona, tj. bit će negativno nabijeno.



Sl. 84. Dobivanje stalnog naboja pomoću električne influencije

Dobivanje električnog naboja pomoću električne influencije primjenjuje se kod influentnih strojeva koji omogućuju stvaranje napona od nekoliko stotina tisuća volti.

Pitanja

1. Zašto natrljani štap najprije privuče listić papira, a zatim ga naglo odbije?
2. Da li se sila između dva naboja poveća ili smanji ako naboje povećamo tri puta, a istovremeno povećamo i njihovu međusobnu udaljenost dva puta?
3. Zašto se listići elektroskopa šire kad elektroskopu približimo električki nabijeno tijelo?
4. Da li vanjska strana šuplje posude ostane neutralna ako u njezinu šupljinu unesemo pozitivno nabijeno tijelo tako da tijelo ne dodiruje posudu?
5. Zašto se trljanjem ne može naelektrizirati metalni štap?
6. Kad se električnom influencijom na nekom dotada neutralnom tijelu stvori električni naboj (sl. 84), treba udaljiti i prst i tijelo s početnim nabojem. Što moramo prije udaljiti prst ili tijelo? Zašto?

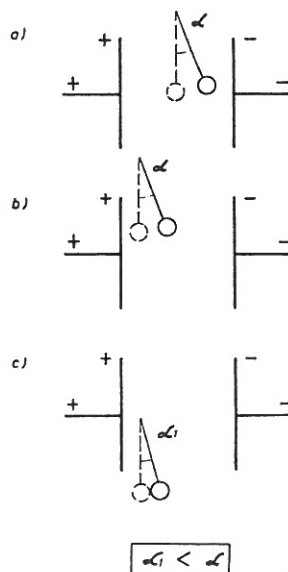
4.2. VELIČINE U ELEKTRIČNOM POLJU

Svojstva električnog polja mogu se uočiti mjerenjem različitih veličina u tom polju. Te su veličine jakost električnog polja, potencijal polja, gustoća električnog toka i dr.

4.2.1. Jakost električnog polja

Pokus

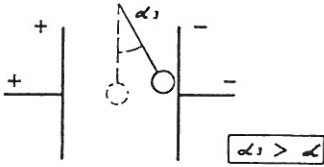
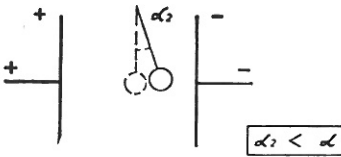
- a) Ako na kuglicu iz pokusa 4.1.7. (koja se nalazi u električnom polju između dviju paralelnih ploča priključenih na izvor visokog istosmjernog napona) prenesemo staklenim štapom neki pozitivni naboj Q , polje će pokrenuti kuglicu prema negativnoj ploči i svilena nit će se otkloniti za kut α (sl. 85.a).
- b) Ako prenesemo kuglicu s nabojem Q na bilo koje mjesto između ploča, nit s kuglicom ostat će uvijek otklonjena za isti kut α (sl. 85.b).
- c) Ako stavimo kuglicu s nabojem Q u neku točku električnog polja izvan ploča, kut nagiba niti bit će manji, tj. u toj točki polje će slabije djelovati na kuglicu (sl. 85.c).



Zaključak

Električno polje ne djeluje u svakoj točki jednakom silom na isto električno tijelo. Kažemo da je jakost električnog polja različita u različitim točkama tog polja.

Sl. 85. Djelovanje električnog polja na električni naboj



Sl. 86. Utjecaj udaljenosti ploča i veličine napona

$$E = \frac{U}{l}$$

Pokus

- d) Ako u prijašnjem pokusu povećamo razmak između ploča, djelovanje električnog polja na električnu kuglicu bit će slabije, tj. kut α bit će manji (sl. 86.a).
- e) Ako povećamo napon koji dovodimo na ploče, pojačat će se djelovanje polja (sl. 86.b).

Zaključak

Jakost homogenog električnog polja to je veća što je veći napon između ploča, a manja njihova međusobna udaljenost.

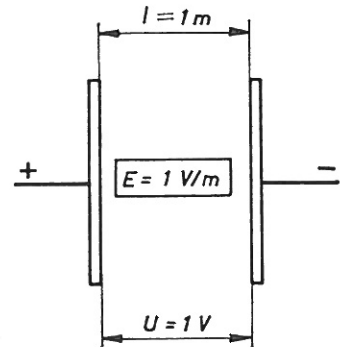
Gornji zaključak matematski je izražen formulom

gdje je E ... jakost električnog polja (V/m)
 U ... napon između ploča (V)
 l ... udaljenost ploča (m)

Jedinica za mjerenje jakosti električnog polja je volt po metru (1 V/m).

Jakost 1 V/m ima ono električno polje koje se nalazi između dviju jedan metar udaljenih ploča ako između njih vlada napon od 1 V (sl. 87).

Budući da je ta jedinica vrlo mala, u praksi se najčešće upotrebljava veća jedinica, i to volt po centimetru (1 V/cm).



Sl. 87. Definicija jedinice 1 V/m

4.2.2. Sile u električnom polju

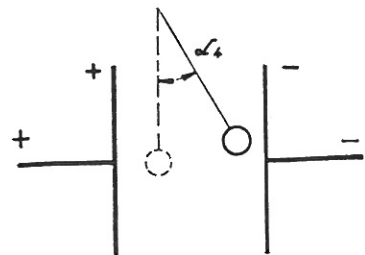
Pokus

- f) Ako u prethodnom pokusu »e« kuglici u električnom polju damo veći naboj (staklenim štapićem ponovimo prenošenje naboja), polje će većom silom djelovati na kuglicu (sl. 88).

Zaključak

Sila kojom električno polje djeluje na električno tijelo ne ovisi samo o jakosti polja nego i o veličini naboja na tom tijelu.

Ta će sila biti to veća što je jače polje i veći naboj tijela.



Sl. 88. Utjecaj veličine naboja

$$F = E \cdot Q$$

gdje je F ... sila koja djeluje na tijelo (N)
 E ... jakost električnog polja (V/m)
 Q ... naboj tijela (C)

Ako tijelo nosi jedinični naboj ($Q = 1 \text{ C}$), onda je $E = F$, tj. jakost električnog polja jednaka je sili kojom to polje djeluje na taj jedinični naboj. Na osnovu toga možemo definirati jakost električnog polja.

Jakost električnog polja u nekoj točki određena je veličinom sile kojom polje u toj točki djeluje na jedinicu pozitivnog naboja.

4.2.3. Probojna čvrstoća

Iz formule za jakost električnog polja proizlazi da jakost električnog polja možemo povećati ako približimo ploče ili povišimo napon na pločama. Međutim, to povećanje jakosti električnog polja može ići samo do neke granice. Ako prijeđemo tu granicu, doći će do probijanja sloja izolatora između ploča, tj. naboj će se između ploča izjednačiti prolaskom kroz izolator. Ta jakost električnog polja pri kojoj dolazi do proboja zove se probojna čvrstoća, a ovisi o vrsti izolatora koji se nalaze između ploča.

Probojna čvrstoća nekog izolatora je najveća jakost električnog polja koju taj izolator može izdržati da ne bude probijen.

Kao jedinica za njezino mjerenje u praksi se upotrebljava **kilovolt po milimetru** (1 kV/mm) ili **kilovolt po centimetru** (1 kV/cm).

Da bi se probio sloj debljine 1 cm, potreban je kod različitih izolatora ovaj napon:

suh zrak	oko 30 kV
transformatorsko ulje	oko 140 kV
porculan	oko 200 kV
papir s parafinom	oko 200 kV
pertinaks	oko 200 kV
tvrd guma	oko 200 kV
bakelit	oko 200 kV
tinjac	oko 500 kV

Prema tome, probojna čvrstoća zraka je 30 kV/cm, porculana 200 kV/cm i tako dalje.

Probojna čvrstoća ne ovisi samo o vrsti izolatora nego na nju utječe i debljina izolatora, način mijenjanja napona, oblik priključenih elektroda i dr.

Primjer. Kolika mora biti debljina sloja izolatora između paralelnih ploča priključenih na napon od 1000 V ako je probojna čvrstoća tog izolatora 200 kV/cm, a koeficijent sigurnosti treba da je 3?

$$U = 1000 \text{ V}$$

$$E_{\max} = 200 \text{ kV/cm}$$

$$\text{koeficijent sigurnosti} = 3$$

$$l = ?$$

a) Da bismo imali trostruku sigurnost, jakost električnog polja ne smije biti veća od

$$E = \frac{E_{\max}}{3} = \frac{200}{3} = 66 \text{ kV/cm} = 66\,000 \text{ V/cm}$$

b) Debljina sloja izolatora mora tada iznositi

$$l = \frac{U}{E} = \frac{1000}{66\,000} = 0,15 \text{ mm}$$

4.2.4. Gustoća naboja na tijelu

Gustoću naboja na nekoj površini dobijemo tako da količinu naboja podijelimo s veličinom te površine

$$\sigma = \frac{Q}{S}$$

gdje je σ . . . gustoća naboja (C/m²)
 Q . . . količina naboja (C)
 S . . . veličina površine (m²)

Kod najpravilnijeg geometrijskog tijela, tj. kugle, naboj je ravnomjerno raspoređen po cijeloj njezinoj površini, pa je gustoća naboja na svakom mjestu jednaka:

$$\sigma = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{4r^2\pi}$$

Ravnomjernu raspodjelu naboja imali bismo i kod beskonačno velike ravne ploče. Praktički je naboj ravnomjerno raspoređen i na ograničenoj ravnoj ploči, ali je ta ravnomjernost narušena na samim rubovima ploče. Kod nepravilnih tijela naboj je neravnomjerne gustoće: na dijelovima koji su ravniji gustoća je manja, a na zaobljenim dijelovima gustoća je veća. Osobito je velika gustoća na vrhovima izbočina i na šiljcima. Općenito vrijedi da je

gustoća naboja na pojedinom dijelu nekog tijela veća što je polumjer zakrivljenosti toga dijela manji.

Budući da je gustoća električnih silnica koje izlaze iz neke površine razmjerna s gustoćom naboja na toj površini, iz tijela nepravilnog oblika izlaze i silnice nejednolike gustoće, tj. jakost električnog polja oko nepravilnog tijela je nejednolika. Najslabije je polje oko ravnih dijelova tijela, a najjače je oko izbočina i šiljaka. Ta jaka polja oko izbočina i šiljaka uzrokuju brza gibanja električki nabijenih čestica u okolnom zraku (»električni vjetar«), a sudaranjem tih čestica nastaju i svjetlosne pojave poznate pod imenom »korona«. Tako se korona u obliku tinjave svjetlosti pojavljuje na vrhu gromobrana, tornjeva, jarbola i sličnih visoko izbočenih šiljaka. Korona se pojavljuje i na dalekovodima, gdje uzrokuje prijelaz električnog naboja iz mreže na okolni zrak, a time gubitke električne energije (koji mogu doseći i 10% prijenosne energije).

4.2.5. Gustoća električnog toka

Ako u električno polje postavimo okomito na smjer električnih silnica tanku metalnu pločicu, stvorit će se influencijom na površinama te pločice električni naboji. Taj se naboj stvorio zbog pomicanja električnog naboja unutar pločice, pa kažemo da je djelovanjem električnog polja došlo do električnog pomaka. Električno je polje, dakle, sposobno da unutar sebe pomakne stanovitu količinu električnog naboja. Količina pomaknutog naboja ovisi o jakosti električnog polja na tom mjestu i o sredstvu kroz koje se vrši pomak.

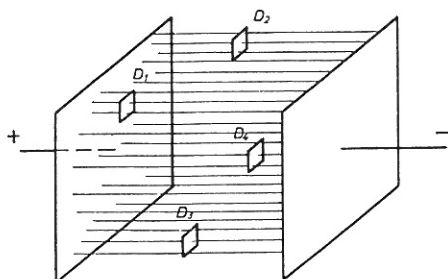
Veličina koju dobijemo ako količinu pomaknutog naboja podijelimo površinom kroz koju je taj naboj pomaknut zove se gustoća električnog pomaka ili gustoća električnog toka.

$$D = \frac{q}{S}$$

gdje je D . . . gustoća električnog toka (C/m²)
 q . . . količina pomaknutog naboja (C)
 S . . . površina kroz koju je naboj pomaknut (m²)

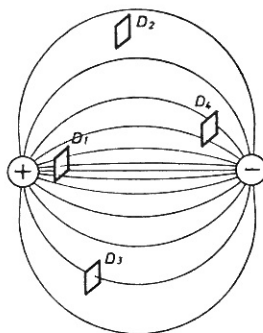
Budući da je homogenom električnom polju jakost električnog polja na svakom mjestu jednaka, jednaka je na svakom mjestu i gustoća električnog

toka (sl. 89). U nehomogenom električnom polju gustoća električnog toka je nejednaka, a najveća je uza samo električki nabijeno tijelo (sl. 90).



$$D_1 = D_2 = D_3 = D_4$$

Sl. 89. Gustoća električnog toka u homogenom električnom polju na svakom je mjestu jednaka



$$D_1 \neq D_2 \neq D_3 \neq D_4$$

Sl. 90. Gustoća električnog toka u nehomogenom električnom polju nije jednaka u svim točkama

4.2.6. Dielektričnost vakuuma

Već smo vidjeli da gustoća električnog toka ovisi o jakosti električnog polja, ali smo naglasili da ovisi i o sredstvu kroz koje se pomak vrši.

Broj koji pokazuje ovisnost gustoće električnog toka o vrsti materijala kroz koji se električni pomak vrši zove se dielektričnost tog materijala (ϵ).

Dielektričnost vakuuma (ϵ_0) je konstantna vrijednost, pa se zove i **dielektrična konstanta vakuuma**, a iznosi

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ C/Vm}$$

Odnos između gustoće električnog toka, jakosti električnog polja i dielektričnosti materijala dan je izrazom

$$D = \epsilon \cdot E$$

gdje je D ... gustoća električnog toka (C/m²)
 ϵ ... dielektričnost materijala (C/Vm)
 E ... jakost električnog polja (V/m)

Za vakuum, a približno i za zrak, vrijedi izraz

$$D = \epsilon_0 \cdot E$$

gdje je ϵ_0 ... dielektrična konstanta vakuuma (C/Vm)

Primjer. Dvije paralelne metalne ploče udaljene su međusobno 5 mm. Kolika je jakost električnog polja i gustoća električnog toka ako su ploče priključene na napon od 220 V?

$$l = 0,005 \text{ m}$$

$$U = 220 \text{ V}$$

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ C/Vm}$$

$$E = ?$$

$$D = ?$$

$$\text{a) } E = \frac{U}{l}$$

$$\text{b) } D = \epsilon_0 \cdot E$$

$$E = \frac{220}{0,005} = 44\,000 \text{ V/m}$$

$$\begin{aligned} D &= 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 44\,000 = \\ &= 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 44 \cdot 10^3 = \\ &= 389,84 \cdot 10^{-9} \text{ C/m}^2 \\ &= 0,000\,000\,390 \text{ C/m}^2 \end{aligned}$$

4.1.7. Coulombov zakon

Ako u središtu zamišljene kugle imamo naboj Q_1 , oko njega se prostire električno polje čija jakost na udaljenosti r (tj. na površini te zamišljene kugle) iznosi prema formuli za gustoću električnog toka

$$E_1 = \frac{D_1}{\varepsilon}$$

Gustoća električnog toka na površini te zamišljene kugle iznosi

$$D_1 = \frac{Q_1}{4\pi r^2}$$

pa formula za jakost električnog polja dobiva oblik

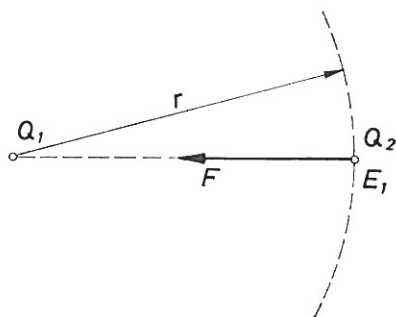
$$E_1 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon r^2}$$

Nalazi li se na površini zamišljene kugle (tj. na udaljenosti r) drugi naboj Q_2 , na njega će električno polje prvog naboja djelovati silom

$$F = E_1 \cdot Q_2$$

Uvrstimo li u taj izraz izvedeni izraz za E_1 , dobijemo

$$F = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon r^2} \cdot Q_2$$



Sl. 91. Coulombov zakon

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

gdje je F ... sila (N)
 Q_1, Q_2 ... naboji (C)
 r ... međusobna udaljenost naboja (m)
 ε ... dielektričnost materijala između naboja

Tom formulom određuje se veličina sile kojom dva električna naboja djeluju jedan na drugi. U toj je formuli izražen i **Coulombov zakon**:

Dva električna naboja djeluju jedan na drugoga silom koja je upravo razmjerna s veličinom tih naboja, a obrnuto razmjerna s kvadratom njihove međusobne udaljenosti.

4.2.8. Električni potencijal

Ako se u električnom polju nalazi neki pozitivni naboj, električno polje na njega djeluje silom F u smjeru negativne ploče. Zbog djelovanja te sile naboj je sposoban da na svom putu do negativne ploče izvrši neki rad, a to znači da električno polje daje naboju određenu energiju. Želimo li pomaknuti taj pozitivni naboj u suprotnom smjeru, tj. u smjeru pozitivne ploče, moramo utrošiti neku energiju, ali će naboj u toj novoj točki imati veću potencijalnu

energiju tj. on će iz te nove točke gibanjem do negativne ploče moći izvršiti veći rad. Energija koju električno polje daje naboju ovisi, dakle, o položaju naboja u tom polju, tj. ta energija jest energija položaja ili potencijalna energija.

Potencijalna energija koju ima jedinica pozitivnog naboja u nekoj točki električnog polja zove se električni potencijal polja u toj točki.

Smatra se da naboji u beskonačnoj udaljenosti i na površini Zemlje nemaju potencijalnu energiju, pa kažemo da električna polja u beskonačnoj udaljenosti i na površini Zemlje imaju potencijal jednak nuli. Da bi se naboj iz te beskonačno udaljene točke ili s površine Zemlje doveo u neku drugu točku električnog polja, potrebno je obaviti stanoviti rad. Veličinom tog rada može se definirati potencijal neke točke električnog polja.

Električni potencijal neke točke jest rad koji treba utrošiti da se iz beskonačne udaljenosti ili površine Zemlje dovede u tu točku jedinica pozitivnog naboja.

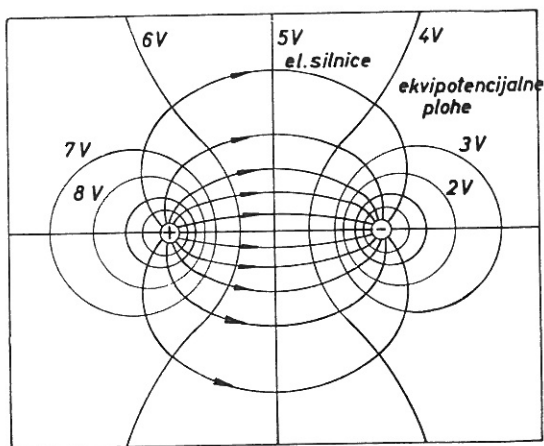
4.2.9. Razlika električnih potencijala

Sve točke koje u električnom polju imaju isti potencijal zovu se **ekvipotencijalne točke**. Sve ekvipotencijalne točke jednog električnog polja čine plohu koja se zove **ekvipotencijalna ploha**. Električno polje ima beskonačno mnogo ekvipotencijalnih ploha. Električne silnice polja stoje okomito na svim ekvipotencijalnim plohama tog polja.

Površina svakog električki nabijenog tijela jest ekvipotencijalna ploha. Oko te ekvipotencijalne plohe najvišeg potencijala šire se u sve većoj udaljenosti od tijela ekvipotencijalne plohe sve nižeg potencijala. Tako se oko električki nabijene kugle nalaze ekvipotencijalne plohe koje imaju oblik površina sve većih koncentričnih kugala. Između električno nabijenih ravnih paralelnih ploča nalaze se ekvipotencijalne plohe koje su paralelne s tim pločama. Kod tijela nepravilnog oblika i ekvipotencijalne plohe su nepravilnog oblika.

Ako iz bilo koje točke jedne ekvipotencijalne plohe prenosimo jedinični naboj u bilo koju točku druge ekvipotencijalne plohe, obavljamo uvijek jednak rad. Taj rad je jednak razlici potencijala između tih točaka, a zove se i električni napon između tih točaka. Prema tome

električni napon između dviju točaka električnog polja jednak je razlici potencijala između tih točaka.



Sl. 92. Ekvipotencijalne plohe

4.2.10. Električni kapacitet

Tijelo bez električnog naboja ima potencijal jednak nuli. Ako takvu tijelu dovodimo električni naboj, njegov potencijal postaje sve viši. To povišenje potencijala je to veće što je veća količina dovedenog naboja, a manja površina tijela. Omjer između količine naboja koji smo doveli na tijelo i povišenja potencijala koje je time nastalo zove se kapacitet tijela.

$$C = \frac{Q}{V}$$

gdje je C . . . kapacitet tijela (F)
 Q . . . količina naboja (C)
 V . . . električni potencijal tijela (V)

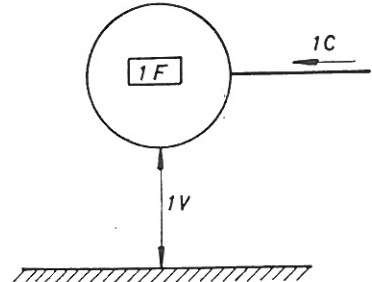
Ako potencijal povisimo za 1 volt, gornja formula prelazi u oblik

$$C = Q$$

Prema tome pod kapacitetom nekog tijela razumijevamo količinu naboja koja je potrebna da se tom tijelu povisi potencijal za jedan volt.

Jedinica za mjerenje kapaciteta je farad¹⁹ (1 F).

Kapacitet od jednog farada ima ono tijelo kojemu treba dovesti količinu elektriciteta od jednog kulona da bi mu se povisio potencijal za jedan volt (sl. 93).



Sl. 93. Definicija farada

Farad je ogromna jedinica, pa se u praksi upotrebljavaju mnogo manje jedinice, i to

mikrofarad $1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F} = 0,000\,001 \text{ F}$
 nanofarad $1 \text{ nF} = 10^{-9} \text{ F} = 0,000\,000\,001 \text{ F}$
 pikofarad $1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F} = 0,000\,000\,000\,001 \text{ F}$

Ponekad se kao jedinica za mjerenje kapaciteta upotrebljava centimetar (1 cm). Kapacitet od 1 cm ima kugla polumjera 1 cm izrađena od bilo kojeg vodiča.

$$1 \text{ cm} = 1,1 \text{ pF}$$

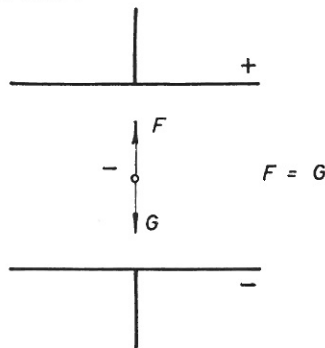
Primjer. Koliki naboj primi kondenzator od $4 \mu\text{F}$ kad ga priključimo na napon od 220 V?

$$\begin{array}{ll} C = 4 \mu\text{F} & C = 4 \mu\text{F} = 0,000\,004 \text{ F} \\ U = 220 \text{ V} & Q = C \cdot U = 0,000\,004 \cdot 220 = 0,00088 \text{ C} \\ \hline Q = ? & \end{array}$$

¹⁹ Faraday, Michael [Fredi], engleski fizičar i kemičar (1791–1867), otkrio zakone elektrolize, postavio teoriju magnetskih i električnih polja, dao osnove elektromagnetskoj teoriji svjetlosti.

Zadaci

1. Između dviju 0,5 cm udaljenih metalnih ploča vlada napon od 100 V. Kolika je jakost električnog polja između tih ploča? Kojom silom to polje djeluje na naboj od 0,0015 C koji se u njem nalazi?
2. Na kugli promjera 16 cm nalazi se naboj od 0,000 000 1 C. Kolika je gustoća električnog toka i kolika je jakost električnog polja na površini te kugle?
3. Kolika je količina naboja na tijelu čiji je kapacitet $50 \mu\text{F}$, a ima električni potencijal od 1000 V?
4. Na koji napon moramo priključiti dvije paralelne ploče udaljene 2 mm da između njih dobijemo gustoću električnog toka od $0,000\ 005\ \text{C/m}^2$?
5. Kolika mora biti udaljenost dviju paralelnih ploča priključenih na napon od 3000 V da između njih vlada električno polje jakosti $15\ 000\ \text{V/m}$?
6. Kolika je jakost električnog polja između dviju ploča potrebna da kapljica vode težine 0,000 005 p i negativnog električnog naboja od 0,000 001 C lebdi u tom polju. Kapljica će lebjeti ako je njezina težina jednaka sili kojom električno polje na nju djeluje u protivnom smjeru (sl. 94).
7. Kolika mora biti debljina izolatora od porculana da izdrži napon od 30 000 V?
8. Koliku količinu elektriciteta treba dovesti tijelu kapaciteta $4 \mu\text{F}$ da mu se povisi potencijal za 300 V?
9. Koliki je napon potreban da kroz zrak preskoči električna iskra između dviju elektroda udaljenih 45 mm?



Sl. 94. Čestica lebdi u električnom polju

4.3. KONDEZATORI

U elektrotehnici često su nam potrebni uređaji koji mogu primiti znatnu količinu elektriciteta pri relativno niskim naponima. Takvi uređaji velikog električnog kapaciteta zovu se kondenzatori.²⁰

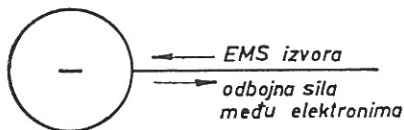
Usljed čega oni mogu primiti veću količinu elektriciteta od ostalih tijela?

4.3.1. Princip kondenzatora

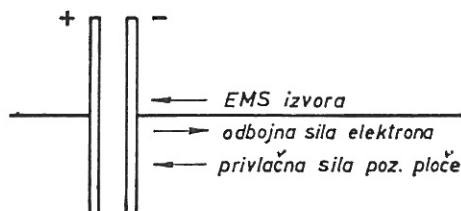
Kad električki punimo neko tijelo, na njemu se skuplja istoimeni naboj, pa na samo punjenje utječu dvije sile, i to elektromotorna sila izvora i odbojna sila između istoimenih naboja (sl. 95). Ako, na primjer, tijelo punimo negativnim nabojem, elektromotorna sila izvora tlačit će elektrone na tijelo, ali odbojna sila između elektrona sve će jače sprečavati dolazak novih elektrona. Kad gustoća elektrona na tijelu dosegne izvjesnu granicu, odbojna sila će zbog sve manje udaljenosti elektrona toliko narasti da će prestati dalje punjenje tijela.

Ako se u neposrednoj blizini tijela koje električki punimo nalazi drugo tijelo sa suprotnim nabojem, uz gornje dvije sile pojavit će se i treća, i to privlačna sila između suprotnih naboja. Takva će se sila, na primjer, pojaviti pri punjenju kondenzatora. Kondenzatori se sastoje od dvije međusobno paralelne ploče koje su odijeljene tankim slojem izolatora. Ako jednu ploču kondenzatora priključimo na pozitivni pol izvora, a drugu na negativni, na jednoj će ploči

²⁰ condense (lat. kondenzo) — zgušnjavam.



Sl. 95. Sile koje djeluju pri električnom nabijanju kugle



Sl. 96. Sile koje djeluju pri električnom nabijanju kondenzatora

stvarati manjak elektrona (pozitivna ploča), a na drugoj višak elektrona (negativna ploča). To stvaranje manjka, odnosno viška elektrona na pločama uzrokuje elektromotorna sila izvora, pospješuje ga privlačna sila suprotne ploče, a suprotstavlja mu se odbojna sila istoimenih naboja na istoj ploči (sl. 96). Zbog malih udaljenosti ploča kondenzatora, privlačno djelovanje naboja na pločama vrlo je veliko, pa to omogućuje da se ploče mogu nabiti velikim nabojima.

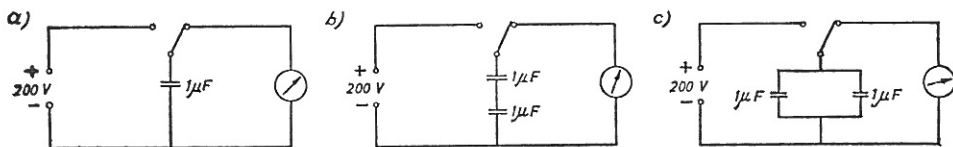
4.3.2. Kapacitet kondenzatora

Pokus

- Kondenzator od $1\ \mu\text{F}$ napunimo iz izvora istosmjernje struje napona $200\ \text{V}$, a zatim ispraznimo preko galvanometra (sl. 97.a).
- Serijski spojimo dva kondenzatora po $1\ \mu\text{F}$, napunimo ih naponom od $200\ \text{V}$, a zatim ispraznimo preko galvanometra (sl. 97.b). Primijetit ćemo da je sada — kada je ukupni razmak između ploča dvostruko veći — otklon kazaljke na galvanometru dva puta manji.

Zaključak:

Pri istom naponu kondenzator može primiti to više elektriciteta što je manji razmak između njegovih ploča, tj. **kapacitet kondenzatora obrnuto je razmjeran s razmakom između njegovih ploča.**



Sl. 97. Utjecaj udaljenosti ploča i površina ploča na kapacitet kondenzatora

Pokus

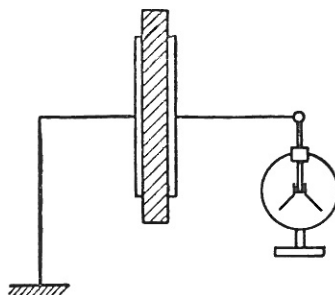
- Spojimo oba kondenzatora paralelno te tako dobijemo jedan kondenzator s dvostrukom površinom ploča (sl. 97.c). Ako te kondenzatore napunimo naponom od $200\ \text{V}$ i ispraznimo preko galvanometra, vidjet ćemo da je otklon kazaljke sada dvostruko veći.

Zaključak:

Pri istom naponu kondenzator može primiti to više elektriciteta što je veća površina njegovih ploča, tj. **kapacitet kondenzatora je razmjeran s površinom njegovih ploča.**

Pokus

- d) Ako dvije paralelne metalne ploče (kondenzator) priključimo na izvor istosmjernog napona, one će se električki nabiti, pa će među njima vladati napon čiju veličinu možemo očitati na priključenom elektrometru (sl. 98). Ako sada isključimo izvor, a među ploče umetnemo ploču nekog izolatora, otklon će se kazaljke na elektrometru smanjiti, tj. napon između ploča postao je manji. To znači da bi sada ploče kondenzatora mogle primiti još izvjesnu količinu elektriciteta kad bismo ih ponovno priključili na prvobitni napon.



Sl. 98. Utjecaj vrste izolatora na kapacitet kondenzatora

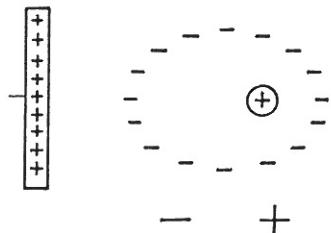
Zaključak:

Kapacitet kondenzatora povećava se ako između njegovih ploča umjesto zraka stavimo sloj nekog drugog izolatora.

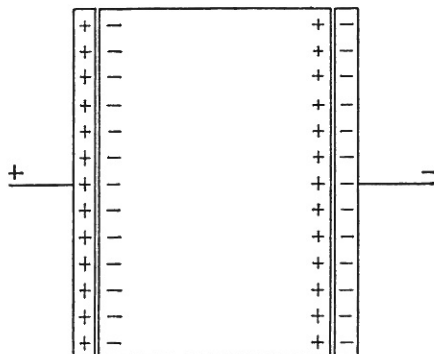
Iz izvedenog pokusa možemo zaključiti da na kapacitet kondenzatora utječe veličina površine njegovih ploča, međusobna udaljenost ploča i vrsta izolatora između ploča.

4.3.3. Polarizacija dielektrikuma

Utjecaj sloja izolatora na kapacitet kondenzatora nastaje uslijed pojave koja se zove polarizacija dielektrikuma. U izolatorima su elektroni čvrsto vezani uz atome i molekule, pa nisu tako pokretljivi kao u vodičima. Stoga se oni pod utjecajem električnog polja ne mogu odvojiti od svojih pozitivno nabijenih atomskih jezgara, nego mogu samo izdužiti svoju putanju u smjeru električnog polja (sl. 99). Uslijed toga središte pozitivnog i središte negativnog naboja u atomu nisu više u istoj točki, pa jedna strana atoma djeluje kao pozitivno nabijena, a druga kao negativno nabijena. Na atomu su se, dakle, pojavili električni polovi, pa kažemo da se atom polarizirao, odnosno da je postao dipol. Budući da ta polarizacija nastaje u izolatoru (dielektrikumu), zovemo je polarizacija dielektrikuma.



Sl. 99. U polariziranom atomu elektronske su staze izdužene u smjeru pozitivne ploče



Sl. 100. Polarizirane vanjske plohe izolatora

Polarizacija nastaje po cijeloj debljini sloja, pa se na jednoj površini sloja izolatora nalaze samo negativni polovi atoma, a na drugoj površini samo pozitivni polovi. Stoga jedna površina sloja djeluje kao negativno nabijena, a druga pozitivno. Negativna površina izolatora odbija elektrone sa susjedne pozitivne ploče kondenzatora, a pozitivna površina privlači elektrone na susjednu negativnu, te tako potpomažu djelovanje elektromotorne sile izvora (sl. 100). To je djelovanje polariziranog izolatora na elektrone znatno jer se njegove površine nalaze neposredno uz metalne ploče kondenzatora. Uslijed toga kondenzator će primati veći naboj, tj. njegov kapacitet će biti veći.

4.3.4. Relativna dielektričnost

Izduženje elektronskih staza u smjeru električnog polja nije kod svih izolatora jednako, pa je i stupanj polarizacije kod različitih izolatora različit. Kod izolatora s većom polarizacijom jače je istaknuta pozitivnost i negativnost njegovih vanjskih ploha, pa je i njihov utjecaj na kapacitet kondenzatora veći. Do kojeg se stupnja neki izolator daje polarizirati, a time i koliko utječe na kapacitet kondenzatora, pokazuje nam njegova relativna dielektričnost (ϵ_r).

Relativna dielektričnost nekog izolatora je broj koji nam pokazuje koliko se puta poveća kapacitet nekog kondenzatora ako među njegove ploče umjesto zraka stavimo taj izolator.

Povećavanjem kapaciteta kondenzator prima veći naboj, a time se povećava i gustoća električnog toka između njihovih ploča. Prema tome, polarizacija utječe i na gustoću električnog toka, pa se relativna dielektričnost može i ovako definirati:

Relativna dielektričnost nekog izolatora pokazuje nam koliko se puta povećava gustoća električnog toka ako električno polje umjesto kroz zrak prolazi kroz taj izolator.

4.3.5. Relativna dielektričnost nekih izolatora

Izolator	ϵ_r	Izolator	ϵ_r
vakuum	1	pertinax	oko 4
zrak	oko 1	porculan	„ 4
papir	„ 2	staklo	„ 6
mineralno ulje	„ 2	tinjac (liskun)	„ 7
guma	„ 3	aluminijev oksid	„ 8
bakelit	„ 4	voda	„ 80

Gornje vrijednosti samo su približne vrijednosti jer relativna dielektričnost ovisi o sastavu i kvaliteti pojedinih izolatora. Osim toga, na nju utječu i temperatura, vlažnost, tlak i dr. Najstalnije vrijednosti ima tinjac, stoga se on upotrebljava na uređajima gdje je potreban stalni odnos između jakosti električnog polja (E) i gustoće električnog toka (D).

4.3.6. Izračunavanje kapaciteta kondenzatora

Već smo prije utvrdili da je gustoća električnog toka u vakuumu i zraku razmjerna s jakošću električnog polja

$$D = \varepsilon_0 \cdot E$$

Ako električno polje prolazi kroz izolator, gustoća se povećava toliko puta kolika je relativna dielektričnost tog izolatora

$$D = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot E$$

Znamo da je

$$E = \frac{U}{l}$$

pa dobijemo

$$D = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{U}{l}$$

Ako izraz za električni naboj ($Q = D \cdot S$) i prednji izraz za gustoću električnog toka (D) uvrstimo u formulu za kapacitet (C), dobijemo

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{D \cdot S}{U} = \frac{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{U}{l} \cdot S}{U} = \frac{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot S}{l}$$

$$C = \frac{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot S}{l}$$

gdje je C . . . kapacitet kondenzatora (F)
 ε_r . . . relativna dielektričnost izolatora
 ε_0 . . . dielektričnost vakuumu (C/Vm)
 S . . . površina ploča kondenzatora (m²)
 l . . . udaljenost ploča (m)

Kapacitet kondenzatora je, dakle, to veći što je veća relativna dielektričnost izolatora, veća površina ploča i manja udaljenost između ploča.

Do tog smo zaključka došli već prije eksperimentalnim putem, a sada smo to potvrdili i matematskim izviodom.

Primjer. Površina ploča nekog kondenzatora je 60 cm², a međusobna udaljenost njegovih ploča iznosi 1 mm. Koliki je kapacitet tog kondenzatora ako se između njegovih ploča nalazi a) zrak, b) tinjac?

$$S = 0,006 \text{ m}^2$$

$$l = 0,001 \text{ m}$$

$$\varepsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12} \text{ C/Vm}$$

$$\varepsilon_r = 1 \text{ (zrak)}$$

$$\varepsilon_r = 7 \text{ (tinjac)}$$

$$C_1 = ?$$

$$C_2 = ?$$

$$\text{a) } C_1 = \frac{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot S}{l} = \frac{1 \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 0,006}{0,001} =$$

$$= 53,16 \cdot 10^{-12} = 0,000 \text{ 000 000 053 F} = 53 \text{ pF}$$

b) Kapacitet kondenzatora s tinjcem je sedam puta veći jer je relativna dielektričnost tinjca sedam puta veća.

$$C_2 = 7 \cdot C_1 = 7 \cdot 53 = 371 \text{ pF}$$

4.3.7. Energija u kondenzatoru

Priključenjem kondenzatora za neki napon stvara se između njegovih ploča električno polje, pa u njemu dolazi do polarizacije dielektrika. Atomi dielektrika dovedeni su pri tome u napeto stanje, pa dielektrik u takvom stanju posje-

duje stanovitu potencijalnu energiju. Tu energiju kondenzator prima iz električnog izvora samo dok se puni. Napunjen kondenzator ne troši više energiju izvora, pa se izvor može isključiti, a u kondenzatoru ostaje skupljena energija sve dok kondenzator ne ispraznimo.

Energija u napunjenom kondenzatoru jednaka je radu koji je izvor morao obaviti prilikom punjenja, tj. radu koji je bio potreban da se u atomima dielektrika pomaknu središta naboja. Zbog tog pomaka naboja jedna površina dielektrika postaje pozitivna, a druga negativna, tj. učinak je isti kao da se cjelokupni naboj kondenzatora (Q_c) pomaknuo za debljinu dielektrika (l_c). Pri tome je obavljen rad koji je jednak umnošku sile (F) kojom je kroz dielektrik pomaknut naboj i puta (l_c) koji je taj naboj prošao.

$$A = F \cdot l_c$$

Sila F je ovisna o veličini naboja i jakosti električnog polja ($F = E \cdot Q_c$), pa dobijemo

$$A = E \cdot Q_c \cdot l_c$$

Budući da jakost električnog polja pri punjenju kondenzatora raste od nule do konačne vrijednosti E , možemo uzeti da za vrijeme punjenja na naboj djeluje električno polje prosječne jakosti $E/2$, pa dobijemo da je pri punjenju obavljen električni rad

$$A = \frac{E}{2} \cdot Q_c \cdot l_c \quad (E = \frac{U_c}{l_c})$$

$$A = \frac{U_c}{2 \cdot l_c} \cdot Q_c \cdot l_c \quad (Q_c = U_c \cdot C)$$

$$A = \frac{U_c \cdot U_c \cdot C \cdot l_c}{2 \cdot l_c}$$

$$A = \frac{U_c^2 \cdot C}{2}$$

Ako zanemarimo toplinske gubitke (koji su vrlo maleni), sav taj rad pretvara se u energiju nabijenog kondenzatora, tj.

$$W_e = \frac{U_c^2 \cdot C}{2}$$

gdje je W_e ... energija napunjenog kondenzatora (J)
 C ... kapacitet kondenzatora (F)
 U_c ... napon između ploča napunjenog kondenzatora (U)

Ako u tu formulu uvrstimo izraz za kapacitet pločastog kondenzatora, dobijemo:

$$W_e = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot S \cdot U_c^2}{2 l}$$

Primjer. Kod svjetiljke za bljeskove dobiva se energija potrebna za stvaranje bljeska iz napunjenog kondenzatora. Koliki treba biti kapacitet tog kondenzatora da prilikom pražnjenja s 1000 V dade energiju 150 J?

$$\begin{aligned} W_e &= 150 \text{ J} \\ U_c &= 1000 \text{ V} \\ C &= ? \end{aligned}$$

$$W_e = \frac{U_c^2 \cdot C}{2}$$

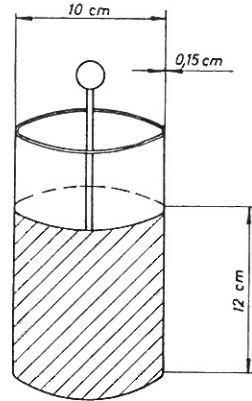
$$C = \frac{2 \cdot W_e}{U_c^2}$$

$$C = \frac{2 \cdot 150}{1\,000\,000}$$

$$C = 0,0003 \text{ F} = 300 \mu\text{F}$$

Zadaci

1. Kolika je relativna dielektričnost izolatora koji se nalazi između ploča kondenzatora ako je površina ploča $0,15 \text{ m}^2$, međusobna udaljenost ploča $0,1 \text{ mm}$, a kapacitet kondenzatora $0,05 \mu\text{F}$?
2. Kolika mora biti udaljenost ploča kondenzatora čija je površina $0,3 \text{ m}^2$ da dobijemo kapacitet od $2 \mu\text{F}$? Između ploča nalazi se kao izolator aluminijev oksid.
3. Koliki je kapacitet dviju okruglih metalnih ploča promjera 40 cm koje su međusobno udaljene 3 mm ako je prostor između njih ispunjen pertinaksom?
4. Izračunajte kapacitet leydenske boce čiji je unutar-nji promjer 10 cm , visina obloge od staniola 12 cm , a staklo ima debljinu $1,5 \text{ mm}$ (sl. 101). (Leydenska boca je staklena valjkasta posuda koja je izvana i iznutra obložena staniolom, pa kao i kondenzatori ima dvije metalne ploče – listiće od staniola koji su međusobno odvojeni izolatorom – staklom. Usljed toga imaju kao i kondenzatori relativno velik kapacitet.).
5. Kolika mora biti udaljenost između ploča kondenzatora čija je površina 500 m^2 da kapacitet bude $155 \mu\text{F}$? Razmak između ploča ispunjen je tinjcem. Koliki mora biti taj razmak da dobijemo kapacitet od $62 \mu\text{F}$?
6. Kolika bi morala biti površina dviju metalnih ploča udaljenih 1 mm , između kojih se nalazi zrak, da bi njihov kapacitet bio 1 F ?
7. Između dvije kvadratične ploče sa stranicom od 15 cm nalazi se $0,2 \text{ mm}$ debeo sloj papira. Koliki je kapacitet tih ploča, kolika je jakost električnog polja i koliki naboj primaju pri naponu od 300 V ?
8. Razmak između ploča površine 200 cm^2 iznosi $0,5 \text{ mm}$, a ispunjen je nekim izolatorom. Kolika je relativna dielektričnost tog izolatora ako pri naponu od 200 V ploče prime naboj od $0,000\,000\,4 \text{ C}$?
9. Kondenzator od $4 \mu\text{F}$ ima dielektrik debljine $0,1 \text{ mm}$, a nabijen je naponom od 600 V . Koliki je naboj i energija u tom kondenzatoru, a kolika jakost električnog naboja?



Sl. 101. Leydenska boca (zadatak 4)

4.4. VRSTE KONDENZATORA

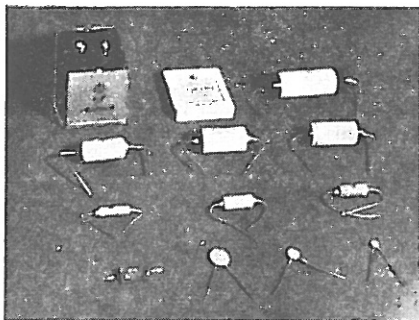
Kondenzatori su vrlo važni sastavni elementi najrazličitijih uređaja slabe i jake struje. S obzirom na tu raznolikost primjene, različita su i svojstva koja se od njih traže, pa se kondenzatori izrađuju u mnogim tehničkim izvedbama. Oni se međusobno razlikuju po veličini kapaciteta, po stalnosti kapaciteta, po veličini gubitaka, po probnoj čvrstoći izolatora i dr.

4.4.1. Kondenzatori stalnog kapaciteta

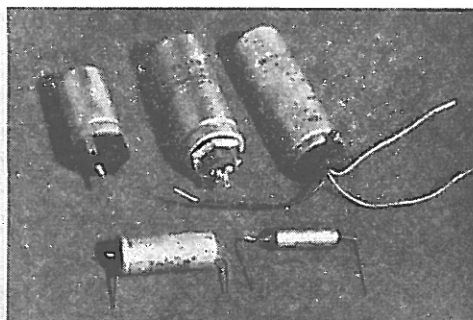
Kapacitet tih kondenzatora morao bi imati stalnu vrijednost, ali on se praktički ipak više ili manje mijenja zbog vanjskih utjecaja (vlaga, temperatura, starenje i sl.).

a) **Kondenzatori s liskunom** kao dielektrikom vrlo su kvalitetni jer imaju stalan kapacitet i neznatne gubitke. Slojevi liskuna nalaze se između tankih metalnih ploča ili je metalni sloj direktno nanesen na sloj liskuna. Zbog stalnosti kapaciteta često se upotrebljavaju kao kondenzatorske normale pri električnim mjerenjima (sl. 102).

b) **Keramički kondenzatori** imaju tanko keramičko tijelo u obliku ploče, cijevi, lonca ili slično, na čiju je površinu s obje strane nanesen tanki sloj srebra. Upotrebljavaju se specijalne keramičke mase čija je relativna dielektričnost vrlo velika, pa se i uz relativno debele slojeve dielektrikuma mogu dobiti znatni kapaciteti (sl. 102).



Sl. 102. Kondenzatori stalnog kapaciteta



Sl. 103. Elektrolitski kondenzatori

c) **Kondenzatori s papirom** kao dielektrikom nisu tako kvalitetni, ali jeftiniji su od liskunskih i keramičkih kondenzatora. Izrađuju se tako da se dvije trake od papira namočene uljem ili parafinom motaju zajedno s dvije tanke metalne vrpce u svitak koji se zatim umeće u kutije i zalije smolom. Svaka metalna vrpca spojena je s po jednim priključkom koji je izvan kutije (sl. 102). Da bi se smanjili gubici, danas se umjesto papira kao dielektrika sve više upotrebljavaju tanki slojevi plastičnih masa (stirofleks-kondenzatori).

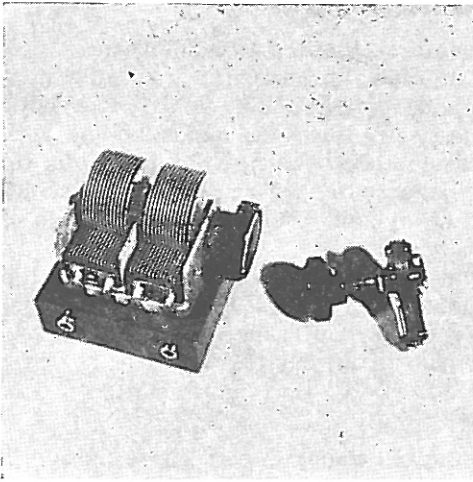
d) **Elektrolitski kondenzatori** imaju aluminijsku anodu, a kao katoda je neki elektrolit. Anoda je prekrivena tankim slojem aluminijeva oksida koji služi kao dielektrik. Zbog male udaljenosti elektroda ovakvi kondenzatori imaju vrlo velike kapacitete. Mogu se upotrebljavati samo kod istosmjerne struje i uz određeni smjer struje jer suprotan smjer struje razara njegov oksidni sloj na aluminiju. U novije se vrijeme umjesto aluminija upotrebljava tantal²¹, pa se time još više smanjuju dimenzije elektrolitskih kondenzatora, a povećava se njihova trajnost, sigurnost i stabilnost u najtežim uvjetima rada (sl. 103).

4.4.2. Kondenzatori promjenljivog kapaciteta

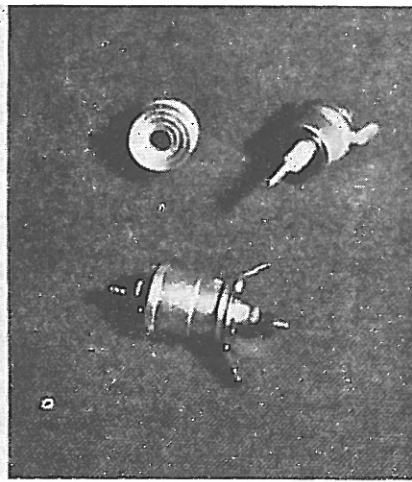
Kapacitet ovih kondenzatora može se mijenjati promjenom aktivne površine ploča. Zbog relativno velike udaljenosti ploča njihov je kapacitet obično vrlo malen.

a) **Kondenzatori sa zračnim dielektrikom** imaju grupu nepokretnih paralelnih ploča (stator) između kojih se nalazi grupa pokretnih ploča (rotor). Grupa pokretnih ploča učvršćena je na osovinu, pa se okretanjem te osovine ploče mogu manje ili više uvući među nepokretne ploče. Budući da kao kondenzator djeluje samo uvučeni dio ploča, kapacitet će biti to veći što su ploče više uvučene (sl. 104).

²¹ tantal — vrsta teške kovine visoka tališta.



Sl. 104. Kondenzatori promjenljivog kapaciteta



Sl. 105. Kondenzator za ugadanje (trimer)

b) **Kondenzatori s krutim dielektrikom** imaju veći kapacitet i veću probojnu čvrstoću uz manje dimenzije od kondenzatora sa zrakom, ali su ostala dielektrična svojstva lošija. U tim se kondenzatorima umjesto zraka između ploča nalazi liskun ili neka plastična masa (sl. 104).

c) **Kondenzatori za ugadanje (trimeri)** jesu kondenzatori neznatna kapaciteta. Njihov se kapacitet dotjeruje na potrebnu veličinu pri izradi nekog uređaja, ali kasnije se više ne mijenja. Stoga su najčešće tako ugrađeni da njihova regulacija nije moguća izvana, nego je potrebno otvaranje cijelog uređaja (sl. 105).

4.4.3. Označavanje kondenzatora

Prema našim propisima, na svakom kondenzatoru mora biti jasno označeno (sl. 111) ovo:

- a) kapacitet kondenzatora u pF ili μF ,
- b) točnost navedenog kapaciteta u % (tolerancija)
- c) maksimalni radni napon u V.

Kapaciteti kondenzatora kreću se u praksi od nekoliko pikofarada do nekoliko tisuća mikrofarada. Kod običnih kondenzatora dozvoljeno je da stvarni kapacitet bude veći ili manji od naznačenog kapaciteta za 20% (tolerancija 20%) ili za 10% (tolerancija 10%). U nekim slučajevima potrebni su kondenzatori kod kojih točnost kapaciteta mora biti mnogo veća (tolerancija 5%, 2% ili 1%). Maksimalni radni napon može se kretati od 100 V do 2000 V istosmjerne struje.

Gornji podaci navedeni su na nekim kondenzatorima slovima i brojevima, a na nekim točkama ili prstenima u različitim bojama.

Na kondenzatorima se treba, osim toga, nalaziti oznaka proizvođača, oznaka tipa kondenzatora i temperaturne granice unutar kojih se kondenzator može upotrebljavati.

4.5. SPAJANJE KONDENZATORA

Pri upotrebi kondenzatora treba voditi računa o dva osnovna podatka koji su napisani ili označeni na njemu. To su kapacitet kondenzatora i njegov radni napon. Kondenzator može primiti najviše onu količinu elektriciteta koja je dana njegovim kapacitetom, a ne smije se priključiti na napon koji je veći od radnog napona naznačenog na njegovu omotaču. Ako ne vodimo računa o kapacitetu kondenzatora, u pitanju je njegov pravilan rad, a ako priključimo kondenzator na previsok napon, dolazi do njegova probijanja, odnosno do oštećenja njegove izolacije.

Ako ne raspoložemo kondenzatorom dovoljno velikog kapaciteta ili je njegov radni napon prenizak, onda možemo spajanjem više kondenzatora u jedan sklop dobiti potrebni kapacitet, odnosno potrebni radni napon. To spajanje kondenzatora može biti paralelno, serijsko ili mješovito.

4.5.1. Paralelno spajanje kondenzatora

Pri paralelnom spajanju (sl. 106) ukupni naboj Q podijeli se na sve kondenzatore, pa svi kondenzatori zajedno prime naboj koji je jednak zbroju naboja pojedinih kondenzatora

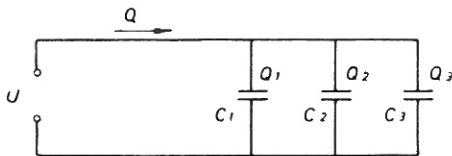
$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots$$

Budući da je naboj koji može primiti neki kondenzator jednak umnošku narinutog napona i kapaciteta tog kondenzatora ($Q = U \cdot C$), a svi kondenzatori pri paralelnom spajanju dobijaju isti napon ($U_1 = U_2 = U_3 = \dots = U$), to se uvrštavanjem dobije

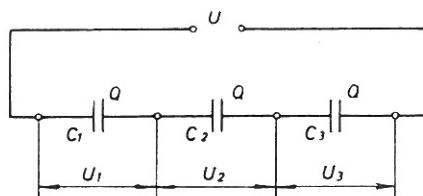
$$U \cdot C = U \cdot C_1 + U \cdot C_2 + U \cdot C_3 + \dots \quad / : U$$

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

Ukupni kapacitet paralelno spojenih kondenzatora jednak je zbroju kapaciteta pojedinih kondenzatora.



Sl. 106. Paralelno spajanje kondenzatora



Sl. 107. Serijsko spajanje kondenzatora

Prema tome, ukupni kapacitet veći je od pojedinačnih, pa se takav način spajanja upotrebljava kad raspoložemo kondenzatorima malih kapaciteta, a potreban nam je veliki kapacitet.

4.5.2. Serijsko spajanje kondenzatora

Pri serijskom spajanju (sl. 107) javlja se naboj na susjednoj ploči uslijed influencije, stoga je taj naboj uvijek po veličini jednak naboju prethodne ploče, samo je suprotnog predznaka. To je uzrok da su naboji na svim kondenzatorima međusobno jednaki bez obzira na njihovu veličinu.

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = \dots = Q$$

Napon koji prima pojedini kondenzator pri takvu spajanju jedan je dio ukupnog napona

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots$$

Ako uzmemo u obzir da je $U = Q/C$ i to uvrstimo u gornju formulu, dobijemo

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} + \dots$$

$$\boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots}$$

Recipročna vrijednost ukupnog kapaciteta jednaka je zbroju recipročnih vrijednosti kapaciteta pojedinih kondenzatora.

Pri serijskom spajanju ukupni kapacitet manji je od kapaciteta najmanjeg kondenzatora, ali napon kojim je opterećen pojedini kondenzator samo je dio ukupnog napona. Stoga se takvo spajanje upotrebljava onda kad raspoložemo kondenzatorima čiji je radni napon manji od napona u strujnom krugu.

4.5.3. Posebni slučajevi serijskog spajanja

a) Ako imamo samo dva serijski vezana kondenzatora, onda se može izvesti novi oblik gornje formule koji omogućuje jednostavnije i brže određivanje ukupnog kapaciteta.

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{C_2 + C_1}{C_1 \cdot C_2}$$

$$\boxed{C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}}$$

Ukupni kapacitet dvaju serijski spojenih kondenzatora dobije se tako da se umnožak tih kapaciteta podijeli njihovim zbrojem.

b) Ako imamo n jednakih serijski spojenih kondenzatora, onda se može izvesti ova formula

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

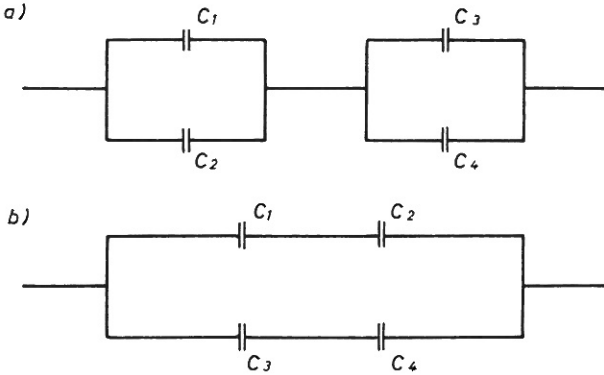
$$\boxed{C = \frac{C_1}{n}}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1 + 1 + 1 + \dots}{C_1} = \frac{n}{C_1}$$

Ukupni kapacitet jednakih serijski spojenih kondenzatora dobije se tako da se kapacitet jednog kondenzatora podijeli s brojem kondenzatora.

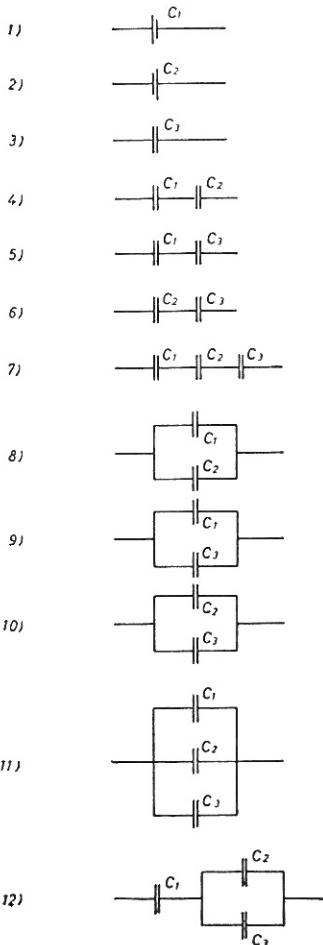
4.5.4. Mješovito spajanje kondenzatora

Ako imamo više kondenzatora od kojih su neki međusobno vezani paralelno, a drugi serijski, onda se takvo spajanje zove mješovito spajanje. Mješovito spajanje može se dobiti tako da se kondenzatori najprije vežu paralelno u grupe, a zatim se grupe međusobno vežu serijski (sl. 108. a). Tada ukupni kapacitet odredimo na taj način da najprije odredimo kapacitet pojedinih grupa (paralelno spajanje!), a zatim ukupni kapacitet tih grupa (serijsko spajanje!).



Mješovito spajanje imamo i onda kad su pojedini kondenzatori serijski spojeni u grupe, a grupe međusobno vezane paralelno (sl. 108. b). Da bi se dobio ukupni kapacitet, treba najprije izračunati ukupni kapacitet pojedine grupe (serijsko spajanje!), a zatim izračunati ukupni kapacitet tih paralelno spojenih grupa.

Sl. 108. Mješovito spajanje kondenzatora



Primjer. Različitim kombinacijama spajanja može se s malim brojem kondenzatora dobiti velik broj različitih kapaciteta. S tri kondenzatora npr. od $2\ \mu\text{F}$, $3\ \mu\text{F}$ i $4\ \mu\text{F}$ može se dobiti cijeli niz kapaciteta od kojih ćemo navesti nekoliko (sl. 109).

1) $C_1 = 2\ \mu\text{F}$

2) $C_2 = 3\ \mu\text{F}$

3) $C_3 = 4\ \mu\text{F}$

4) $C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{2 \cdot 3}{2 + 3} = \frac{6}{5} = 1,2\ \mu\text{F}$

5) $C = \frac{C_1 \cdot C_3}{C_1 + C_3} = \frac{2 \cdot 4}{2 + 4} = \frac{8}{6} = 1,3\ \mu\text{F}$

6) $C = \frac{C_2 \cdot C_3}{C_2 + C_3} = \frac{3 \cdot 4}{3 + 4} = \frac{12}{7} = 1,7\ \mu\text{F}$

7) $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$

$\frac{1}{C} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12}$ $C = \frac{12}{13} = 0,9\ \mu\text{F}$

8) $C = C_1 + C_2 = 2 + 3 = 5\ \mu\text{F}$

9) $C = C_1 + C_3 = 2 + 4 = 6\ \mu\text{F}$

10) $C = C_2 + C_3 = 3 + 4 = 7\ \mu\text{F}$

11) $C = C_1 + C_2 + C_3 = 2 + 3 + 4 = 9\ \mu\text{F}$

12) $C_{23} = C_2 + C_3 = 3 + 4 = 7\ \mu\text{F}$

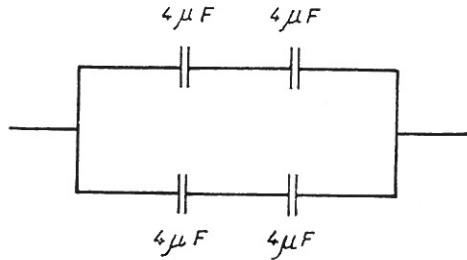
$C = \frac{C_1 \cdot C_{23}}{C_1 + C_{23}} = \frac{2 \cdot 7}{2 + 7} = \frac{14}{9} = 1,55\ \mu\text{F}$

Sl. 109. Kombinacije s tri kondenzatora

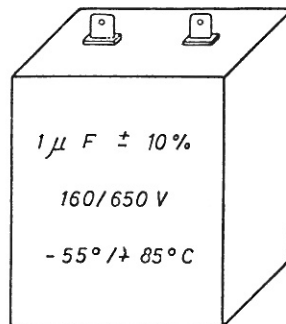
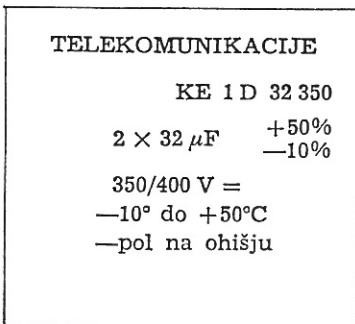
Zadaci

1. Pomoću kondenzatora iz prethodnog primjera složite još četiri kombinacije mješovitog spajanja i izračunajte za svaku kombinaciju ukupni kapacitet.
2. Na koje sve načine možemo spojiti četiri jednaka kondenzatora po $2 \mu\text{F}$. Koliki je ukupni kapacitet tih četiriju kondenzatora pri pojedinom načinu spajanja?
3. Koliki je ukupni kapacitet triju kondenzatora ($2 \mu\text{F}$, $5 \mu\text{F}$ i $10 \mu\text{F}$) ako ih spajamo na različite načine?
4. Koliki je ukupni kapacitet triju kondenzatora od $0,4 \mu\text{F}$, $1 \mu\text{F}$ i $2 \mu\text{F}$,
 - a) ako su spojeni paralelno?
 - b) ako su spojeni serijski?
5. Koliki je ukupni kapacitet četiriju kondenzatora od po $4 \mu\text{F}$ ako ih vežemo prema priloženoj shemi (sl. 110)? Koju korist imamo od takva spoja?

Sl. 110. Ukupni kapacitet četiriju kondenzatora



6. Dva serijski vezana kondenzatora priključena su na napon od 220 V . Prvi kondenzator ima kapacitet od $10 \mu\text{F}$ i prima napon od 100 V . Koliki je kapacitet drugog kondenzatora i koliki je njihov ukupni kapacitet?
7. Dva serijski spojena kondenzatora od $4 \mu\text{F}$ i $8 \mu\text{F}$ priključena su na napon od 110 V .
 - a) Koliki je njihov ukupni kapacitet?
 - b) Koliki je njihov ukupni naboj?
 - c) Koliki napon prima pojedini kondenzator?
8. Koliki je ukupni kapacitet i koliki ukupni napon mogu podnijeti četiri kondenzatora od po $0,5 \mu\text{F}$ građeni za napon od 250 V .
 - a) ako su spojeni paralelno?
 - b) ako su spojeni serijski?
9. Rastumačite oznake na kondenzatoru prikazanom na sl. 111.
10. Objasnite značenje oznaka na donjoj slici.



Sl. 111. Oznake na kondenzatoru omogućuju pravilnu upotrebu kondenzatora

5. MAGNETIZAM

5.1. OSNOVNE POJAVE MAGNETIZMA

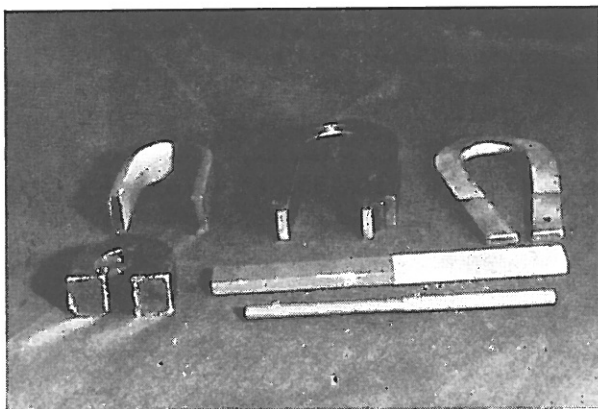
5.1.1. Prirodni i umjetni magneti

Pojava magnetizma primijećena je u prirodi najprije kod željezne rude magnetita. Magnetit već u svom prirodnom stanju privlači sitne željezne čestice, pa komade magnetita zovemo **prirodni magneti**. Magnetska svojstva magnetita moguće je prenijeti posebnim postupcima na komade čelika, pa se takvi magnetizirani čelici zovu **umjetni magneti**. Danas se u tehnici upotrebljavaju uglavnom umjetni magneti dobiveni električnim putem čija je snaga mnogostruko veća od prirodnih magneta.

Prema obliku umjetne magnete dijelimo na štapičaste, potkovičaste, prstenaste i dr. (sl.112). Magnetske igle su laki magneti u obliku plosnate igle koja se može okretati oko svoje najkraće osi.

Magnetsko djelovanje magneta prodire kroz tanke slojeve materijala kao što su staklo, papir, bakar i dr. Zrakoprazan prostor također ne predstavlja prepreku djelovanju magneta.

Osim željeza, magneti privlače također kobalt i nikal, ali u manjoj mjeri.



Sl. 112. Magneti različitih oblika

5.1.2. Magnetski polovi

Ako magnet posipamo sitnom željeznom strugotinom, a zatim ga dignemo, primijetit ćemo da magnet ne privlači strugotinu jednakom snagom po cijeloj svojoj površini. Djelovanje magneta bit će najjače oko točaka koje se nalaze u blizini krajeva. Te dvije točke zovemo **magnetski polovi**. U sredini magneta postoji pojas u kojem se ne primjećuje djelovanje magneta, pa taj pojas zovemo neutralni ili **indiferentni pojas** magneta.

Ako štapićasti magnet objesimo točno u sredini o tanku nit, magnet će se uvijek istom stranom okrenuti prema sjeveru. Onu stranu magneta koja se okreće prema sjeveru, zovemo **sjeverni pol magneta**, a protivnu stranu **južni pol magneta**. Sjeverni polovi na magnetima obično su obojeni plavom bojom, a označuju se slovom N, dok su južni polovi crveno obojeni i označeni slovom S.

Približimo li sjevernom polu jednog magneta sjeverni pol drugog magneta, primijetit ćemo da se međusobno odbijaju. Sjeverni i južni polovi dvaju magneta privlače se. Prema tome,

istoimeni polovi dvaju magneta odbijaju se, a raznoimeni privlače.

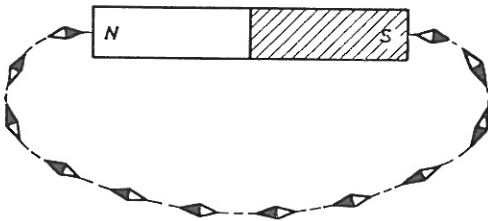
6.1.3. Magnetsko polje

Magnetsko polje je prostor oko magneta u kojem se osjeća magnetsko djelovanje tog magneta.

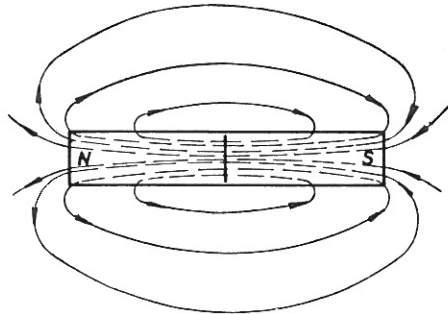
Smjer djelovanja magnetskog polja u nekoj točki pokazuje nam magnetska igla postavljena u tu točku (sl. 138). Ako tu iglu pomičemo stalno u smjeru koji ona trenutno pokazuje, opisat ćemo krivulju koju zovemo magnetska silnica.

Magnetske silnice su krivulje koje nam pokazuju smjer djelovanja magnetskog polja.

One izvan magneta teku od sjevernog pola prema južnom polu, a zatim se zatvaraju u samom magnetu (sl. 139).

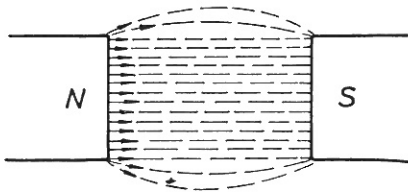


Sl. 138. Određivanje smjera djelovanja magnetskog polja

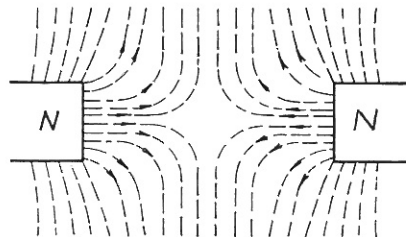


Sl. 139. Smjer magnetskih silnica

Položaj magnetskih silnica nekog magneta možemo zorno uočiti ako na magnet stavimo tanki karton, a zatim ga posipamo sitnom željeznom strugotinom. Kad lagano udaramo po kartonu, strugotina će se postaviti u smjer magnetskih silnica, pa ćemo tako dobiti zornu sliku magnetskog polja. Iz te slike možemo vidjeti ne samo smjer djelovanja polja nego i veličinu djelova-



Sl. 140. Homogeno magnetsko polje



Sl. 141. Nehomogeno magnetsko polje

nja magneta u pojedinoj točki: što su magnetske silnice u nekoj točki gušće, djelovanje magnetskog polja je u toj točki jače.

Homogeno magnetsko polje je polje čije su silnice međusobno jednako udaljene i paralelne. Prema tome, njihova je gustoća svugdje jednaka, pa je jednako i magnetsko djelovanje polja u svim točkama (sl. 115).

Magnetsko polje u kojem silnice nisu paralelne, a njihova međusobna udaljenost nije u svim točkama jednaka, zove se **nehomogeno magnetsko polje** (sl. 116).

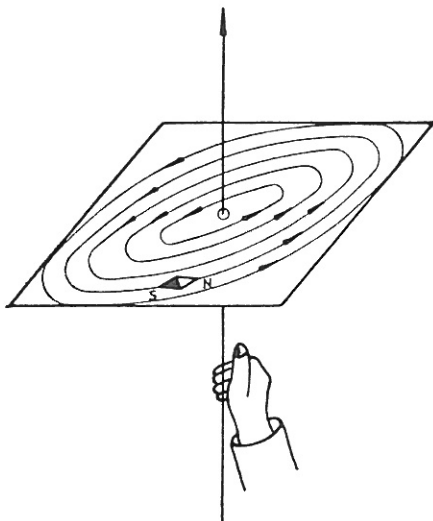
5.1.4. Magnetsko polje ravnog vodiča

Okomito kroz karton provučemo ravni vodič kroz koji prolazi istosmjerna struja veće jakosti. Ako na taj karton polako sipamo sitnu željeznu strugotinu, primijetit ćemo da se strugotina skuplja na kartonu u koncentrične kružnice čija su središta u točki, gdje vodič probija karton.

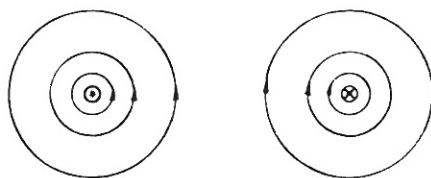
Uzrok tom skupljanju strugotine je magnetsko polje koje se pojavljuje oko vodiča ako kroz njega teče struja.

Smjer magnetskog polja ravnog vodiča možemo odrediti pomoću male magnetske igle: sjeverni pol igle pokazuje nam smjer magnetskog polja (sl. 117). Smjer se može odrediti i pomoću pravila desne ruke:

Ako palac desne ruke okrenemo u smjeru struje, savijeni prsti pokazuju smjer magnetskog polja.



◀ Sl. 117. Određivanje smjera magnetskog polja ravnog vodiča (pomoću magnetske igle i pomoću pravila desne ruke)



Sl. 118. Odnos smjera magnetskog polja i smjera struje

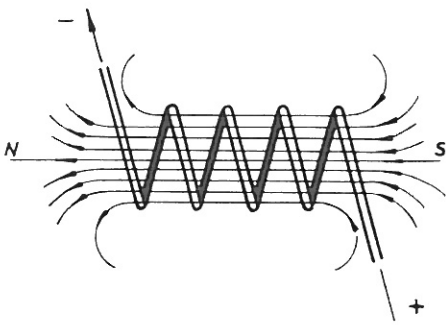
Da bismo na crtežu lakše prikazali odnos između smjera struje i smjera nastalog magnetskog polja (sl. 118), služit ćemo se simbolima koji se primjenjuju u elektrotehnici, kad treba označiti smjer struje u vodiču koji je okomit na ravninu crtanja:

- ⊗ ... presjek vodiča okomitog na ravninu crtanja kroz koji teče struja od nas;
- ⊙ ... presjek vodiča okomitog na ravninu crtanja kroz koji teče struja prema nama.

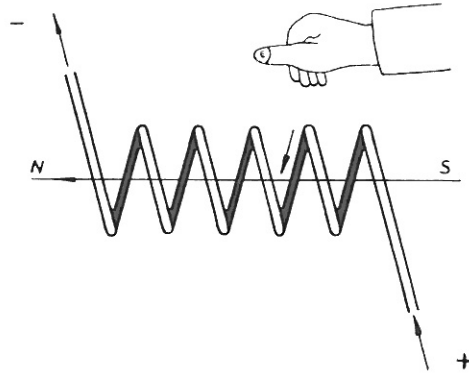
5.1.5. Magnetsko polje svitka

Magnetsko polje ravnog vodiča razmjerno je slabo. Ako struja teče kroz svitak (uzvojnica), unutar svitka dobit ćemo mnogo jače magnetsko polje. Oko svakog zavoja svitka stvara se tada zasebno magnetsko polje, ali se polja zbog istog smjera slijevaju u jedno zajedničko polje čije silnice teku uzduž svitka (sl. 119). Gusto namotani svitak, čija je duljina velika prema njegovu presjeku, ima magnetsko polje slično magnetskom polju štapićastog magneta. U unutrašnjosti svitka magnetsko polje je homogeno, a izvan svitka nehomogeno. Smjer polja određuje se pomoću pravila desne ruke:

Ako savijene prste desne ruke postavimo u smjer struje, onda nam ispruženi palac pokazuje smjer magnetskog polja u svitku (sl. 120).



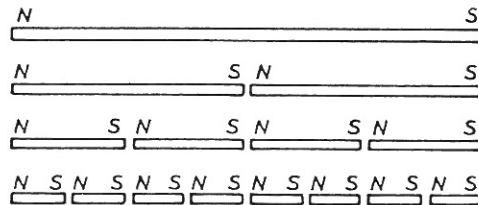
Sl. 119. Magnetsko polje svitka



Sl. 120. Određivanje smjera magnetskog polja svitka pomoću pravila desne ruke

5.1.6. Teorija elementarnih magnetiča

Dijelimo li magnet na sve sitnije dijelove, vidjet ćemo da je i najsitniji dio magnet sa sjevernim i južnim polom (sl. 121). Zamislamo da takvo dijeljenje nastavimo tako dugo dok nam ti magnetiči postanu mali kao molekule. I takve molekule magneta zadržale bi magnetska svojstva.



Sl. 121. Dijeljenjem magneta dobijemo opet magnete sa sjevernim i južnim polom

Odakle molekulama magnetska svojstva? Svaka molekula sastavljena je od atoma, a atomi imaju atomsku jezgru oko koje kruži veći ili manji broj elektrona. To kruženje elektrona oko jezgre usmjereno je gibanje, a svako usmjereno gibanje elektrona je električna struja. Prema tome, oko atomske jezgre kruže sitne električne struje u raznim ravninama. Kao i svaka druga struja, i te struje stvaraju svoja magnetska polja koja se, međutim, kod većine elemenata zbog suprotnih smjerova gotovo potpuno poništavaju. Međutim,

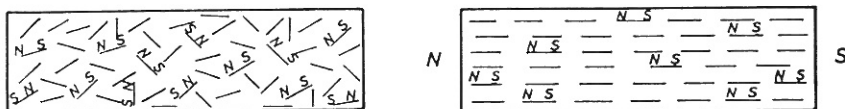
kod nekih elemenata (željezo, kobalt i nikal) postoji u atomu rezultantno magnetsko polje izvjesne jačine, pa takav atom djeluje kao mali magnetič i zovemo ga elementarni magnetič.

Željezo je, prema tome, sastavljeno od sitnih magnetiča, a ipak svako željezo nije magnet. Do toga dolazi zato što su u običnom željezu ti elementarni magnetiči postavljeni u različitim smjerovima, pa se njihovo djelovanje unutar željeza poništava.

5.1.7. Magnetiziranje željeza

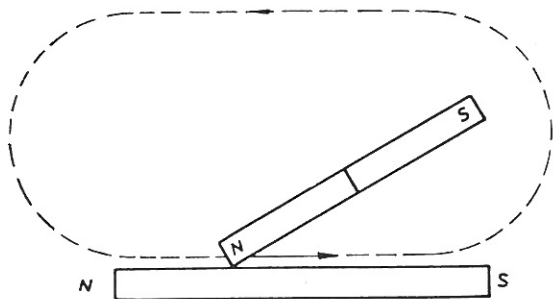
Magnetiziranje željeza je usmjeravanje elementarnih magnetiča u željezu u jednom smjeru (sl. 122).

Time se i djelovanja tih magnetiča usmjeravaju, pa se ta djelovanja više ne poništavaju, nego daju izvjesno rezultantno magnetsko polje čije se djelovanje osjeća i izvan željeza.

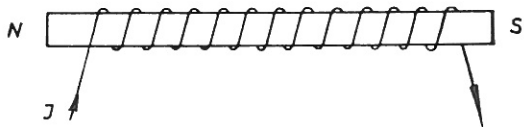


Sl. 122. Smjer elementarnih magnetiča prije i poslije magnetiziranja

Magnetiziranje postižemo prevlačenjem željeza jakim permanentnim magnetom (sl. 123) ili stavljanjem željeza u jako magnetsko polje nekog svitka (sl. 124). Pri tome se elementarni magnetiči usmjeravaju u većoj ili manjoj mjeri, pa o tome ovisi stupanj magnetiziranja. Ako je usmjeren najveći mogući broj elementarnih magnetiča, u željezu je došlo do **magnetske zasićenosti**.



◀ Sl. 123. Magnetiziranje čelika pomoću magneta



Sl. 124. Magnetiziranje čelika pomoću jake struje

Usmjeravanju elementarnih magnetiča protivi se kohezijska sila između molekula. U mekom čeliku ta je sila relativno mala, pa su njegove molekule lakopokretljive. Usljed toga se meki čelik lako magnetizira, ali i lako gubi taj magnetizam.

Tvrđi se čelik, naprotiv, teško magnetizira, ali je njegov magnetizam trajniji. Osobito trajne magnetne (**permanentne magnetne**) dobijemo ako magnetiziramo specijalne čelike za magnetne koji su legirani kromom, volframom, kobaltom, niklom i dr. Kod elektromagneta upotrebljavamo jezgru od mekog čelika da bi magnetizam trajao samo za vrijeme prolaza struje. Premda u takvim čelicima većina elementarnih magnetiča nakon prestanka struje izgubi svoj

usmjereni položaj, ipak jedan dio magnetića ostaje i nakon toga usmjeren. Stoga u elektromagnetima ostaje nešto magnetizma i nakon prekida struje. Taj preostali dio magnetizma zovemo **remanentni magnetizam**.

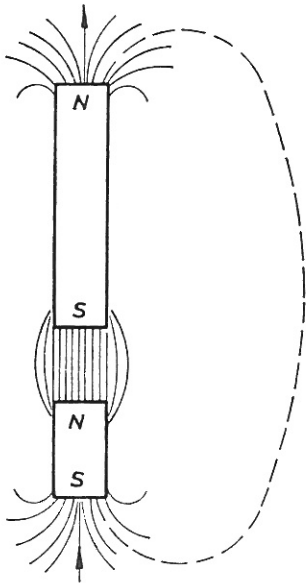
Magnetska svojstva magnetu možemo poništiti zagrijavanjem magnetu, mehaničkim udarcima, djelovanjem suprotnog magnetskog polja i dr. Taj se postupak zove demagnetiziranje **magneta**.

5.1.8. Magnetska influencija

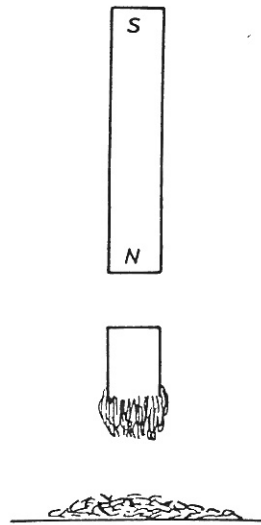
Zašto magnet privlači i nemagnetično željezo? Uzrok tome je pojava koja se zove magnetska influencija. Kad magnet približimo željezu, kroz željezo prolazi magnetsko polje tog magnetu (sl. 125), pa uslijed toga i u željezu dolazi do usmjeravanja elementarnih magnetića, tj. željezo postaje magnet. Budući da se u blizini sjevernog pola magnetu na magnetiziranom željezu stvorio južni pol, a znamo da se suprotni magnetski polovi privlače, magnet će privući željezo.

Ako se magnet udalji od željeza, elementarni magnetići se zbog odbojne sile između istoimenih polova ponovno razmjestu u različite položaje, pa željezo prestaje biti magnetično. Prema tome,

magnetska influencija je pojava da meko željezo i samo postaje magnetično dok se nalazi u blizini magnetu.



Sl. 125. Željezo u magnetskom polju postaje magnetično uslijed magnetske influencije



Sl. 126. Dokaz magnetske influencije

Ako komadom željeza dodirujemo željeznu strugotinu, on neće privući tu strugotinu. Približimo li tom željezu magnet, željezo će privući strugotinu jer je željezo uslijed magnetske influencije postalo magnetično (sl. 126). Čim udaljimo magnet, strugotina otpada sa željeza.

Pitanja

1. Što će biti sa željezom na sl. 125, ako mu umjesto južnog približimo sjeverni pol magneta?
2. Zašto bakreni predmet ne postane magnetičan kad ga prevlačimo nekim permanentnim magnetom?
3. Da li elektromagnet i nadalje privlači željezo ako promijenimo smjer struje kroz njegove zavoje? Zašto?
4. Što se događa s elementarnim magnetičima pri zagrijavanju magneta?
5. Da li se kazaljka mjernog instrumenta na sl. 17. pomiče uvijek udesno, bez obzira na smjer struje kroz njegov svitak?
6. Označite sjeverni i južni pol elektromagneta na sl. 148. pri nacrtanom smjeru struje!
7. Zašto dolazi do demagnetiziranja kad magnet udaramo čekićem?
8. Rastumačite kako nastaje sila koja kod elektromagnetske dizalice na sl. 145. drži željezni teret! Da li će dizalica držati teret i kad promijenimo smjer struje kroz njezine svitke? Kada će dizalica ispustiti teret?

5.2. VELIČINE U MAGNETSKOM KRUGU

5.2.1. Magnetski krug

Magnetizam i elektricitet nisu dvije strogo odvojene pojave, nego su usko povezane i međusobno ovisne. Magnetske pojave u svojoj osnovi posljedice su električnih pojava i obrnuto, pa stoga nije neobično da između magnetskih i električnih veličina postoji izvjesna sličnost i podudarnost.

Kao što smo kod elektriciteta govorili o strujnom krugu, tako sada u magnetskom polju možemo uočiti magnetski krug.

Pod magnetskim krugom razumijevamo zatvorenu putanju magnetskih silnica koje održavane magnetomotornom silom čine magnetski tok.

5.2.2. Magnetski tok

Pod magnetskim tokom razumijevamo ukupni broj magnetskih silnica koje prolaze kroz neku površinu.

Magnetski tok označujemo grčkim slovom Φ , a jedinica za njegovo mjerenje je **veber**²² (1 Wb). Veber definiramo pomoću elektromagnetske indukcije o kojoj ćemo opsežnije govoriti kasnije. Za sada treba znati da se povećanjem ili smanjenjem magnetskog toka koji prolazi kroz neki svitak u tom svitku pobuđuje elektromotorna sila. Pobuđena elektromotorna sila to je veća što je veća promjena magnetskog toka, veći broj zavoja svitka i kraće vrijeme promjene.

Jedan veber je onaj magnetski tok koji jednoliko smanjen u jednoj sekundi na nulu pobuđuje u svitku s jednim zavojem elektromotornu silu od jednog volta.

5.2.3. Magnetska indukcija

Kao što postoji gustoća električnog toka, tako postoji i gustoća magnetskog toka. Neki magnetski tok može prolaziti kroz veću ili manju površinu, tj. magnetske silnice mogu biti rjeđe ili gušće.

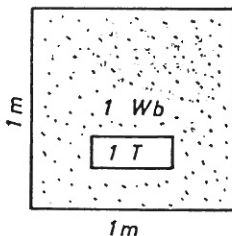
Gustoću magnetskog toka zovemo magnetska indukcija.

²² **Weber**, Wilhelm [Veber], njemački fizičar (1804—1891), proučavao magnetske i električne pojave, uveo apsolutni sistem električnih i magnetskih jedinica.

Veličinu magnetske indukcije dobijemo ako magnetski tok podijelimo s površinom poprečnog presjeka kroz koji taj tok prolazi

$$B = \frac{\Phi}{S}$$

gdje je B ... magnetska indukcija (T)
 Φ ... magnetski tok (Wb)
 S ... površina presjeka (m^2)



Jedinica za mjerenje magnetske indukcije koja se iz gornje formule dobije nazvana je u znak priznanja našem zemljaku Nikoli Tesli, tesla²³ (1 T).

Tesla je magnetska indukcija koja nastaje kad kroz površinu jednog kvadratnog metra prolazi magnetski tok od jednog vebera (sl. 127).

Sl. 127. Definicija jedinice tesla

U homogenom magnetskom polju (npr. u unutrašnjosti svitka) magnetska indukcija je na svakom mjestu jednaka, dok je u nehomogenom polju (npr. u vanjskom polju svitka) različita u različitim točkama.

5.2.4. Magnetomotorna sila

Izvor magnetskog toka može biti permanentni magnet ili svitak kojim teče struja. Veličina magnetskog toka nekog svitka to je veća što je veći broj zavoja svitka i što kroz njih teče jača struja. Produkt te jakosti struje i broja zavoja svitka zove se **protok ili magnetomotorna sila**, a označuje se grčkim slovom Θ (sl. 129).

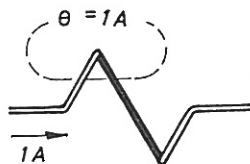
$$\Theta = I \cdot N$$

gdje je Θ ... protok ili magnetomotorna sila (A)
 I ... jakost struje kroz svitak (A)
 N ... broj zavoja svitka

Magnetomotorna sila je sila koja održava magnetski tok u magnetskom krugu.

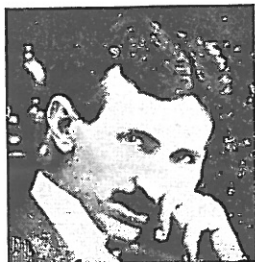
Jedinica za mjerenje magnetomotorne sile je **amperzavoj** (1 Az) ili kraće **amper** (1 A).

Veličinu jednog ampera ima magnetomotorna sila koja djeluje u svitku s jednim zavojem ako kroz njega teče struja jakosti jednog ampera (sl. 128).



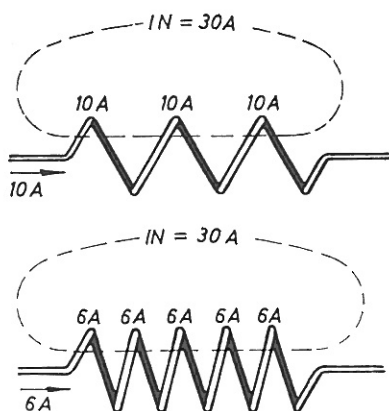
Sl. 128. Definicija ampera

²³ Tesla, Nikola (1856–1943), rođen u Smiljanu kraj Gospića, studirao u Grazu i Pragu, radio u Budimpešti, Parizu i SAD. Izvršio niz značajnih otkrića na području elektrotehnike i njima je izazvao revolucionarni preokret na području proizvodnje, prijenosa i korištenja električne energije.



Svojim je trofaznim sistemom omogućio ekonomičan prijenos električne energije na velike udaljenosti i dao temelj suvremenoj elektroprivredi. Njegov indukcionni elektromotor svojom jednostavnošću i jeftinoćom dokazao je prednosti izmjenične struje i potvrdio njegove proročanske riječi da budućnost pripada izmjeničnoj struji. Tesla je radio i na mnogim drugim područjima (Tesline visokofrekvencijske struje, bežična telegrafija i dr.) i u toku svog plodnog rada patentirao je preko 700 izuma.

Teslin rad nailazi svakim danom na sve veća priznanja. Znameniti engleski fizičar William Thomson (lord Kelvin) već



◀ Sl. 129. Protok predstavlja ukupnu struju koja protječe kroz sve zavoje svitka obuhvaćene magnetskim krugom

$$\Theta = I \cdot N$$

Iz sl. 129. vidimo da istu magnetomotornu silu ($\Theta = I \cdot N = 30 \text{ A}$) dobijemo ako kroz 3 zavoja svitka prolazi struja jakosti 10 A ili kroz 5 zavoja svitka struja jakosti 6 A.

5.2.5. Magnetski otpor

Veličina magnetskog toka ne ovisi samo o veličini magnetomotorne sile nego i o drugom faktoru koji se zove magnetski otpor magnetskog kruga. Tvari u magnetskom krugu opiru se prolazu magnetskog toka, a veličina tog magnetskog otpora ovisna je o vrsti tvari, duljini magnetskog kruga i površini poprečnog presjeka kroz koji magnetski tok prolazi.

$$R_m = \frac{l}{\mu \cdot S}$$

gdje je R_m . . . magnetski otpor (A/Wb)
 l . . . srednja duljina magnetskog kruga (m)
 S . . . poprečni presjek toka (m²)
 μ . . . faktor ovisan o tvari kroz koju magnetski tok prolazi

5.2.6. Permeabilnost

Faktor » μ « iz gornje formule zove se magnetska propustljivost, magnetski permeabilitet ili **magnetska permeabilnost** te tvari. Ona nije uvijek konstantna veličina, nego se u istoj tvari mijenja s promjenom magnetskog stanja tvari. Tako, na primjer, permeabilnost željeza ne ovisi samo o vrsti željeza već i o stupnju njegova magnetiziranja. Stoga se permeabilnost iste željezne jezgre mijenja kod različitih jakosti magnetskog polja, pa je to uzrok da je magnetski otpor magnetskog kruga promjenljiva veličina, dok je električni otpor strujnog kruga bio stalna veličina.

je početkom ovog stoljeća istakao: »Tesla je više pridonio znanosti o elektricitetu nego ijedan čovjek prije njega.« Jedan američki učenjak izjavljuje: »Teslino djelo je tako dalekosežno da je ono postalo osnovom cjelokupnoj industriji.« Teslin rad dobija najveće priznanje 1960. godine kad je na međunarodnoj konferenciji za mjere i utege zaključeno da jedinica magnetske indukcije nosi njegovo ime (»tesla«).

Permeabilnost vakuuma (μ_0), a približno i zraka iznosi

$$\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6} \text{ Wb/Am}$$

Ta permeabilnost vakuuma je konstantna veličina, pa se zove i konstanta indukcije. Ona u magnetskom polju ima istu ulogu koju u električnom polju ima dielektričnost vakuuma (ϵ_0).

Relativna permeabilnost. Omjer između permeabilnosti neke tvari i permeabilnosti vakuuma zove se relativna permeabilnost te tvari (μ_r). Relativna permeabilnost tvari pokazuje, dakle, koliko je puta pri određenoj jakosti magnetskog polja permeabilnost neke tvari veća od permeabilnosti vakuuma.

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

Budući da se povećavanjem magnetske propustljivosti razmjerno povećava i gustoća magnetskog toka,

relativnu permeabilnost neke tvari možemo definirati kao broj koji nam pokazuje koliko se puta povećala magnetska indukcija ako magnetski tok umjesto vakuumom prolazi tom tvari.

$$\mu_r = \frac{B}{B_0}$$

gdje je μ_r . . . relativna permeabilnost tvari
 B . . . magnetska indukcija u toj tvari (T)
 B_0 . . . magnetska indukcija u vakuumu (T)

5.2.7. Magnetski napon

Magnetomotorna sila održava magnetski tok kroz cijeli magnetski krug. Ako je magnetski otpor u cijelom krugu jednak, magnetomotorna sila trošit će se jednoliko uzduž cijelog kruga. Ako magnetski tok prolazi kroz različite tvari ili kroz različite presjeke, za svladavanje otpora pojedinih dijelova kruga potrebni će biti različito veliki dijelovi magnetomotorne sile.

Dio magnetomotorne sile koji se troši za svladavanje magnetskog otpora u pojedinom dijelu magnetskog kruga zove se magnetski napon.

Magnetski napon označujemo slovom V_m , a mjerimo istom jedinicom kao i magnetomotornu silu (1 Az ili 1 A).

Magnetski napon između dviju točaka magnetskog kruga možemo zvati i padom magnetskog napona između tih točaka. Zbroj svih padova magnetskih napona u magnetskom krugu jednak je magnetomotornoj sili koja djeluje u tom krugu.

$$\Theta = V_1 + V_2 + V_3 + \dots$$

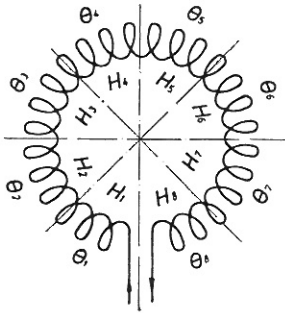
5.2.8. Jakost magnetskog polja

U homogenom magnetskom krugu (npr. u prstenastom svitku na sl. 130) troši se za održavanje magnetskog toka magnetomotorna sila jednoliko uzduž cijelog kruga, tj. na svaku jedinicu duljine magnetskog kruga otpada jednak dio magnetomotorne sile.

Taj dio magnetomotorne sile koji se troši po jedinici duljine magnetskog kruga zove se jakost magnetskog polja.

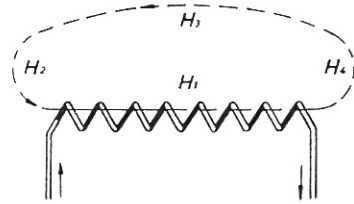
$$H = \frac{I \cdot N}{l}$$

gdje je H . . . jakost magnetskog polja (A/m)
 I . . . jakost struje kroz svitak (A)
 N . . . broj zavoja svitka
 l . . . duljina magnetskog kruga (m)



$$H_1 = H_2 = H_3 = \dots = H_n$$

Sl. 130. U homogenom magnetskom krugu jakost magnetskog polja jednaka je u svakom dijelu tog kruga



$$H_1 \neq H_2 \neq H_3 \neq H_4$$

Sl. 131. U nehomogenom magnetskom krugu jakost magnetskog polja na različitim mjestima različita je

U **nehomogenom magnetskom krugu** jakost polja je različita na različitim mjestima kruga (sl. 131). Dok se u homogenom magnetskom krugu potrebna magnetomotorna sila može odrediti po formuli $I \cdot N = H \cdot l$, dotle u nehomogenom krugu treba voditi računa o jakosti polja na pojedinim dijelovima kruga (H_1, H_2, H_3, \dots) i duljinama tih dijelova (l_1, l_2, l_3, \dots), pa ta formula poprima oblik

$$I N = H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 + H_3 \cdot l_3 + \dots$$

Jedinica za mjerenje jakosti magnetskog polja je **amper po metru** (1 A/m).

Magnetsko polje ima jakost jednog ampera po metru ako se na jednom metru duljine tog polja troši magnetomotorna sila od jednog ampera.

5.2.9. Odnos između H i B

Magnetski tok je to veći što je veća magnetomotorna sila, a manji magnetski otpor. Matematski to možemo izraziti formulom

$$\Phi = \frac{\Theta}{R_m}$$

Ako u tu formulu uvrstimo izraz za magnetomotornu silu i magnetski otpor, dobijemo

$$\Phi = \frac{\Theta}{R_m} = \frac{I \cdot N}{\frac{l}{\mu \cdot S}} = \frac{I \cdot N \cdot \mu \cdot S}{l} \quad / : S$$

$$\frac{\Phi}{S} =: \mu \cdot \frac{I \cdot N}{l} = \mu \cdot H \quad \left(\frac{\Phi}{S} = B, \mu = \mu_0 \cdot \mu_r \right)$$

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H$$

gdje je B . . . magnetska indukcija (T)
 μ_0 . . . permeabilnost vakuumu (Wb/Am)
 μ_r . . . relativna permeabilnost tvari
 H . . . jakost magnetskog polja (A/m)

Gornja jednadžba pokazuje nam odnos između magnetske indukcije i jakosti magnetskog polja kad nam je poznata permeabilnost tvari kroz koju magnetsko polje prolazi. Međutim, permeabilnost je u praksi stalna veličina samo u vakuumu, a donekle i u zraku, pa se gornja jednadžba može praktički primijeniti uglavnom samo za proračun **svitaka bez jezgre**. Tada je $\mu_r = 1$, pa dobijemo

$$B_0 = \mu_0 \cdot H$$

$$B_0 = 1,256 \cdot 10^{-6} \cdot H \quad \text{ili približno}$$

$$B_0 = \frac{H}{800\,000}$$

Primjer. Kolika je magnetomotorna sila, jakost magnetskog polja, magnetska indukcija, magnetski tok i magnetski otpor, ako kroz prstenasti svitak na sl. 132. teče struja jakosti 10 A?

$$I = 10 \text{ A} \quad \text{a) } S = \frac{d^2 \Pi}{4} = \frac{0,04^2 \cdot 3,14}{4} = 0,001\,256 \text{ m}^2$$

$$N = 500 \quad \text{b) } l = D \cdot \Pi = 0,2 \cdot 3,14 = 0,628 \text{ m}$$

$$d = 0,04 \text{ m} \quad \text{c) } \Theta = I \cdot N = 10 \cdot 500 = 5000 \text{ A}$$

$$D = 0,2 \text{ m} \quad \text{d) } H = \frac{I \cdot N}{l} = \frac{10 \cdot 500}{0,628} = 7962 \text{ A/m}$$

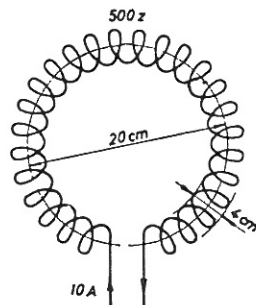
$$\Theta = ? \quad \text{e) } B_0 = \frac{H}{800\,000} = \frac{7962}{800\,000} = 0,01 \text{ T}$$

$$H = ? \quad \text{f) } \Phi = B \cdot S = 0,01 \cdot 0,001\,256 = 0,000\,012\,56 \text{ Wb}$$

$$B = ? \quad \text{g) } R_m = \frac{I \cdot N}{\Phi} = \frac{10 \cdot 500}{0,000\,012\,56} = 400\,000\,000 \text{ A/Wb}$$

$$\Phi = ?$$

$$R_m = ?$$



Sl. 132. Prstenasti svitak

5.2.10. Uspoređenje električnih i magnetskih veličina

Ako usporedimo električne i magnetske veličine prikazane u tablicama na kraju knjige (str. 282. i str. 283.), vidimo da između njih postoji vrlo velika podudarnost. Izvjesna podudarnost postoji i između zakona koji vrijede za električne pojave i zakona o magnetskim pojavama. Tako se, na primjer, u magnetizmu mogu primijeniti ovi zakoni:

Coulombov zakon.

Dva magnetska pola djeluju jedan na drugi silom koja je upravno razmjerna s jakošću tih polova, a obrnuto razmjerna s kvadratom njihove međusobne udaljenosti.

Ohmov zakon.

Magnetski tok je to veći što je veća magnetomotorna sila, a manji magnetski otpor.

Kirchhoffovi zakoni.

I zakon: Magnetski tok koji dolazi u neko čvorište jednak je zbroju magnetskih tokova koji iz tog čvorišta odlaze.

II zakon: Zbroj svih padova magnetskog napona u nekom magnetskom krugu jednak je zbroju svih magnetomotornih sila koje djeluju u tom magnetskom krugu.

Zadaci

1. Kolika je magnetomotorna sila i jakost magnetskog polja u prstenastom svitku sa 250 zavoja i duljinom od 15 cm ako kroz njega teče struja od 6 A?
2. Koliko jaka struja treba prolaziti kroz prstenasti svitak sa 120 zavoja i duljinom od 8 cm da dobijemo magnetsku indukciju od 0,1 T?
3. Koliku jakost magnetskog polja dobijemo ako 18 cm dugačak prstenasti svitak sa 1200 zavoja i električnim otporom od 40Ω priključimo na napon od 64 V?
4. Koliki je magnetski otpor prstenastog svitka sa 500 zavoja ako u njemu struja jakosti 15 A izaziva magnetski tok od 0,008 Wb?
5. Koliko zavoja mora imati prstenasti svitak čiji je srednji promjer 6 cm, a duljina 20 cm, da u njemu struja jakosti 16 A izazove magnetski tok od 0,0005 Wb?
6. Kolika je jakost magnetskog polja i gustoća magnetskog toka u prstenastom svitku koji ima 600 zavoja, promjer 4 cm, duljinu 25 cm, ako kroz njegove zavoje teče struja jakosti 8 A? Koliki je magnetski tok u njemu?
7. U prstenastom svitku bez jezgre postoji magnetsko polje jakosti 2000 A/m. Kolika je u njemu magnetska indukcija i magnetski tok ako je površina presjeka svitka 10 cm^2 ?
8. Kroz prstenasti svitak bez jezgre prolazi magnetski tok od 0,00005 Wb. Kolika je u njemu magnetska indukcija, jakost magnetskog polja, magnetomotorna sila i magnetski otpor ako je srednji promjer prstena 40 cm, a promjer svitka 8 cm?

5.3. MAGNETSKE POJAVE U ŽELJEZU

5.3.1. Feromagnetične, paramagnetične i diamagnetične tvari

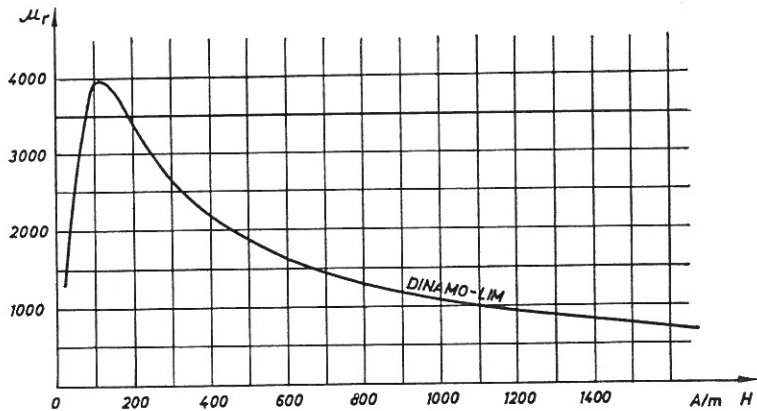
Permeabilnost većine tvari ne razlikuje se mnogo od permeabilnosti vakuuma, tj. njihova relativna permeabilnost kreće se oko 1. Međutim, postoji i mala skupina tvari čija permeabilnost može postati i preko 10 000 puta veća od permeabilnosti vakuuma, pa zbog tog svojstva imaju znatnu ulogu u elektrotehnici. Te su tvari željezo, kobalt, nikal i neke slitine, a zovemo ih **feromagnetične tvari**. Ako se te tvari nalaze u magnetskom polju, gustoća magnetskog toka postaje vrlo velika, tj. povećava se toliko puta kolika je relativna permeabilnost te tvari. Feromagnetične tvari u magnetskom polju postaju i same magnetične, stoga ih magneti snažno privlače.

U nekim tvarima magnetsko polje izaziva samo neznatne promjene. Unešene u magnetsko polje one samo malo povećavaju magnetsku indukciju, tj. njihova permeabilnost je samo malo veća od permeabilnosti vakuuma ($\mu_r > 1$). Takve tvari zovemo **paramagnetične tvari**, a neke od njih jesu aluminij, mangan, krom i gotovo sve željezne slitine. Paramagnetične tvari privlače samo vrlo jaki magneti.

Postoje i tvari čija je permeabilnost nešto manja od 1 ($\mu_r < 1$). One u magnetskom polju izazivaju neznatno slabljenje magnetske indukcije. Njih vrlo jaki magneti odbijaju, pa ih zovemo **dijamagnetične tvari**. Neke od tih tvari jesu bakar, cink, kositar, olovo, srebro, zlato i dr.

5.3.2. Krivulje magnetiziranja

Vidjeli smo da je permeabilnost, a time i relativna permeabilnost, različita kod različitih tvari. Međutim, ona nije stalna veličina ni za iste tvari, već se mijenja s jakošću magnetskog polja u kojem se ta tvar nalazi. Osobito su te promjene velike kod feromagnetičnih tvari. Tako, na primjer, ista vrsta željeza ima u vrlo slabom magnetskom polju osrednju relativnu permeabilnost koja s porastom jakosti magnetskog polja naglo poraste, a zatim se daljim jačanjem polja spusti na neznatnu vrijednost (sl. 133).

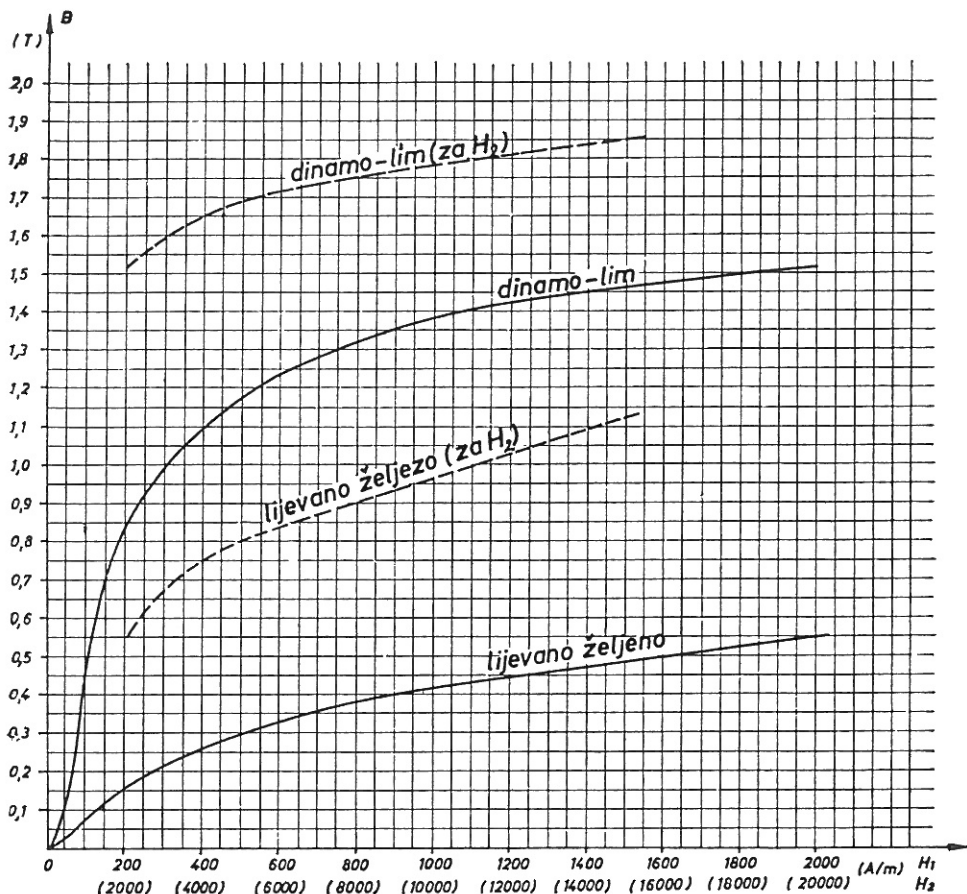


Sl. 133. Permeabilnost nekog materijala ovisi o jakosti magnetskog polja

Ta promjenljivost permeabilnosti otežava nam izračunavanje magnetske indukcije kad je zadana jakost magnetskog polja. Formulu $B = \mu \cdot H$ možemo praktički primijeniti samo onda kad magnetski tok prolazi kroz tvari čija je permeabilnost stalna ili barem približno stalna (vakuum, zrak paramagnetične ili dijamagnetične tvari). U praksi, međutim, najčešće magnetski tok prolazi kroz feromagnetične tvari (željezne jezgre svitka). Tada upotrebljavamo posebne dijagrame s tzv. »krivuljama magnetiziranja« pojedinih tvari (sl. 134). Pomoću tih dijagrama možemo odrediti

- magnetsku indukciju iz jakosti magnetskog polja,
- jakost magnetskog polja iz magnetske indukcije,
- permeabilnost tvari pri određenoj jakosti magnetskog polja ili određenoj magnetskoj indukciji ($\mu = B : H$).

Krivulje magnetiziranja pokazuju nam, dakle, odnos magnetske indukcije i jakosti magnetskog polja za pojedine tvari.



Sl. 134. Krivulje magnetiziranja pokazuju međusobnu ovisnost magnetske indukcije i jakosti magnetskog polja

Iz njih vidimo kako se pojedina tvar pod utjecajem magnetskog polja magnetizira, pri kojoj jakosti magnetskog polja je to magnetiziranje najefikasnije, kada u tvari nastupa magnetska zasićenost i dr. Krivulja magnetiziranja daje nam, dakle, sliku magnetskih svojstava neke tvari.

Primjeri

1. Kolika je jakost magnetskog polja, magnetska indukcija i relativna permeabilnost jezgre u svitku sa 300 zavoja koji je namotan na prsten od dinamo-čelika promjera 30 cm ako kroz svitak teče struja jakosti 5 A?

$$N = 300$$

$$D = 30 \text{ cm}$$

$$I = 5 \text{ A}$$

$$H = ?$$

$$B = ?$$

$$\mu_r = ?$$

$$\text{a) } l = D \cdot \pi = 0,3 \cdot 3,14 = 0,942 \text{ m}$$

$$\text{b) } H = \frac{I \cdot N}{l} = \frac{5 \cdot 300}{0,942} = 1592 \text{ A/m}$$

$$\text{c) Iz dijagrama } B = 1,47 \text{ T}$$

$$\text{d) } B_0 = \frac{H}{800\,000} = \frac{1592}{800\,000} = 0,001\,99 \text{ T}$$

$$\text{e) } \mu_r = \frac{B}{B_0} = \frac{1,47}{0,001\,99} = 735$$

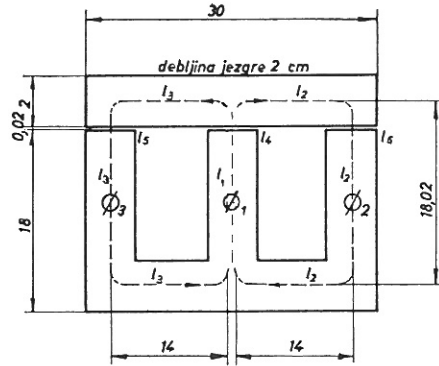
2. Oko srednjeg roga troroge jezgre (sl. 135) omotano je 1600 zavoja žice. Koliko jaka struja mora teći tom žicom da u jezgri stvori magnetski tok od 0,52 mWb? (Dimenzije na slici dane su u cm).

$$N = 1600$$

$$\Phi_1 = 0,000\ 52\ \text{Wb}$$

$$S = 0,000\ 4\ \text{m}^2$$

$$I = ?$$



Sl. 135. Zatvorena troroga jezgra

- a) Magnetski tok iz srednjeg roga dijeli se u dva jednaka toka jer su magnetski otpori u bočnim rogovima jednaki

$$\Phi_2 = \Phi_3 = \Phi_1/2$$

$$\Phi_1 = 0,000\ 52\ \text{Wb}$$

$$\Phi_2 = 0,000\ 26\ \text{Wb}$$

$$\Phi_3 = 0,000\ 26\ \text{Wb}$$

- b) Magnetska indukcija u pojedinim rogovima

$$B = \frac{\Phi}{S}$$

$$B_1 = 0,000\ 52 : 0,000\ 4 = 1,3\ \text{T}$$

$$B_2 = 0,000\ 26 : 0,000\ 4 = 0,65\ \text{T}$$

$$B_3 = 0,000\ 26 : 0,000\ 4 = 0,65\ \text{T}$$

- c) Potrebnu jakost magnetskog polja u čeličnoj jezgri dobijemo iz dijagrama

$$H_1 = 750\ \text{A/m}$$

$$H_2 = 130\ \text{A/m}$$

$$H_3 = 130\ \text{A/m}$$

- d) Potrebnu jakost magnetskog polja u zračnom rasporu dobijemo pomoću formule

$$H = 800\ 000 \cdot B$$

$$H_4 = 800\ 000 \cdot 1,3 = 1\ 040\ 000\ \text{A/m}$$

$$H_5 = 800\ 000 \cdot 0,65 = 520\ 000\ \text{A/m}$$

$$H_6 = 800\ 000 \cdot 0,65 = 520\ 000\ \text{A/m}$$

- e) Potrebna magnetomotorna sila

$$\Theta = I \cdot N = H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 + H_3 \cdot l_3 + H_4 \cdot l_4 + H_5 \cdot l_5 + H_6 \cdot l_6$$

$$\begin{aligned} \Theta &= 750 \cdot 0,18 + 130 \cdot 0,46 + \\ &+ 130 \cdot 0,46 + 1\ 040\ 000 \cdot 0,000\ 2 + \\ &+ 520\ 000 \cdot 0,000\ 2 + 520\ 000 \cdot 0,000\ 2 = \\ &= 255 + 416 = 671\ \text{A} \end{aligned}$$

- f) Da bi se dobila tolika magnetomotorna sila, kroz zavoje svitka treba teći struja jakosti

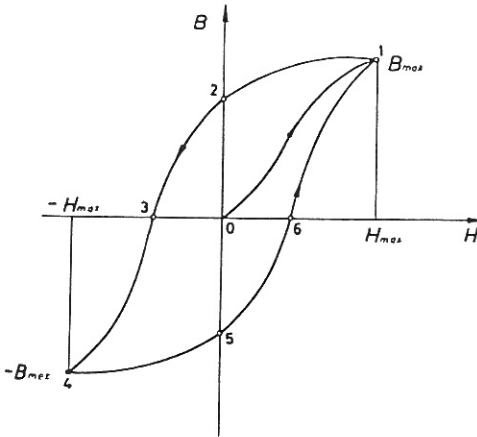
$$I = \frac{\Theta}{N}$$

$$I = \frac{671}{1600} = 0,42\ \text{A}$$

Iz točke e) vidimo da se najveći dio magnetomotorne sile (416 A) troši na održavanje magnetskog toka u zračnom rasporu, premda je ukupna duljina magnetskog toka u tom rasporu neznatna (u svemu 0,06 cm) prema ukupnoj duljini magnetskog toka.

5.3.3. Petlja histereze

Krivulje magnetiziranja prikazane na prethodnom dijagramu vrijede samo za prvo magnetiziranje, tj. kad se magnetiziraju feromagnetične tvari iz potpuno nemagnetičnog stanja. Ako kroz svitak sa željeznom jezgrom pro-



tječe izmjenična struja, nastaje izmjenično magnetsko polje koje magnetizira jezgru čas u jednom, a čas i u drugom smjeru.

Odnos magnetske indukcije i jakosti magnetskog polja koji pri tome nastaje u pojedinom trenutku možemo prikazati složenijom krivuljom koju zovemo krivulja histereze ili petlja histereze (sl. 136).

Sl. 136. Krivulja histereze daje sliku magnetskih svojstava čelika

Proces koji prikazuje petlja histereze možemo podijeliti na ove etape:

- 0 — 1 Jačanjem magnetskog polja raste magnetska indukcija od nule do magnetskog zasićenja («prvo magnetiziranje»).
- 1 — 2 Slabljenjem magnetskog polja slabi i magnetska indukcija, ali i nakon smanjenja magnetskog polja na nulu magnetska indukcija zadržava izvjesnu vrijednost (0 — 2), tj. jezgra je ostala malo magnetska (remanentni magnetizam).
- 2 — 3 Uklanjanje tog preostalog magnetizma vrši se pomoću magnetskog polja protivnog smjera («koercitivna sila», 0 — 3).
- 3 — 4 Daljim jačanjem tog magnetskog polja protivnog smjera javlja se i raste magnetska indukcija u protivnom smjeru do magnetskog zasićenja (4).
- 4 — 5 Slabljenjem magnetskog polja smanjuje se magnetska indukcija, ali ponovno ostaje remanentni magnetizam (0 — 5).
- 5 — 6 Taj remanentni magnetizam možemo poništiti djelovanjem magnetskog polja prvobitnog smjera (0 — 6).
- 6 — 1 Dalje jačanje magnetskog polja dovodi do jačanja magnetske indukcije i do ponovnog magnetskog zasićenja (1).

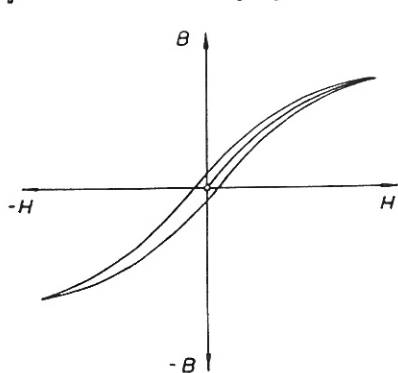
5.3.4. Gubici zbog premagnetiziranja

Kad izmjenična struja teče kroz svitak, stvara se izmjenično magnetsko polje koje usmjeruje elementarne magnetske jezgre čas u jednom, a čas u drugom smjeru. Za svladavanje unutarnjeg trenja koje time nastaje troši se jedan dio električne energije i pretvara u toplinu. Taj gubitak električne energije zovemo gubitak zbog premagnetiziranja ili gubitak zbog histereze.

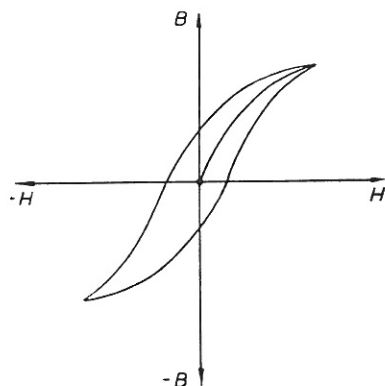
Gubici zbog premagnetiziranja to su veći što u jezgri ostaje više remanentnog magnetizma i što se on teže otklanja. Veličinu tih gubitaka u pojedini-

nom čeliku možemo vidjeti iz njegove petlje histereze (odsječci 0—2 i 0—3, odnosno 0—5 i 0—6). Prema tome, ti gubici su veći kad je površina petlje veća.

Meki čelik se lako magnetizira, ali se isto tako lako i sam gotovo potpuno demagnetizira. U njemu je remanentni magnetizam mali, a krivulja histereze je tanka (sl. 137). Stoga se meki čelici upotrebljavaju za izradu jezgre transformatora i drugih strojeva izmjenične struje gdje je poželjno da se premagnetiziranje vrši uz što manje gubitaka.

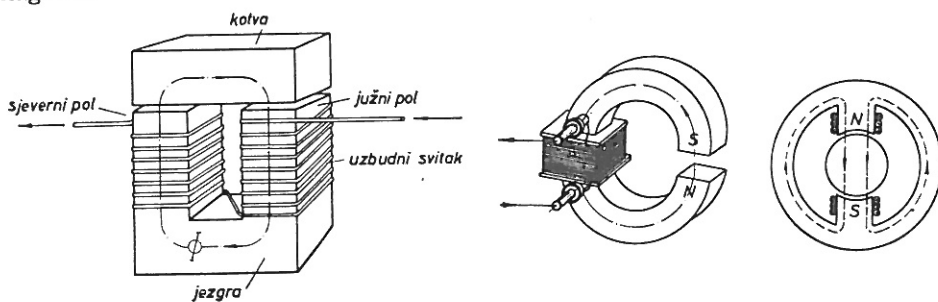


Sl. 137. Krivulja histereze mekog čelika



Sl. 138. Krivulja histereze tvrdog čelika

Tvrđi čelik je, naprotiv, teško magnetizirati i teško se demagnetizira, pa je površina njegove petlje histereze velika jer nakon prestanka djelovanja vanjskog magnetskog polja ostaje znatan remanentni magnetizam (sl. 138). Stoga se tvrdi čelik upotrebljava za izradu trajnih magneta jer je kod njih poželjno da nakon magnetiziranja u njima ostaje što više remanentnog magnetizma. U tom pogledu osobito povoljna svojstva imaju specijalni čelici za magnete.



Sl. 139. Različiti oblici elektromagneta

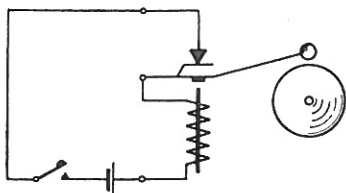
5.3.5. Elektromagneti

Magnetsko djelovanje struje koja protječe kroz svitak može se mnogostruko pojačati ako u svitak umetnemo željeznu jezgru. Magnetsko polje svitka usmjeri elementarne magnetičke jezgre, pa jezgra i sama postane magnetična. Uslijed toga u svitku postoje dva magnetska polja koja imaju isti smjer i međusobno se pojačavaju. Takav svitak s jezgrom zove se elektromagnet (sl. 139).

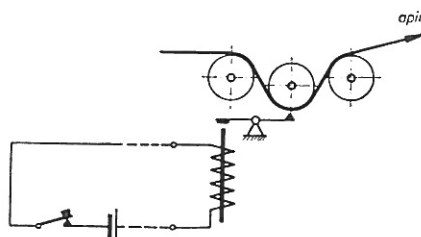
Osnovna fizikalna svojstva elektromagneta u biti su jednaka svojstvima permanentnog magneta. Međutim, u pogledu praktične primjene elektromagneti imaju izvjesne prednosti.

- Njihovo djelovanje može se uključiti i isključiti uključanjem ili isključenjem struje koja ih napaja.
- Jačina djelovanja može se povećati ili smanjiti povećanjem ili smanjenjem struje napajanja.
- Reguliranje njihova djelovanja može se vršiti iz bilo koje udaljenosti.
- Pomoću njih mogu se dobiti vrlo jaka magnetska polja, a ne moraju se upotrijebiti vrlo skupi specijalni materijali za magnete.

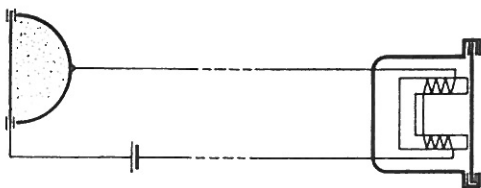
Praktična primjena elektromagneta. Elektromagnet je jedan od najvažnijih elemenata u mnogim električnim uređajima. Navest ćemo samo neke od njih (sl. 140—145).



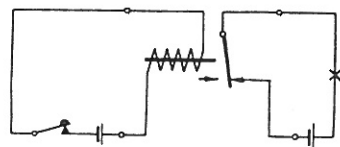
Sl. 140. Zvonce istosmjerne struje



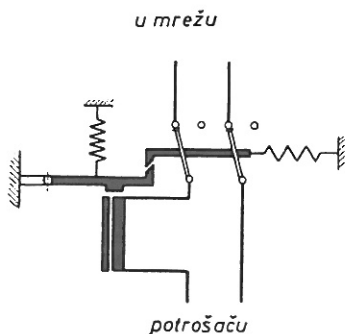
Sl. 141. Pisač telegrafskog aparata



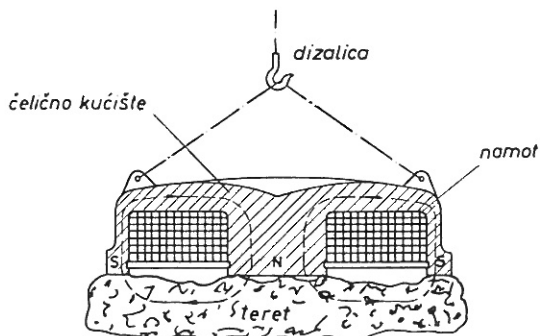
Sl. 142. Telefonska slušalica



Sl. 143. Releji za prekidanje strujnog kruga s trošilom



Sl. 144. Elektromagnetski prekidač



Sl. 145. Elektromagnetska dizalica

5.3.6. Sila privlačenja elektromagneta

Sila kojom elektromagnet privlači neku željeznu kotvu ovisi o svojstvima prostora između polova magneta i kotve. Ta će sila biti to veća što je u tom prostoru veća magnetska indukcija, što je veći poprečni presjek magnetskog toka i što je manja permeabilnost sredstva koje se tu nalazi. Budući da je praktički to sredstvo uvijek zrak, u praksi se primjenjuje formula koja daje približnu veličinu te sile

$$F = 400\,000 \cdot B^2 \cdot S$$

gdje je F . . . sila privlačenja (N)
 B . . . magnetska indukcija (T)
 S . . . poprečni presjek polova (m²)

Primjer. Oko čelične U-jezgre poprečnog presjeka 2 cm² omotano je 60 zavoja žice kroz koju teče struja jakosti 5 A. Kad toj jezgri prislonimo čeličnu kotvu, ukupna duljina magnetskih silnica iznosi 25 cm. Kolika je nosivost tog elektromagneta (sl. 146)?

$$S = 2 \text{ cm}^2 \quad \text{a) } H = \frac{I \cdot N}{l}$$

$$N = 60$$

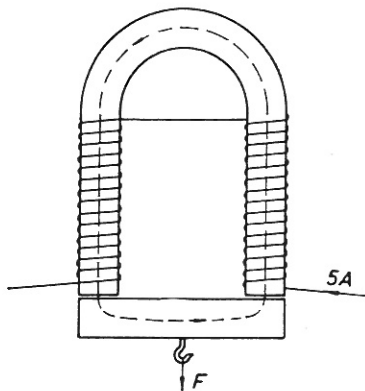
$$I = 5 \text{ A} \quad H = \frac{5 \cdot 60}{0,25} = 1200 \text{ A/m}$$

$$l = 25 \text{ cm}$$

$$F = ? \quad \text{b) Iz dijagrama } B = 1,4 \text{ T}$$

$$\text{c) } F = 400\,000 \cdot B^2 \cdot S$$

$$F = 400\,000 \cdot 1,4^2 \cdot 0,0004 = 313,6 \text{ N}$$



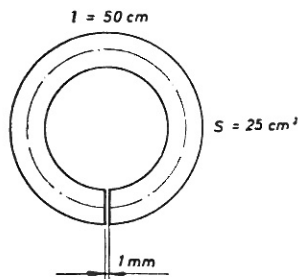
Sl. 146. Potkovičasti elektromagnet s kotvom

Zadaci

- Koliko mora biti zavoja žice omotano oko zatvorene čelične jezgre čija je srednja duljina 30 cm da strujom od 1,4 A pobudimo u njoj magnetsku indukciju od 1,28 T?
- Koliki mora biti broj zavoja u gornjem zadatku ako jezgra nije potpuno zatvorena, nego između jezgre i njezine kotve postoje dva zračna raspora po 0,5 mm?
- Kolika je magnetomotorna sila potrebna da u prstenu od čeličnog lijeva pobudi magnetski tok od 0,0025 Wb ako taj prsten ima poprečni presjek 25 cm² i srednju duljinu 50 cm?
- Kolika je magnetomotorna sila potrebna ako je prsten iz prijašnjeg zadatka na jednom mjestu prepiljen, a rez je širok 1 mm (sl. 147)?

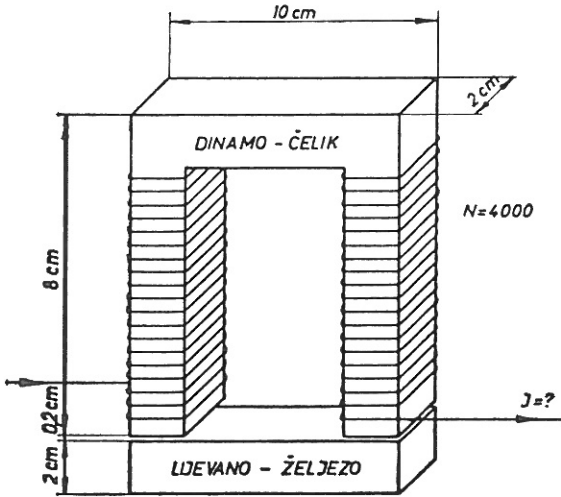
Kolika je jakost magnetskog polja potrebna da u zatvorenoj jezgri od lijevanog željeza dobijemo magnetsku indukciju od 0,6 T?

- Na prsten od legiranog dinamo-čelika namotano je 500 zavoja žice. Kolika je jakost struje potrebna da se postigne magnetski tok od 0,002 Wb ako prsten ima srednji promjer 30 cm i površinu presjeka 12 cm²?

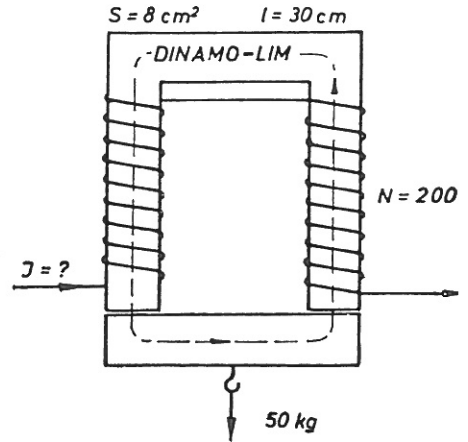


Sl. 147. Prsten s prorezom (zadatak 4)

7. Kolika je struja potrebna da se u jezgri kvadratičnog jednakog presjeka (sl. 148) stvori magnetska indukcija od 0,45 T ako je oko te jezgre omotano 4000 zavoja žice?



Sl. 148. Elektromagnet
(zadatak 7)



Sl. 149. Elektromagnet
s kotvom (zadatak 8)

8. Kolika je jakost struje potrebna da elektromagnet sa sl. 149. drži teret od 50 kg (uz idealno prijanjanje kotve)?
9. Potkovičast elektromagnet ima 200 zavoja, čeličnu jezgru poprečnog presjeka 6 cm^2 , a ukupna duljina njegova magnetskog kruga iznosi 40 cm. Kolika struja treba teći kroz njegove zavojice da može nositi teret od 36 kg?
10. Koliko zavoja mora biti omotano oko potkovičaste čelične jezgre presjeka 10 cm^2 da dobijemo elektromagnet koji bi strujom od 3 A držao teret od 120 kg? Ukupna duljina magnetskog kruga kroz jezgru i kotvu iznosi 80 cm.

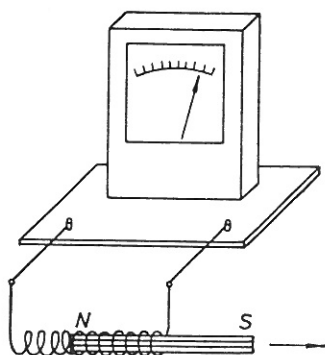
6. ELEKTROMAGNETSKE POJAVE

6.1 ELEKTROMAGNETSKA INDUKCIJA

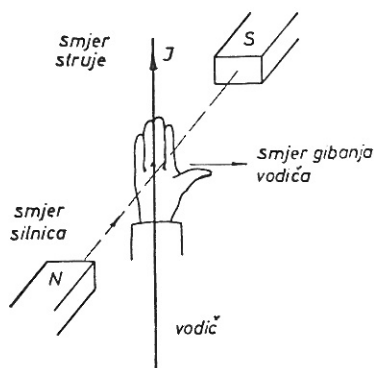
6.1.1. Indukcija sječenjem magnetskih silnica

Pokus

- Svitak bez jezgre priključimo na galvanometar, a zatim kroz svitak pomičemo magnet tako da magnetske silnice sijeku zavoje svitka. Kao magnet uzimamo najprije jedan, zatim dva i na kraju tri jednaka magneta (sl. 150).
- Uzmemo jedan magnet i izvlačimo ga iz svitka polako, brže i najbrže.
- Uzimamo redom svitke s manjim, većim i najvećim brojem zavoja te iz njih izvlačimo uvijek isti magnet jednakom brzinom.



Sl. 150. Ovisnost inducirane EMS o magnetskoj indukciji, duljini vodiča i brzini sječenja magnetskih silnica.



Sl. 151. Određivanje smjera inducirane struje pomoću pravila desne ruke

Zaključak:

Po otklonu kazaljke na galvanometru vidimo da se u vodiču koji siječemo magnetskim silnicama pobuđuje elektromotorna sila. Ona je to veća što je

- veća magnetska indukcija polja (više magneta),
- veća brzina sječenja magnetskih silnica (brže izvlačenje magneta),
- veća duljina vodiča u magnetskom polju (veći broj zavoja svitka).

Pojava da se u vodiču pobuđuje ili inducira elektromotorna sila ako ga siječemo magnetskim silnicama zove se elektromagnetska indukcija.

Potpuno isti učinak dobivamo pomicanjem magneta kraj nepomičnog svitka ili pomicanjem svitka kraj nepomičnog magneta.

6.1.2. Pravilo desne ruke

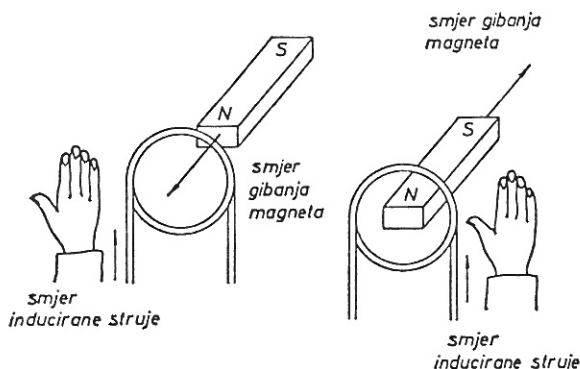
a) Ako je vodič u kojem se inducira elektromotorna sila dio zatvorenog strujnog kruga, kroz njega će poteći struja. Ta struja pobuđena elektromagnetskom indukcijom zove se inducirana struja. Njezin smjer određujemo pomoću »pravila desne ruke«:

Ako desnu ruku postavimo tako da nam magnetske silnice udaraju u dlan, a palac da je okrenut u smjeru gibanja vodiča, onda nam ispruženi prsti pokazuju smjer inducirane struje (sl. 151).

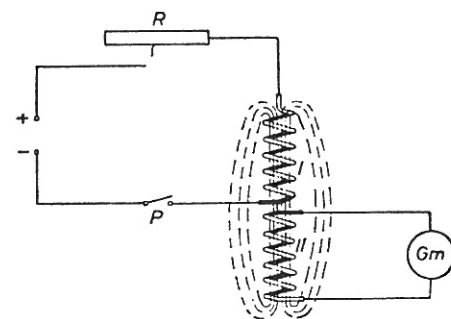
Prema ovom pravilu lako je odrediti smjer inducirane struje u ravnom vodiču koji siječe magnetske silnice.

b) Pravilo desne ruke možemo primijeniti i kad magnetske silnice sijeku zavoje svitka. Ako se magnet približava svitku, kroz svitak prolazi sve veći broj magnetskih silnica, tj. događa se isto kao da se zavoji svitka šire prema van. Kad se magnet udaljava broj magnetskih silnica kroz svitak postaje sve manji, a to ima iste posljedice kao da se zavoji svitka sužuju prema unutra. Stoga ovdje pravilo desne ruke glasi:

Ako desnu ruku postavimo tako da nam magnetske silnice udaraju u dlan, a palac pri približavanju magnetu okrenemo od zavoja svitka prema van, a pri udaljavanju magnetu od zavoja prema unutra, onda nam ispruženi prsti pokazuju smjer inducirane struje (sl. 152).



Sl. 152. Pravilom desne ruke može se odrediti smjer inducirane struje u svitku



Sl. 153. Promjenom struje u primarnom svitku inducira se EMS u sekundarnom svitku

6.1.3. Indukcija promjenom magnetskog toka

U prethodnom smo slučaju vidjeli da se elektromagnetska indukcija može tumačiti i kao posljedica promjene magnetskog toka do koje dolazi kad gibamo magnet ili svitak. Takvu promjenu magnetskog toka, možemo, međutim postići i na druge načine. Ako, na primjer, jakost istosmjerne struje koja prolazi kroz svitak I (sl. 153) mijenjamo pomoću kliznog otpornika R ili prekidamo prekidačem P, mijenja se i veličina magnetskog toka koji nastaje u tom svitku.

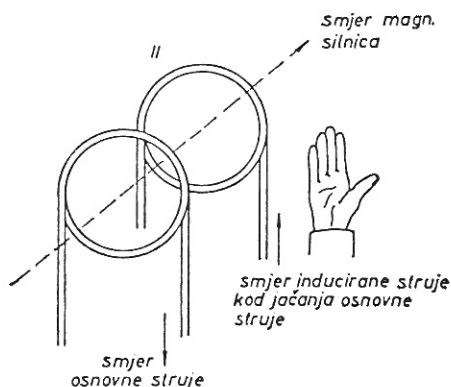
Taj promjenljivi magnetski tok prolazi i kroz susjedni svitak II, pa će se u njemu inducirati struja čiju veličinu i smjer možemo pratiti na priključenom galvanometru G. Primijetiti ćemo

1. da smjer inducirane struje nije isti pri jačanju i slabljenju osnovne struje u svitku I;
2. da je veličina inducirane struje to veća što je veća promjena osnovne struje i što je ta promjena brža.

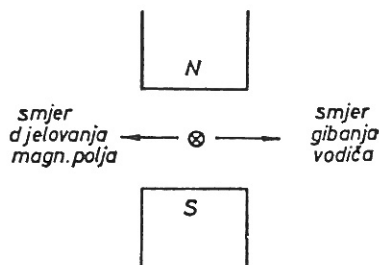
I ovdje jačanje magnetskog toka kroz svitak II ima iste posljedice kao da se zavoji tog svitka šire prema van, pa možemo primijeniti pravilo desne ruke:

Ako desnu ruku postavimo tako da nam magnetske silnice udaraju u dlan, a palac pri povećanju magnetskog toka okrenemo od zavoja svitka prema van, a pri smanjenju toka od zavoja svitka prema unutra, onda nam ispruženi prsti pokazuju smjer inducirane struje (sl. 154).

Da bismo mogli primijeniti to pravilo, treba najprije na osnovu smjera struje u svitku I odrediti smjer magnetskih silnica («pravilo desne ruke» iz 5.1.5.).



Sl. 154. Određivanje smjera inducirane struje pomoću pravila desne ruke



Sl. 155. Otpor magnetskog polja gibanju vodiča

6.1.4. Lencovo pravilo

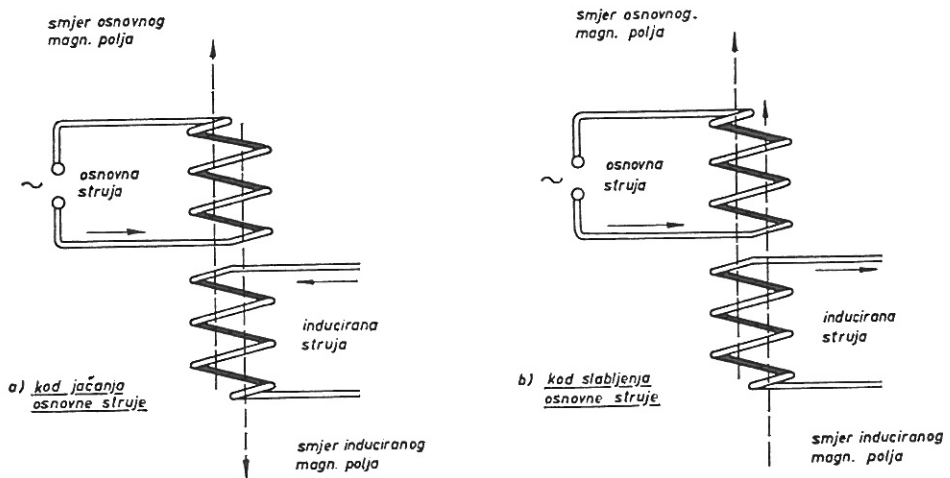
Kad se vodič giba kroz magnetsko polje, u njemu se inducira električna struja čiji je smjer uvijek takav da svojim magnetskim poljem nastoji spriječiti gibanje vodiča (sl. 155). Ta je pojava u skladu s jednim od osnovnih zakona fizike, sa zakonom o održanju energije. Da bismo, dakle, gibali vodič kroz magnetsko polje i time proizveli električnu energiju, trebamo utrošiti odgovarajuću mehaničku energiju potrebnu za svladavanje otpora nastalog magnetskog polja.

Do iste pojave dolazi i kod induciranja struje zbog promjene magnetskog toka. Ta inducirana struja ima uvijek takav smjer da svojim magnetskim poljem nastoji spriječiti promjenu osnovnog magnetskog polja (sl. 156). Pri jačanju osnovnog magnetskog polja inducirana struja stvara magnetsko polje suprotnog smjera (tj. nastoji time spriječiti porast osnovnog polja), a pri slablje-

nju osnovnog polja inducirana struja stvara polje istog smjera (tj. nastoji time spriječiti pad osnovnog polja). Inducirana struja, dakle, uvijek nastoji spriječiti uzrok svog postanka!

Smjer svake inducirane struje određen je općim pravilom koje se zove **Lencovo pravilo**:²⁴

Inducirana struja ima uvijek takav smjer da svojim magnetskim poljem nastoji spriječiti promjene koje ju izazivaju.



Sl. 156. Magnetsko polje inducirane struje uvijek se suprotstavlja promjeni osnovnog magnetskog polja

6.1.5. Opći zakon indukcije

Iz dosadašnjih izlaganja vidimo da je elektromagnetska indukcija pojava uzrokovana sječanjem magnetskih silnica ili promjenom magnetskog toka. Međutim, i pri sječanju magnetskih silnica dolazi do promjene magnetskog toka, stoga je u krajnjoj liniji svaka elektromagnetska indukcija posljedica promjene magnetskog toka.

Iz pokusa u 6.1.1. možemo zaključiti da je inducirana elektromotorna sila to veća što je veća promjena magnetskog toka i što je ta promjena brža. Taj odnos dan je u **općem zakonu indukcije** koji je matematski izražen formulom

$$E = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

gdje je E . . . inducirana EMS u jednom zavoju (V)
 $\Delta \Phi$. . . promjena magnetskog toka (Wb)
 Δt . . . vrijeme trajanja promjene (s)

Dakle:

Inducirana elektromotorna sila je razmjerna s veličinom promjene magnetskog toka i obrnuto razmjerna s vremenom trajanja promjene.

²⁴ **Lenc**, Emilij Hristijanovič (1804—1865), fizičar na univerzitetu u Petrogradu (sada Lenjingrad).

Ako svitak ima više zavoja, onda se elektromotorne sile inducirane u pojedinim zavojima zbrajaju, pa je ukupna inducirana elektromotorna sila

$$E = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

gdje je N . . . broj zavoja svitka

6.1.6. Veličina inducirane EMS

Veličinu inducirane elektromotorne sile možemo odrediti pomoću formule $E = \Delta \Phi : \Delta t$. Međutim, u praksi je često prikladniji drugi oblik te formule koji dobijemo ako promjenu toka prikažemo kao posljedicu gibanja vodiča. Naime, kad vodič duljine l siječe magnetske silnice u polju magnetske indukcije B na putu $\Delta \alpha$, dolazi do ovih promjena (sl. 157):

- vodič je prešao put $\Delta \alpha = v \cdot \Delta t$
- petlja obuhvaća površinu smanjenu za $\Delta S = l \cdot \Delta \alpha$
- magnetski tok je smanjen za $\Delta \Phi = B \cdot \Delta S$

Ako te vrijednosti uvrstimo u formulu

$$E = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

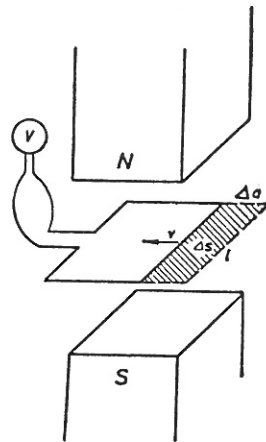
$$E = \frac{B \cdot \Delta S}{\Delta t}$$

$$E = \frac{B \cdot l \cdot \Delta \alpha}{\Delta t}$$

$$E = \frac{B \cdot l \cdot v \cdot \Delta t}{\Delta t}$$

dobijemo

$$E = B \cdot l \cdot v$$



Sl. 157. Gibanjem petlje mijenja se veličina magnetskog toka koji prolazi kroz tu petlju

- gdje je
- E . . . inducirana EMS (V)
 - B . . . magnetska indukcija (T)
 - l . . . duljina vodiča koji siječe magnetske silnice (m)
 - v . . . brzina gibanja vodiča (m/s)

I taj nam izvod pokazuje

da je elektromagnetska indukcija uvijek u biti ista pojava koja se samo može tumačiti na dva načina:

- a) kao posljedica promjene magnetskog toka ($E = \Delta \Phi : \Delta t$)
- b) kao posljedica sječenja magnetskih silnica ($E = B \cdot l \cdot v$).

Primjeri

1. Prstenasti svitak bez jezgre sa 1000 zavoja ima duljinu 25 cm i promjer 4 cm. Na njega je namotan drugi svitak sa 3000 zavoja. Kolika se EMS inducira u drugom svitku ako struju u prvom svitku pojačamo sa 1 A na 6 A jednoliko kroz 0,5 sekundi?

a) Iz formule za magnetsku indukciju izvedimo formulu za magnetski tok

$$\begin{aligned} N_1 &= 1000 \\ d &= 0,04 \text{ m} \\ S &= 0,00125 \text{ m}^2 \\ l &= 0,25 \text{ m} \\ N_2 &= 3000 \\ \Delta t &= 0,5 \text{ s} \\ \Delta I &= 5 \text{ A} \\ \hline E &= ? \end{aligned}$$

$$B = \frac{H}{800\,000}$$

$$\frac{\Phi}{S} = \frac{H}{800\,000} \quad \left(B = \frac{\Phi}{S} \right)$$

$$\Phi = \frac{H \cdot S}{800\,000}$$

$$\Phi = \frac{I \cdot N \cdot S}{800\,000 \cdot l} \quad \left(H = \frac{I \cdot N}{l} \right)$$

b) $\Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1$

$$\Delta \Phi = \frac{I_2 \cdot N_1 \cdot S}{800\,000 \cdot l} - \frac{I_1 \cdot N_1 \cdot S}{800\,000 \cdot l}$$

$$\Delta \Phi = \frac{(I_2 - I_1) N_1 \cdot S}{800\,000 \cdot l}$$

$$\Delta \Phi = \frac{\Delta I \cdot N_1 \cdot S}{800\,000 \cdot l}$$

$$\Delta \Phi = \frac{5 \cdot 1000 \cdot 0,00125}{800\,000 \cdot 0,25} = 0,000\,031\,25 \text{ Wb}$$

c) $E = N_2 \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$

$$E = \frac{0,000\,031\,25}{0,5} \cdot 3000 = 0,1875 \text{ V}$$

2. Kolika mora biti magnetska indukcija između polova generatora da se u 25 cm dugačkoj žici rotora inducira EMS od 2,6 V ako ta žica siječe magnetske silnice okomito brzinom od 8 m/s?

$$\begin{aligned} l &= 25 \text{ cm} \\ E &= 2,6 \text{ V} \\ v &= 8 \text{ m/s} \\ \hline B &= ? \end{aligned}$$

$$E = B \cdot l \cdot v$$

$$B = \frac{E}{l \cdot v}$$

$$B = \frac{2,6}{0,25 \cdot 8} = 1,3 \text{ T}$$

Zadaci

1. Ako brzo izvučemo magnet iz nekog svitka, u tom se svitku magnetski tok naglo smanjuje na nulu. Koliki je magnetski tok magneta koji pri izvlačenju iz svitka sa 800 zavoja pobuđuje u tom svitku EMS od 2,4 V ako izvlačenje magneta (odnosno smanjivanje toka) traje 0,2 sekunde?

2. Magnet čija je magnetska indukcija $0,65\text{ T}$ nalazi se na obodu rotora promjera 50 cm . Kolika se EMS inducira u 24 cm dugačkom vodiču kraj kojeg prolazi taj magnet ako se rotor okreće sa 3000 okr/min ?
3. Rotor nekog generatora ima promjer 8 cm i duljinu 12 cm . Kolika se EMS inducira u njemu kod 2000 okr/min ako istovremeno 60 njegovih žica siječe magnetsko polje čija je magnetska indukcija $0,8\text{ T}$?
4. Kolika treba da je magnetska indukcija magnetskog polja da se u vodiču duljine 50 cm inducira EMS od 4 V ako taj vodič siječe magnetske silnice brzinom 8 m/s ?
5. Kolika treba biti obodna brzina rotora generatora, da se u njemu inducira EMS od 600 V ako je

magnetska indukcija	$1,2\text{ T}$
duljina vodiča u magnetskom polju	25 cm
broj vodiča u magnetskom polju	200
6. U svitku sa 5000 zavoja nalazi se magnet s magnetskim tokom od $0,0004\text{ Wb}$. Kroz koje se vrijeme mora taj tok smanjiti na nulu da bi se u svitku inducirala EMS od 20 V ?
7. Kolika se EMS inducira u svitku sa 2000 zavoja ako se magnetski tok kroz nje ga smanji za vrijeme $0,05$ sekunde od $0,00065\text{ Wb}$ na $0,00015\text{ Wb}$?
8. Koliki magnetski tok treba presijecati vodič u jednoj sekundi da bi se u njemu inducirala elektromotorna sila od 1 V ?
9. U magnetskom polju čija je magnetska indukcija $0,75\text{ T}$ giba se vodič duljine $0,6\text{ m}$ okomito na silnice brzinom 2 m/s . Kolika struja teče u strujnom krugu otpora $10\ \Omega$ ako je gornji vodič sastavni dio tog kruga?

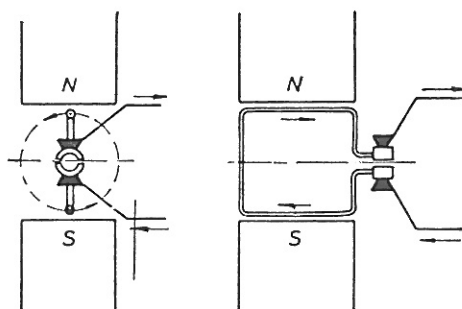
6.2. PRIMJENA ELEKTROMAGNETSKE INDUKCIJE

6.2.1. Princip električnog generatora

Električni generatori su strojevi koji na principu elektromagnetske indukcije pretvaraju mehaničku energiju u električnu energiju.

Na rotoru generatora (sl. 158) nalaze se vodiči koji pri okretanju rotora sijeku magnetske silnice stalnog magnetskog polja, pa se u njima inducira elektromotorna sila. Ta elektromotorna sila je to veća

1. što je veća magnetska indukcija polja,
2. što je veća brzina sječanja magnetskih silnica,
3. što je veća ukupna duljina vodiča u magnetskom polju.



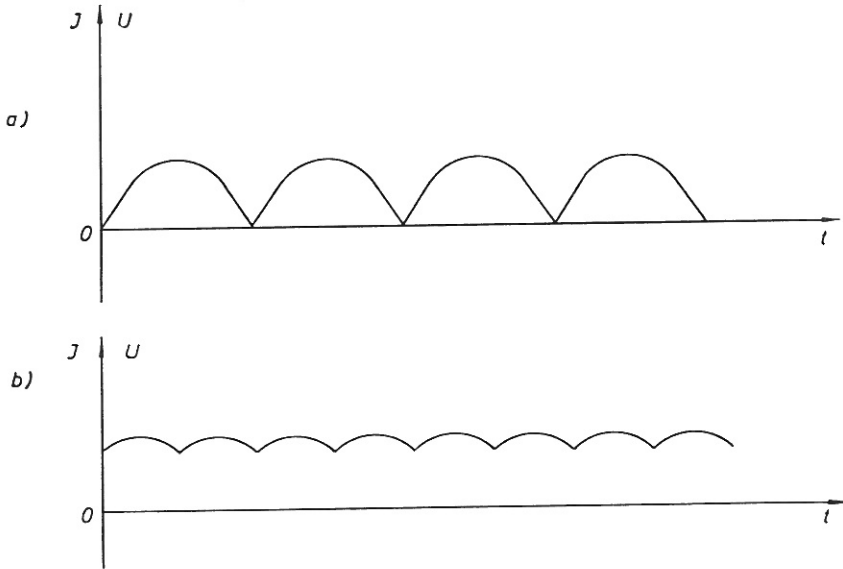
Sl. 158. Princip električnog generatora

Elektromotorna sila inducirana u rotoru odvodi se u mrežu pomoću posebnih uređaja. Taj se uređaj kod generatora istosmjerne struje zove komutator ili kolektor, a sastoji se od jednog ili više pari lamela. Lamele su spojene s petljama rotora te se okreću zajedno s rotorom. Na lamele je prislonjen jedan par nepomičnih kliznih četkica koje su spojene s vodovima mreže.

6.2.2. Smjer i veličina inducirane EMS

Ako se petlja na sl. 158. okreće u smjeru suprotnom od kazaljke na satu, u njoj će se prema pravilu desne ruke inducirati struja čiji je smjer prikazan na slici. Kad ne bi bilo komutatora, smjer bi se elektromotorne sile u mreži promijenio čim bi petlja prešla horizontalni položaj jer se promijenio smjer sječanja magnetskih silnica. Ista strana petlje siječe prije horizontalnog položaja silnice ulijevo, a nakon toga udesno. Međutim, komutator omogućuje da je jedan vod mreže uvijek preko jedne klizne četkice spojen s onom stranom petlje koja siječe silnice ulijevo, a drugi vod s drugom stranom petlje koja siječe silnice udesno. Uslijed toga smjer EMS u mreži ostaje stalan, tj. u mreži imamo istosmjernu struju.

Veličina inducirane elektromotorne sile nije jednaka u svakom položaju petlje. Ona je najveća kad petlja okomito siječe magnetske silnice (vertikalni položaj petlje na slici), a najmanja, odnosno jednaka nuli kad se petlja kreće paralelno sa silnicama (horizontalni položaj petlje). Stoga bi generator koji ima samo jednu petlju dao struju čija bi se jakost mijenjala od nule do nekog maksimuma (sl. 159.a). Takva se struja zove istosmjerna pulzirajuća struja. Ako generator ima više petalja promjene struje su manje, pa je kod velikog broja petalji struja gotovo stalne jakosti (sl. 159.b).



Sl. 159. Istosmjerna pulzirajuća struja iz generatora s jednim parom lamela (a) i s dva para lamela (b)

6.2.3. Princip transformatora

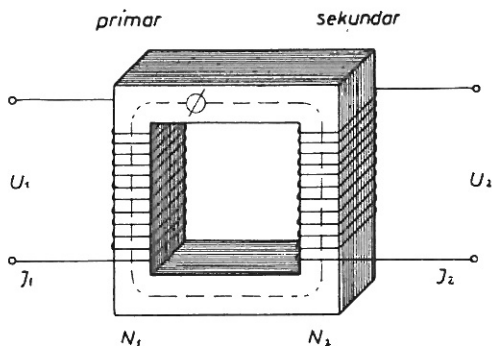
Transformatori također rade na principu elektromagnetske indukcije, a služe za pretvaranje izmjenične struje jednog napona u izmjeničnu struju drugog napona.

Transformator se sastoji od primarnog i sekundarnog svitka koji su međusobno magnetski povezani željeznom jezgrom (sl. 160).

Izmjenična struja pri prolazu kroz primarni svitak stvara u njemu promjenljivi magnetski tok koji preko jezgre gotovo u cjelini prolazi i kroz sekundarni svitak. Uslijed promjena tog zajedničkog magnetskog toka induciraju se u oba svitka elektromotorne sile. U primarnom svitku inducira se elektromotorna sila samoindukcije (E_1) koja je u ravnoteži s naponom (U_1) koji daje izvor.

$$U_1 = -E_1$$

Elektromotorna sila E_2 inducirana u sekundarnom svitku daje nam napon U_2 potreban za pogon priključenih trošila.



Sl. 160. Primarni i sekundarni svitak transformatora magnetski su povezani željeznom jezgrom

6.2.4. Omjeri transformacije

Veličina inducirane elektromotorne sile uvijek je razmjerna s veličinom promjene magnetskog toka i brojem zavoja svitka. Budući da je veličina promjene toka kod transformatora ista u oba svitka, dobijemo

$$E_1 : E_2 = N_1 \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} : N_2 \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

ili

$$U_1 : U_2 = N_1 : N_2$$

Naponi u svicima transformatora razmjerni su s brojem zavoja tih svitaka

Taj omjer primarnog i sekundarnog napona ($U_1 : U_2$) zove se **omjer transformacije**.

Prema zakonu o održanju energije, ukupna energija prije transformiranja mora biti jednaka ukupnoj energiji poslije transformiranja. U idealnom transformatoru sva bi se električna energija iz primara pretvorila opet u električnu energiju sekundara, pa bismo imali

$$U_1 \cdot I_1 \cdot t = U_2 \cdot I_2 \cdot t$$

$$U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2$$

Gornja jednadžba može se matematski prikazati i u obliku razmjera

$$U_1 : U_2 = I_2 : I_1$$

Struje u svicima transformatora su, dakle, obrnuto razmjerne s naponima tih svitaka.

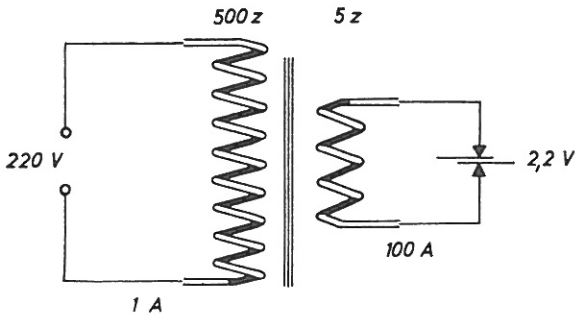
Oba izvedena razmjera vrijedila bi u potpunosti samo u idealnom transformatoru, tj. u transformatoru bez gubitaka energije. Međutim, u praksi transformatori imaju uvijek ove gubitke:

- a) gubitke zbog histereze (premagnetiziranja čelika jezgre),
- b) gubitke zbog vrtložnih struja,
- c) gubitke zbog otpora u vodičima svitaka.

Zbog svega toga jedan dio električne energije pretvara se kod svakog transformatora u toplinu, pa će električna energija u sekundarnom svitku biti uvijek nešto manja od električne energije u primarnom svitku. Taj gubitak energije kod dobrih transformatora nije velik, iznosi u svemu 1—5%.

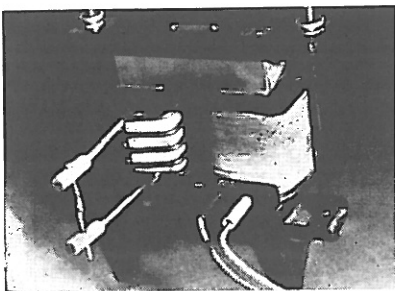
6.2.5. Dobijanje struja velike jakosti

Transformiranjem možemo dobiti struje niskog napona, a velike jakosti. Takve struje dobivamo u transformatorima čiji sekundarni svitak ima mnogostruko manji broj zavoja od primarnog svitka. Zavoji sekundarnog svitka moraju biti od debele bakrene žice jer bi se žica inače zbog jake struje mogla užariti i rastaliti. Ako, na primjer, primarni svitak sa 500 zavoja priključimo na napon od 220 V, u sekundarnom svitku sa 5 zavoja dobit ćemo 2,2 V, tj. sto puta manji napon, jer je sto puta manji broj zavoja sekundarnog svitka od primarnog svitka (sl. 161). Budući da snaga u primaru i sekundaru ostaje ista, struja će u sekundaru biti sto puta jača!

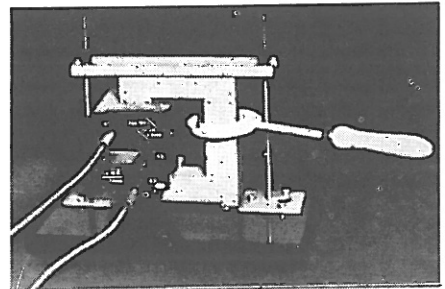


Sl. 161. Struja u sekundaru toliko je puta jača koliko je puta manji napon

Takve struje velike jakosti primjenjujemo pri otpornom zavarivanju (sl. 162) i u niskofrekvencijskim električnim pećima (sl. 163).



Sl. 162. Školski model uređaja za otporno zavarivanje

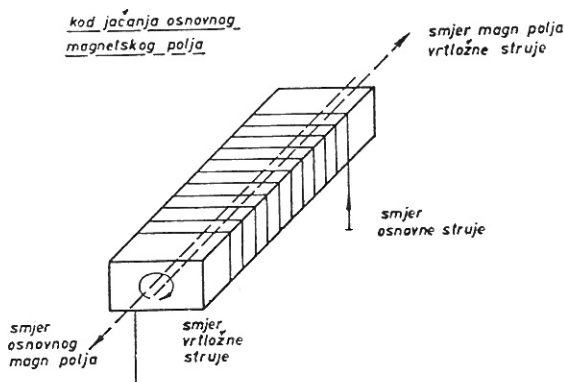


Sl. 163. Školski model indukcijske peći

6.2.6. Vrtložne struje

Elektromagnetskom indukcijom ne inducira se elektromotorna sila samo u tankim i dugačkim vodičima (vodovima) nego se može inducirati i u masivnim metalnim tijelima ako se ta tijela nalaze u promjenljivom magnetskom polju ili se gibaju kroz stalno magnetsko polje.

Ako oko masivne željezne jezgre omotamo vodič kroz koji prolazi struja promjenljive jakosti, kroz jezgru će teći promjenljivi magnetski tok. Uslijed toga u jezgri će se inducirati elektromotorna sila koja će pokrenuti struju unutar jezgre. Ta struja može biti kod manjih elektromotornih sila vrlo jaka jer je električni otpor na njezinu putu vrlo neznatan (vodič male duljine, a velikog presjeka!)



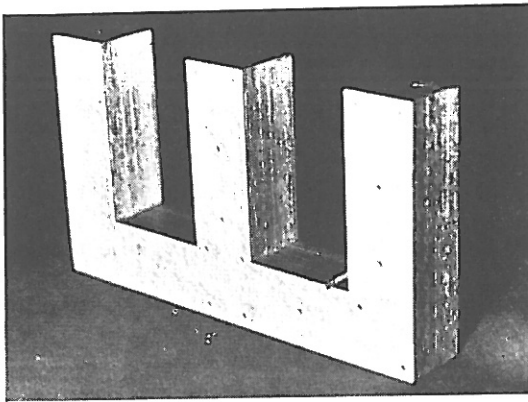
Sl. 164. Pri porastu osnovne struje smjer inducirane vrtložne struje suprotan je smjeru osnovne struje

Smjer osnovnog magnetskog polja, smjer vrtložne struje i smjer magnetskog polja vrtložne struje određujemo pomoću pravila desne ruke. Primjenom tih pravila može se pokazati da je pri jačanju osnovnog magnetskog polja smjer vrtložne struje u jezgri suprotan smjeru struje u vodiču oko jezgre (sl. 164), a pri slabljenju tog polja smjer je obiju struja isti. Stoga su i magnetska polja tih dviju struja pri jačanju osnovnog polja suprotnog smjera, a pri slabljenju osnovnog polja istog smjera. To znači da se vrtložna struja svojim magnetskim poljem bori protiv porasta i pada osnovnog magnetskog polja, tj. nastoji uvijek spriječiti njegovu promjenu, a time i promjenu osnovne struje (Lencovo pravilo!)

6.2.7. Suzbijanje vrtložnih struja

Vrtložne struje većinom su nepoželjne struje jer zbog svoje velike jakosti izazivaju znatno zagrijavanje jezgre. Time se jedan dio električne energije pretvara u nekorisnu toplinu, tj. dolazi do gubitka energije. Osim toga, zagrijavanjem jezgre zagrijavaju se i namoti oko jezgre, pa može doći do oštećenja izolacije ili čak do njezina pregaranja.

Vrtložne struje možemo smanjiti tako da jezgre ne izrađujemo od jednog komada čelika, nego sastavljamo od tankih međusobno izoliranih limova (sl. 165). Oni se postavljaju tako da magnetske silnice teku paralelno s njima, pa ne dolazi do značajnijeg povećanja magnetskog otpora. Vrtložne struje, naprotiv, teku u ravnini okomitoj na limove, ali zbog izolacije ne mogu prelaziti s lima na lim, pa se uslijed toga ne mogu jače razviti.

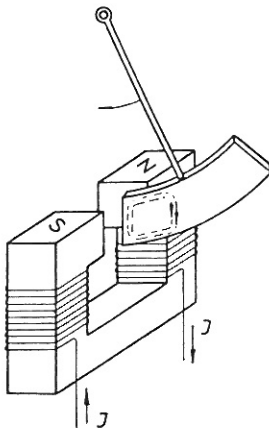


Sl. 165. Jezgra transformatora izgrađena je od limova

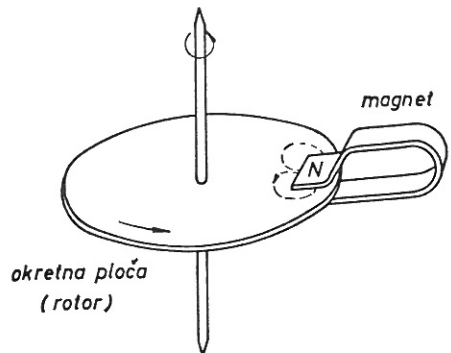
Često se za izradu jezgara upotrebljavaju čelični limovi legirani sa silicijem. Takvi limovi imaju mnogo veći električni otpor, pa su vrtložne struje u njima još slabije.

Kod visokofrekvencijskih struja pojava vrtložnih struja zbog velikog broja promjena osobito je jaka, pa se kod visokofrekvencijskih uređaja upotrebljavaju specijalne jezgre izrađene od željezne prašine pomiješane s vezivnim sredstvom koje služi kao izolator.

Razumljivo je da se vrtložne struje pojavljuju samo kod izmjeničnih struja. Stoga se u uređajima istosmjerne struje mogu upotrebljavati jezgre od jednog komada.



Sl. 166. Vrtložne struje inducirane u ploči zakoče gibanje te ploče

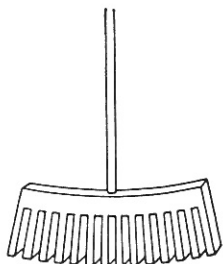


Sl. 167. Kočenje električnog brojila pomoću vrtložnih struja

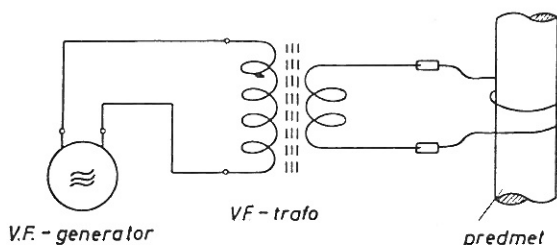
6.2.8. Korisna primjena vrtložnih struja

Katkada se vrtložne struje mogu i korisno primijeniti. Ako se, na primjer, masivna metalna ploča giba između polova magneta (sl. 166), u njoj će se inducirati vrtložne struje koje će prema Lencovu pravilu imati takav smjer da će svojim magnetskim poljem nastojati spriječiti promjene koje ju stvaraju. Budući da je ovdje uzrok vrtložnih struja gibanja ploče, struje će nastojati spriječiti to gibanje, tj. zakočiti će ploču. Takvo kočenje primjenjuje se kod elektromagnetskih kočnica, zatim za kočenje električnih brojila, mjernih instrumenata i sl. (sl. 167).

Ako umjesto pune ploče između polova magneta zanišemo ploču sa zarezima prema sl. 168, do kočenja neće doći jer se zbog zareza vrtložne struje ne mogu jače razviti.



Sl. 168. U ploči sa zarezima ne mogu se razviti vrtložne struje



Sl. 169. Zagrijavanje metalnog predmeta pomoću visokofrekvencijskih vrtložnih struja

Zbog znatnog razvijanja topline vrtložne struje se primjenjuju i u metalurgiji za taljenje metala u visokofrekvencijskim indukcionim pećima. Osim toga postoje i indukcioni uređaji za zagrijavanje metala pri različitim tehnološkim postupcima (sl. 169).

6.2.9. Skin-efekt

Ako kroz vodič prolazi struja promjenljive jakosti, vrtložne struje neće nastati samo u metalnim masama oko vodiča nego će one nastati i u samom vodiču. Te vrtložne struje koče prolaz osnovne struje, ali to kočenje nije jednako na cijelom presjeku vodiča. Ono je najjače u sredini vodiča, a prema površini je sve slabije, stoga je gustoća osnovne struje na površini vodiča najveća, a prema sredini sve manja. To istiskivanje struje na površinu vodiča zove se skin-efekt.

Skin-efekt je to jači što u vodiču nastaju jače vrtložne struje, a one će biti jače ako je

- a) brža promjena osnovne struje (viša frekvencija struje),
- b) veći presjek vodiča (deblji vodič),
- c) veća magnetska propustljivost materijala.

Bakreni vodiči obične šupljine i frekvencije 50 Hz imaju tako neznatan skin-efekt da praktički o njemu ne treba voditi računa. Međutim, kod visokih frekvencija (iznad 1 000 Hz) ili izvanredno debelih vodiča ili vodiča od materijala veće magnetske propustljivosti (npr. čelika) skin-efekt izaziva znatno povećanje otpora vodiča. U takvim slučajevima struja uglavnom teče samo kroz površinske slojeve vodiča, pa je time smanjen koristan presjek vodiča, a time je povećan njegov otpor. Pri proračunavanju vodova to treba uzimati u obzir. Da bi se smanjio skin-efekt, treba u gore navedenim primjerima oslabiti vrtložne struje, a to postizemo upotrebom tzv. visokofrekvencijskih vodiča (snop tankih žica). Osim toga što imaju mali presjek, te su žice i posrebrene da bi se povećala vodljivost površinskih slojeva kroz koje prolazi veći dio struje. Zbog praktične nekorisnosti unutarnjih slojeva vodiča kod takvih struja ponekad upotrebljavamo vodiče u obliku cijevi s tankim stijenama.

Zadaci i pitanja

1. Koliki je prijenosni omjer transformatora koji na primaru ima 3600 zavoja, a na sekundaru 150 zavoja?
2. Primarni svitak transformatora ima 250 zavoja, a sekundarni svitak 2250 zavoja. Koliki napon dobijemo ako na primar dovodimo napon od 220 V?
3. Koliko zavoja mora imati sekundar transformatora čiji primar ima 1000 zavoja ako želimo napon od 220 V sniziti na 24 V?
4. Kroz primarni svitak sa 500 zavoja prolazi struja jakosti 6 A. Koliko je jaka struja u sekundarnom svitku transformatora ako on ima samo 5 zavoja?
5. Transformator ima primarni svitak sa 5340 zavoja i sekundarni svitak sa 356 zavoja.
 - a) Koliki je prijenosni omjer?
 - b) Koliki je napon na sekundaru ako primar dobiva 300 V?
 - c) Koliku jakost struje treba dovesti na primar da kroz sekundar teče struja od 75 A?
6. Zašto se u visokofrekvencijskim vodičima ne mogu razviti jake vrtložne struje? Kako je u njima smanjen otpor osnovnoj struji?
7. Kako dolazi do zagrijavanja predmeta na sl. 169?
8. Da li je bolji rad transformatora s jednodijelnom jezgrom (kao na sl. 160) ili rad školskog transformatora čija se jezgra sastoji od dva dijela (U-jezgre i I-kotve)?
9. Objasnite postanak vrtložnih struja u ploči na sl. 166!
10. Prema sl. 164. nacrtajte jezgru s namotom žice. Odredite smjer osnovnog magnetskog polja, smjer nastale vrtložne struje i smjer magnetskog polja vrtložne struje u trenutku slabljenja osnovne struje ako je smjer osnovne struje ostao isti kao na slici!

6.3. SAMOINDUKCIJA

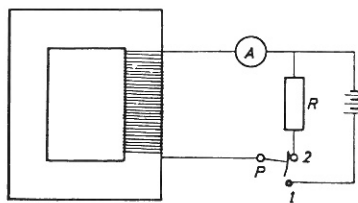
Samoindukcija je pojava čije posljedice susrećemo na mnogim područjima elektrotehnike. Nagli skokovi napona, nastali uslijed samoindukcije u času isključenja struje, izazivaju iskrenja na kontaktima električnih uređaja i oštećenja izolacija na električnim vodovima, a predstavljaju i opasnost za ljude koji time rukuju. S druge strane, bez samoindukcije bile bi beskorisne pri-gušnice i drugi svici koji čine osnovne elemente radio-aparata, televizora i drugih elektronskih uređaja. Tu važnu električnu pojavu i njezine uzroke razjasnit ćemo na slijedećem pokusu.

6.3.1. Pojava samoindukcije

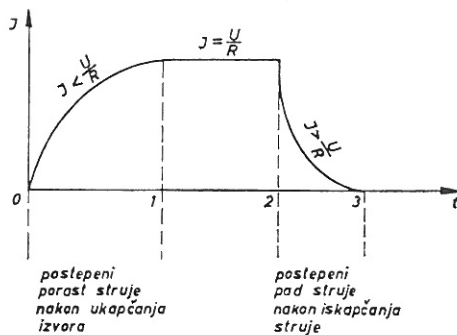
Pokus

Svitak s vrlo mnogo zavoja i željeznom jezgrom nalazi se serijski spojen s ampermetrom u strujni krug (sl. 170). U istom strujnom krugu nalazi se i preklopnik P koji omogućuje uključivanje akumulatora (položaj 1) i takvo isključivanje akumulatora da strujni krug sa svitkom i dalje ostaje zatvoren (položaj 2). Pri uključivanju akumulatora primijetit ćemo na ampermetru da struja ne raste naglo (0—1) nego da je njezin porast polagan. Isto tako ćemo i pri isključivanju akumulatora zapaziti polagano slabljenje struje (2—3), struja će neko vrijeme teći i pošto je prestao djelovati napon akumulatora (sl. 171).

Ta nas pojava podsjeća na sličnu pojavu u mehanici. Naime tijelo na koje djeluje neka sila neće smjesti dobiti određenu brzinu, niti će odmah stati kad prestane djelovati ta sila. Uzrok toj pojavi u mehanici je tromost mase, a uzrok sličnoj »tromosti« struje u elektrotehnici je samoindukcija.



Sl. 170. Ispitivanje samoindukcije



Sl. 171. Utjecaj samoindukcije na promjenu struje

6.3.2. Uzrok samoindukcije

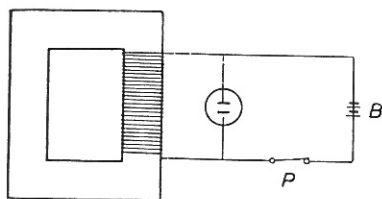
Jačanjem i slabljenjem struje koja prolazi kroz svitak jača i slabi i magnetski tok toga svitka. Ta promjena magnetskog toka ne izaziva samo elektromagnetsku indukciju u obližnjim vodičima nego uzrokuje stvaranje inducirane EMS i u zavojima vlastitog svitka jer su i oni zahvaćeni tim tokom. Prema Lencovu pravilu ta inducirana EMS djeluje pri jačanju struje u suprotnom smjeru od smjera te struje, pa stoga koči njezin porast. To je uzrok da ona ne postiže odmah onu jakost koju bi trebala imati po Ohmovu zakonu, nego tu jakost dostigne tek onda kad prestane rasti magnetski tok (0-1). Pri slabljenju struje u svitku se inducira EMS koja djeluje u istom smjeru kao ta struja. Stoga pri iskopčavanju struja ne padne naglo na nulu, nego teče još neko vrijeme i nakon iskopčavanja izvora jer djeluje inducirana EMS u svitku (2-3).

Ta pojava da se uslijed promjene jakosti struje kroz neki svitak javlja inducirana EMS u tom istom svitku zove se samoindukcija.

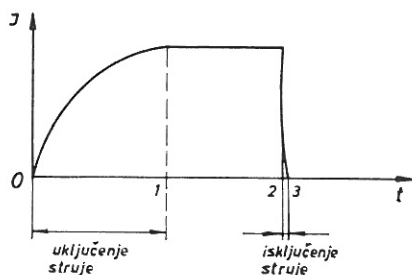
6.3.3. Naponski udar uslijed samoindukcije

Pokus

U strujni krug paralelno sa svitkom vežemo tinjalicu čiji je napon paljenja preko 100 V. Struju iz akumulatora od 2 V, koji se također nalazi u tom strujnom krugu, uključujemo pomoću prekidača P (sl. 172). Pri uključivanju i dok je struja uključena, tinjalica ne svijetli, ali u času isključenja kratkotrajno zasvijetli. To dokazuje da smo u tom času dobili napon od preko 100 V!



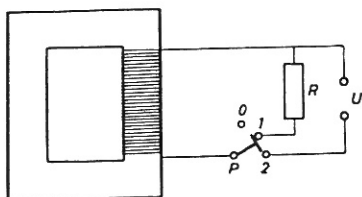
Sl. 172. Dobivanje naponskog udara



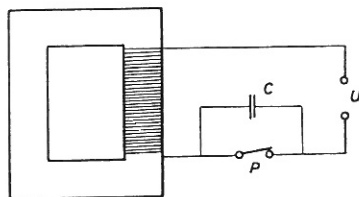
Sl. 173. Nagli pad struje — uzrok naponskog udara

Visoki napon u gornjem pokusu je inducirani napon uzrokovan samoindukcijom. On je pri uključivanju izvora relativno neznatan jer je promjena struje zbog samoindukcije polagana (0—1), dok je pri isključivanju izvora velik jer je prekidom strujnog kruga promjena struje nagla (2—3 na sl. 198). U svicima s velikim brojem zavoja i željeznom jezgrom taj inducirani napon može biti i nekoliko stotina puta veći od napona izvora. Zbog svoje znatne veličine on može u pogonu stvarati neprilike kao što su oštećenja izolacije i iskrenje na kontaktima.

Sprečavanje naponskih udara. Štetne posljedice tih naponskih udara mogu se ublažiti na različite načine. Jedan je od tih načina da se struja prekida posebnim prekidačem, koji istovremeno s isključenjem izvora kratko spaja svitak. Da u trenutku prespajanja ne bi došlo do kratkog spajanja i izvora, paralelno s izvorom uključen je i otpornik R. Time smo omogućili da struja preko otpornika teče uslijed samoindukcije neko vrijeme i nakon isključenja izvora, tj. omogućili smo polagani pad struje, a time spriječili stvaranje visokog inducirano napona (sl. 174).



Sl. 174. Sprečavanje naponskog udara postepenim isključenjem struje



Sl. 175. Sprečavanje iskrenja odvođenjem naponskih udara preko kondenzatora

6.3.4. Sprečavanje iskrenja

Ponekad potrebni su nam visoki naponi koji nastaju samoindukcijom. Tada brzim prekidačima prekidamo struju, a pri svakom prekidu dobijemo kratki udar visokog napona. Međutim, pri tome, na prekidaču nastaje iskrenje koje je nepoželjno i štetno jer uništava prekidače. Da bismo to spriječili, vežemo paralelno s prekidačem kondenzator velikog kapaciteta C koji za te kratke i brze naponske udare predstavlja kratki spoj (sl. 175). Time su s jedne strane omogućene brze promjene struje pomoću prekidača, a s druge strane onemogućeno je stvaranje iskara na prekidaču jer se nastali visoki naponi prazne preko kondenzatora. Takvo vezanje kondenzatora potrebno je i zbog sprečavanja radio smetnji koje inače nastaju pri iskrenju.

6.3.5. Induktivitet

Inducirana EMS koja se uslijed samoindukcije pojavljuje u svitku bit će to veća što su brže promjene struje i što su povoljnija svojstva svitka.

Ukupna vrijednost tih svojstava svitka, o kojima ovisi veličina samoindukcije, zove se koeficijent samoindukcije ili induktivitet svitka.

On se može iskazati brojačno, a njegova veličina ovisi o broju zavoja, duljini i poprečnom presjeku svitka, kao i o permeabilnosti jezgre.

Jedinica za mjerenje induktiviteta je henri²⁵ (1 H).

Svitak ima induktivitet od jednog henrija ako u njemu jednolika promjena struje od 1 A u jednoj sekundi pobudi elektromotornu silu od 1 V.

6.3.6. Izračunavanje induktiviteta svitka

Svitak bez jezgre ima stalni induktivitet jer se permeabilnost zraka ne mijenja. Kod željeznih i drugih jezgara treba paziti da se permeabilnost tih tvari mijenja s promjenom magnetskog toka kroz jezgru, tj. s promjenom struje koja teče kroz svitak. Stoga svici s takvim jezgrama imaju promjenljivi induktivitet.

Prema općem zakonu indukcije, veličina inducirane EMS u svitku ovisi o broju zavoja svitka i o brzini promjene magnetskog toka kroz taj svitak

$$E = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad \text{a znamo da je } \Delta \Phi = S \cdot \Delta B$$

$$\Delta \Phi = S \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \Delta H$$

$$\Delta \Phi = S \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N \cdot \Delta I}{l}$$

$$\Delta \Phi = \frac{S \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot N \cdot \Delta I}{l}$$

$$E = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S \cdot N^2}{l} \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

U toj formuli prvi razlomak obuhvaća svojstva svitka o kojima ovisi veličina samoindukcije tj. taj razlomak predočuje induktivitet svitka. Dakle:

$$L = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S \cdot N^2}{l}$$

gdje je L . . . induktivitet svitka (H)
 μ_0 . . . permeabilnost vakuuma
 (1,256 · 10⁻⁶ Wb/Am)
 μ_r . . . relativna permeabilnost jezgre
 S . . . površina presjeka svitka (m²)
 N . . . broj zavoja svitka
 l . . . duljina magnetskog kruga (m)

Prema tome veličinu inducirane EMS možemo izračunati i po formuli

$$E = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

gdje je E . . . inducirana EMS (V)
 $\frac{\Delta I}{\Delta t}$. . . promjena jakosti struje u jedinici vremena (A/s)

²⁵ **Henry**, Joseph [Henri], američki fizičar (1797—1878), postavio temelj praktične primjene elektromagnetizma, otkrio samoindukciju i objasnio zakone transformacije.

Primjer. Koliki je induktivitet 15 cm dugačkog prstenastog svitka bez jezgre ako je njegov presjek 2 cm^2 , a ima 250 zavoja?

$$\begin{aligned}
 l &= 0,15 \text{ m} \\
 S &= 0,0002 \text{ m}^2 \\
 N &= 250 \\
 \mu_r &= 1 \\
 \hline
 L &= ?
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L &= \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S \cdot N^2}{l} \\
 L &= \frac{1,256 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 0,0002 \cdot 250^2}{0,15} \\
 L &= \frac{1,256 \cdot 0,0002 \cdot 62\,500}{0,15 \cdot 10^6} = \mathbf{0,000\,105 \text{ H}}
 \end{aligned}$$

6.3.7. Međusobna indukcija

Na zatvorenoj željeznoj jezgri nalaze se dva svitka s brojem zavoja N_1 i N_2 (sl. 176). Ako kroz prvi svitak teče struja promjenljive jakosti I_1 , tada će se u željeznoj jezgri stvoriti promjenljiv magnetski tok koji će prolaziti i kroz drugi svitak. Izraz za veličinu promjene magnetskog toka pri promjeni struje kroz svitak već smo izveli u 6.3.6. tj. ako se u prvom svitku s brojem zavoja N_1 promijeni struja za ΔI_1 u njemu će doći do promjene magnetskog toka za

$$\Delta \Phi = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S \cdot N_1 \cdot \Delta I_1}{l}$$

Zbog dobre magnetske vodljivosti jezgre magnetski tok stvoren u prvom svitku prolaziti će gotovo u cjelini i kroz drugi svitak, pa će se u njemu inducirati elektromotorna sila.

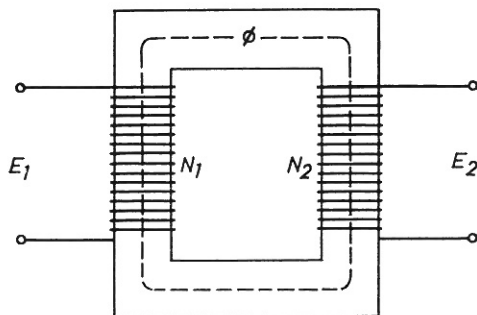
Pojava da se u nekom svitku inducira elektromotorna sila, ako kroz njega prolazi promjenljiv magnetski tok stvoren u drugom svitku, zove se međusobna indukcija.

Veličinu elektromotorne sile stvorene u drugom svitku zbog međusobne indukcije možemo odrediti iz općeg zakona indukcije.

$$E_2 = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \cdot N_2$$

$$E_2 = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S \cdot N_1 \cdot \Delta I_1}{l} \cdot \frac{N_2}{\Delta t}$$

$$E_2 = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S \cdot N_1 \cdot N_2}{l} \cdot \frac{\Delta I_1}{\Delta t}$$



Sl. 176. Dva svitka međusobno povezana magnetskim tokom

Prvi razlomak u gornjem izrazu međusobno povezuje induktivitet obaju svitaka pa se zove **koeficijent međusobne indukcije** ili **međuintuktivitet svi-**

taka. On se označuje slovom M, a jedinica za mjerenje njegove veličine je henri (1 H)

$$M = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S \cdot N_1 \cdot N_2}{l}$$

$$E_2 = M \cdot \frac{\Delta I_1}{\Delta t}$$

- gdje je
- M . . . koeficijent međusobne indukcije (H)
 - μ_0 . . . permeabilnost zraka (Wb/Am)
 - μ_r . . . relativna permeabilnost željeza
 - S . . . površina presjeka jezgre (m²)
 - l . . . duljina magnetskog toka (m)
 - N₁ . . . broj zavoja primarnog svitka
 - N₂ . . . broj zavoja sekundarnog svitka

Da međuinduktivitet međusobno povezuje induktivitete obaju svitaka, možemo dokazati ako pomnožimo induktivitete jednog i drugog svitka.

$$L_1 \cdot L_2 = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S \cdot N_1^2}{l} \cdot \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S \cdot N_2^2}{l}$$

$$L_1 \cdot L_2 = \frac{\mu_0^2 \cdot \mu_r^2 \cdot S^2 \cdot N_1^2 \cdot N_2^2}{l^2}$$

$$\sqrt{L_1 \cdot L_2} = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S \cdot N_1 \cdot N_2}{l}$$

Desna strana jednadžbe jednaka je prije dobivenom izrazu za međuinduktivitet M, pa možemo pisati

$$M = \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

- gdje je
- L₁ . . . induktivitet prvog svitka (H)
 - L₂ . . . induktivitet drugog svitka (H)

Primjer. Na zatvorenoj jezgri srednje duljine 24 cm i presjeka 10 cm² namotan je primarni svitak koji pri relativnoj permeabilnosti 1500 ima induktivitet od 0,314 H. Koliki je broj zavoja tog svitka? Koliki je induktivitet sekundarnog svitka s 500 zavoja i koliki je međuinduktivitet?

l = 0,24 m
 S = 0,001 m²
 $\mu_r = 1500$
 L₁ = 0,314 H
 N₂ = 500

N₁ = ?
 L₂ = ?
 M = ?

a) $L_1 = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S \cdot N_1^2}{l}$

$$N_1 = \sqrt{\frac{L_1 \cdot l}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S}}$$

$$N_1 = \sqrt{\frac{0,314 \cdot 0,24}{1,256 \cdot 10^{-6} \cdot 1500 \cdot 0,001}} = 200$$

b) $L_1 : L_2 = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S \cdot N_1^2}{l} : \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S \cdot N_2^2}{l}$

$$L_1 : L_2 = N_1^2 : N_2^2$$

$$L_2 = \frac{L_1 \cdot N_2^2}{N_1^2}$$

$$L_2 = \frac{0,314 \cdot 500^2}{200^2} = 1,9625 \text{ H}$$

$$c) M = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S \cdot N_1 \cdot N_2}{l}$$

$$M = \frac{1,256 \cdot 10^{-6} \cdot 1\,500 \cdot 0,001 \cdot 200 \cdot 500}{0,24} = 0,785 \text{ H}$$

d) Kontrola:

$$M = \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

$$M = \sqrt{0,314 \cdot 1,9625} = \sqrt{0,616222} = 0,785 \text{ H}$$

6.3.8. Veličina EMS inducirane u svicima

Iz dosadašnjeg izlaganja proizlazi da promjena magnetskog toka izazvana promjenom struje u primarnom svitku uzrokuje pojavu elektromotorne sile i u samom primarnom svitku (samoindukcija) i u sekundarnom svitku (međusobna indukcija). Veličine tih induciranih elektromotornih sila mogu se odrediti pomoću formula koje su izvedene iz općeg zakona indukcije. Ako promjenu magnetskog toka dobijemo prolazom izmjenične struje iz mreže kroz svitak, tj. prolazom izmjenične struje sinusnog oblika, onda ta formula ima ovaj oblik:

$$E_1 = 4,44 \cdot f \cdot N_1 \cdot \Phi_m$$

$$E_2 = 4,44 \cdot f \cdot N_2 \cdot \Phi_m$$

gdje je E_1 . . . inducirana EMS u primarnom svitku (V)
 E_2 . . . inducirana EMS u sekundarnom svitku (V)
 N_1 . . . broj zavoja primarnog svitka
 N_2 . . . broj zavoja sekundarnog svitka
 f . . . frekvencija struje (Hz)
 Φ_m . . . maksimalni magnetski tok (Wb)

Primjer. Kolika se elektromotorna sila inducira u sekundarnom svitku s 500 zavoja ako kroz primarni svitak s 200 zavoja teče izmjenična struja efektivne jakosti 1,7 A. Svici su vezani zatvorenom jezgrom od dinamo-lima presjeka 20 cm² i ukupne duljine 48 cm (sl. 176).

$$N_1 = 200$$

$$N_2 = 500$$

$$I_1 = 1,7 \text{ A}$$

$$S = 0,002 \text{ m}^2$$

$$l = 0,48 \text{ m}$$

a) $I_m = 1,41 \cdot I$
 $I_m = 1,41 \cdot 1,7 = 2,4 \text{ A}$

b) $H_m = \frac{I_m \cdot N_1}{l}$
 $H_m = \frac{2,4 \cdot 200}{0,48} = 1\,000 \text{ A/m}$

c) Iz dijagrama (str. 112) : $B_m = 1,38 \text{ T}$

d) $\Phi_m = B_m \cdot S$
 $\Phi_m = 1,38 \cdot 0,002 = 0,00276 \text{ Wb}$

e) $E_2 = 4,44 \cdot f \cdot N_2 \cdot \Phi_m$
 $E_2 = 4,44 \cdot 50 \cdot 500 \cdot 0,00276 = 306,36 \text{ V}$

6.3.9. Energija magnetskog polja

Magnetsko polje je sposobno obaviti neki rad, npr. privući komad željeza, pa, prema tome, magnetsko polje posjeduje stanovitu energiju. Tu energiju magnetsko polje svitka dobiva iz električne energije samo dok struja kroz svitak raste, tj. dok magnetsko polje jača. Kad je struja dosegla svoju konačnu stalnu vrijednost, električna se energija više ne troši na stvaranje magnetske energije niti se troši na njezino održavanje.

Da bi se stvorilo magnetsko polje nekog svitka, potrebno je svladati elektromotornu silu samoindukcije koja se opire porastu struje, a time i porastu magnetskog polja svitka. Znamo da veličinu te elektromotorne sile možemo dobiti po formuli

$$E = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

Pomnožimo li obje strane jednadžbe s $I \cdot \Delta t$, dobijemo

$$E \cdot I \cdot \Delta t = N \cdot I \cdot \Delta \Phi$$

Ako pretpostavimo da je permeabilnost svitka stalna vrijednost, onda je i magnetski otpor stalan, pa magnetski tok raste razmjerno s magnetomotor-
nom silom. On tada kroz vrijeme t jednakomjerno raste od nule do konačne
vrijednosti Φ , pa njegova srednja vrijednost za vrijeme t iznosi $\Phi/2$. Uvrstimo
li te vrijednosti u prethodnu jednadžbu, dobijemo

$$E \cdot I \cdot t = \frac{I \cdot N}{2} \cdot \Phi$$

Lijeva strana te jednadžbe daje nam količinu električne energije utrošenu
na stvaranje magnetskog polja, a desna strana predstavlja dobivenu energiju
magnetskog polja. Uvrstimo li umjesto Φ izraz dobiven izjednačenjem oba
izraza za induciranu elektromotornu silu (str. 123. i 135), dobivamo veličinu
stvorene energije magnetskog polja

$$W_m = \frac{I \cdot N}{2} \cdot \frac{L \cdot I}{N}$$

$W_m = \frac{I^2 \cdot L}{2}$

gdje je W_m . . . energija magnetskog polja (J)
 I . . . jakost struje (A)
 L . . . induktivitet svitka (H)

Ta nas formula po svom obliku podsjeća na slične formule za energiju
električnog polja i kinetičku energiju

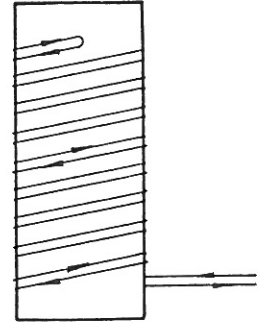
$$W_e = \frac{U^2 \cdot C}{2}$$

$$W_k = \frac{v^2 \cdot m}{2}$$

6.3.10. Bifilarno motani svitci.

Samoindukcija dolazi osobito do izražaja kod izmjenične struje jer se nje-na jakost neprestano mijenja. Inducirana EMS, doduše, nije velika jer nema naglih promjena struje, ali djeluje gotovo stalno. Ona koči promjene struje, stoga je normalni tok struje otežan, pa ona nema onu jakost koju bi po Ohmovu zakonu trebala imati. Inducirana EMS djeluje, dakle, kao neki otpor koji nadopunjuje redovni omski otpor svitka.

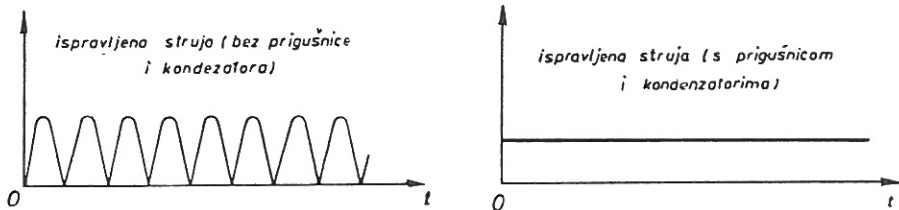
Budući da taj dopunski otpor svitka ovisi o brzini promjene struje, on otežava izradu otpornika koji bi kod svake frekvencije struje imao isti otpor. Da se spriječi to mijenjanje veličine otpora uslijed samoindukcije, žice otpornika motaju se bifilarno. Žica se najprije previje napola, a zatim se tako previjena mota u svitak zavoja do zavoja (sl. 177). Time se postiglo da struja u dvije susjedne žice teče u suprotnim smjerovima, pa se stvaraju dva suprotna magnetska polja koja se međusobno poništavaju. Bifilarno motani svitci, dakle, nemaju magnetsko polje, stoga u njima ne može doći do samoindukcije, a time ni do inducirane EMS koja bi kočila prolaz struje. Zbog tog razloga takvi svitci imaju stalan otpor bez obzira na vrstu i frekvenciju struje.



Sl. 177. Sprečavanje samoindukcije bifilarnim motanjem svitka

6.3.11. Prigušnice

Suprotno prethodnom primjeru, u praksi nam je često potreban svitak u kojem se javlja velika samoindukcija. Takvi svitci moraju imati veliki induktivitet, a zovu se prigušnice. To su svitci s velikim brojem gusto namotanih zavoja, a jezgra im je od željeza velike permeabilnosti. Oni se upotrebljavaju tamo gdje je potrebno smanjiti promjene struje, odnosno prigušiti izmjeničnu struju. Tako se, na primjer, prigušnice upotrebljavaju u ispravljačima koji nakon ispravljanja ne daju odmah glatku istosmjernu struju, nego je ta struja manje ili više pulzirajuća. Da bi se smanjilo to pulziranje struje, ona se vodi preko prigušnice koja svojim velikim induktivitetom prigušuje te promjene struje (sl. 178).



Sl. 178. Uloga prigušnice pri ispravljanju struje

Zadaci i pitanja

1. Zašto je u prvom pokusu u strujni krug uključen preklopnik (sl. 170), a u drugom pokusu prekidač (sl. 172)?
2. Zašto u drugom pokusu dobijemo udar visokog napona samo pri isključenju izvora, a ne dobijemo pri uključenju?

3. Rastumačite ulogu otpornika R pri sprečavanju naponskih udara (sl. 174).
4. Koji je zadatak kondenzatora C pri sprečavanju iskrenja u kondenzatoru (sl. 175)?
5. Koja svojstva svitka utječu na veličinu njegova induktiviteta?
6. Zašto u bifilarno motanim svicima ne dolazi do samoindukcije?
7. Uslijed čega dolazi do gušenja struje u prigušnici?
8. Odredite induktivitet prstenastog svitka bez jezgre koji ima 500 zavoja, duljinu 6 cm, a površinu poprečnog presjeka $0,8 \text{ cm}^2$?
9. Koliko zavoja treba imati svitak namotan u obliku prstena da njegov induktivitet bude $0,5 \text{ mH}$? Promjer zavoja je 1 cm, a opseg prstena 4 dm.
10. Koliki je induktivitet svitka u kojem se inducira napon od 2 V ako se struja smanji sa 15 A na 3 A za vrijeme od 0,01 sekunde?
11. Koliki se napon inducira u namotu elektromagneta čiji je induktivitet 4 H ako struja padne sa 32 A na nulu za vrijeme od 0,5 sekundi?
12. Svitak ima 5000 zavoja i duljinu 25 cm, a njegova željezna jezgra u obliku prstena ima presjek 2 cm^2 i relativnu permeabilnost 40. Koliki je induktivitet tog svitka?
13. Koliki je induktivitet svitka sa 1200 zavoja koji su omotani oko zatvorene čelične jezgre čiji je presjek 6 cm^2 , a srednja duljina 20 cm, ako kroz svitak teče struja jakosti 1,5 A?
14. Oko čeličnog prstena promjera 30 cm i presjeka 4 cm^2 omotano je 2000 zavoja žice. Koliki je induktivitet tog svitka ako kroz njega teče struja jakosti 2 A? Koliki je induktivitet tog istog svitka ako nema čelične jezgre?
15. Svitak induktiviteta $0,5 \text{ H}$ i 400 zavoja induktivno je vezan s drugim svitkom koji ima 1000 zavoja. Koliki je induktivitet drugog svitka i koliki je njihov međuinduktivitet?
16. Dva su svitka induktivno vezana tako da se promjenom struje u jednom svitku za 0,4 A u 0,02 sekunde inducira u drugom svitku elektromotorna sila od 40 V. Koliki je međuinduktivitet? Kolika mora biti promjena struje u drugom svitku za vrijeme od 0,1 sekunde da se u prvom svitku inducira elektromotorna sila od 5 V?
17. Na zatvorenoj željeznoj jezgri presjeka 12 cm^2 i srednjoj duljini 20 cm nalaze se dva svitka s brojem zavoja $N_1 = 500$ i $N_2 = 800$. Koliki je induktivitet pojedinih svitaka i njihov međuinduktivitet kad je relativna permeabilnost jezgre 1200.
18. Na zatvorenoj jezgri od dinamo-lima presjeka 32 cm^2 i duljine 50 cm nalazi se primarni svitak s 250 zavoja i sekundarni svitak s 400 zavoja. Koliki će se naponi inducirati u primarnom i sekundarnom svitku ako izmjenična struja frekvencije 50 Hz pobuduje u jezgri maksimalnu magnetsku indukciju od $1,2 \text{ T}$? Kolika je permeabilnost jezgre (iz diagrama). Koliki je međuinduktivitet?
19. Koliki se napon inducira u sekundarnom svitku s 720 zavoja ako je na primarnom svitku s 480 zavoja napon od 150 V? Kolika je pri tome magnetska indukcija u jezgri ako je presjek jezgre 25 cm^2 , a frekvencija struje 50 Hz?
20. Koliki je broj zavoja primara i sekundara transformatora ako dovodenjem napona od 220 V, 50 Hz na primar dobijemo na sekundaru napon od 500 V, a pri tome je u jezgri presjeka 40 cm^2 maksimalna magnetska indukcija 1,1 T.

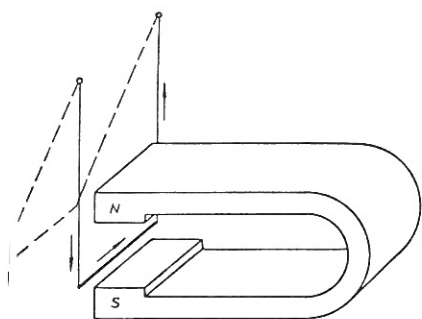
6.4. MEDUSOBNO DJELOVANJE MAGNETSKIH POLJA

6.4.1. Ravni vodič u magnetskom polju

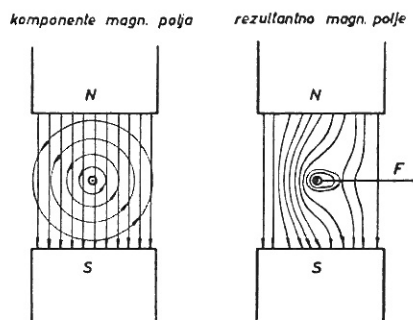
Pokus

Kroz magnetsko polje između polova magneta prolazi vodič obješen o dvije tanke savitljive žice koje su spojene s izvorom struje (sl. 179).

- a) Ako kroz vodič prolazi struja u smjeru označenom na slici, magnetsko polje izbacit će vodič ulijevo.
- b) Ako promijenimo smjer struje, vodič će biti izbačen u suprotnom smjeru, tj. udesno.
- c) Ako promijenimo polove magneta, promijenit će se i smjer izbacivanja vodiča.



Sl. 179. Djelovanje magnetskog polja na vodič



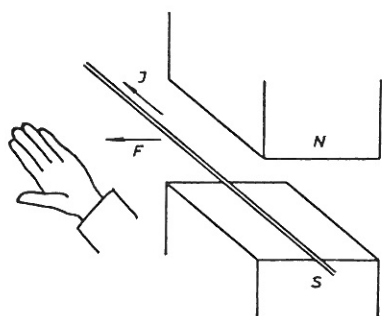
Sl. 180. Određivanje smjera izbacivanja vodiča pomoću rezultantnog magnetskog polja

Iz pokusa vidimo da magnetsko polje nastoji izbaciti vodič kroz koji prolazi struja. Do tog izbacivanja dolazi zbog međusobnog djelovanja magnetskog polja magneta i magnetskog polja vodiča. Magnetsko polje magneta ima smjer od sjevernog prema južnom polu, dok smjer magnetskog polja vodiča određujemo pomoću pravila desne ruke. Iz sl. 180. vidimo da ta dva polja na lijevoj strani imaju isti smjer, pa se pojačavaju dok se na desnoj strani zbog suprotnog smjera međusobno oslabljuju. Na lijevoj strani je stoga veća gustoća magnetskih silnica, a na desnoj strani manja. Magnetsko polje teži da izjednači gustoću svojih silnica, pa pri tome pomiče vodič s lijeve strane na desnu.

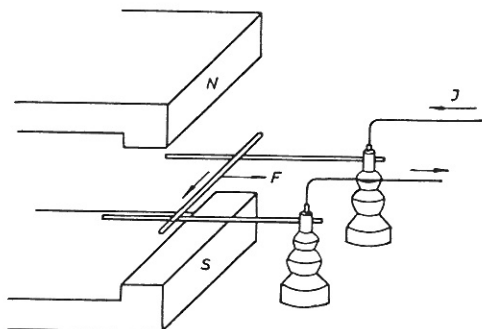
6.4.2. Pravilo lijeve ruke

Smjer izbacivanja vodiča iz magnetskog polja možemo, dakle, odrediti gornjim promatranjem magnetskih polja. Međutim, u praksi smjer izbacivanja može se brže i jednostavnije odrediti pomoću **pravila lijeve ruke**:

Ako lijevu ruku postavimo tako da nam magnetske silnice udaraju u dlan, a prsti pokazuju smjer struje, onda nam ispruženi palac pokazuje smjer izbacivanja vodiča (sl. 181).



Sl. 181. Određivanje smjera izbacivanja vodiča pomoću pravila lijeve ruke



Sl. 182. Proučavanje veličine sile kojom magnetsko polje izbacuje vodič

6.4.3. Veličina sile izbacivanja

Pokus

Na dva stalaka možemo učvrstiti dvije horizontalne čelične žice (pletaće igle), a preko njih položimo treću. Magnet postavimo tako da magnetske silnice stoje okomito na ravninu žica (sl. 182).

- Kad kroz žice pustimo struju, treća žica će biti potisnuta iz magnetskog polja.
- Kad mjesto jednog magneta postavimo dva ili tri magneta, žica će biti potisnuta dalje iz magnetskog polja.
- Ako pojačamo struju kroz žice, potiskivanje će biti jače.
- Ako povećamo duljinu treće žice (razmaknemo stalke), žica će biti potisnuta dalje.

Iz pokusa možemo zaključiti da je

sila kojom magnetsko polje djeluje na vodič to veća što je

- veća magnetska indukcija,
- jača struja kroz vodič,
- veća duljina vodiča u magnetskom polju.

Taj zaključak možemo matematski izraziti formulom

$$F = B \cdot I \cdot l$$

gdje je F . . . sila izbacivanja (N)
 B . . . magnetska indukcija (T)
 I . . . jakost struje (A)
 l . . . duljina vodiča (m)

Primjer. Kolikom silom djeluje magnetsko polje čija je magnetska indukcija 0,5 T na vodič duljine 20 cm ako kroz taj vodič teče struja jakosti 5 A?

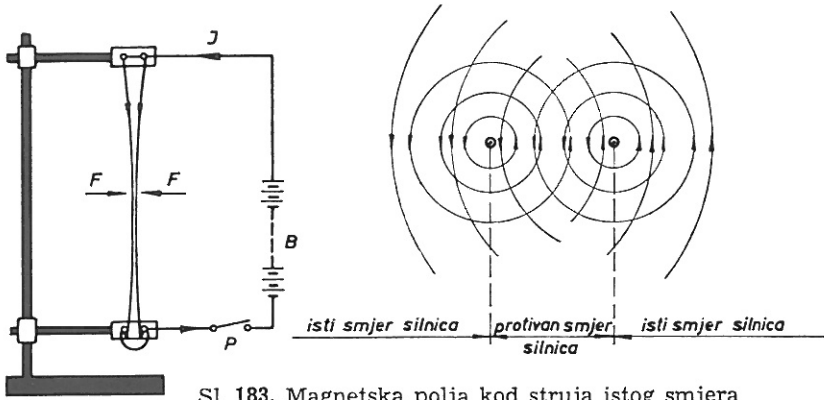
$$\begin{array}{l} B = 0,5 \text{ T} \\ l = 0,2 \text{ m} \\ I = 5 \text{ A} \\ \hline F = ? \end{array} \qquad \begin{array}{l} F = B \cdot I \cdot l \\ F = 0,5 \cdot 0,2 \cdot 5 = 0,5 \text{ N} \end{array}$$

6.4.4. Međusobno djelovanje dvaju vodiča

Pokus

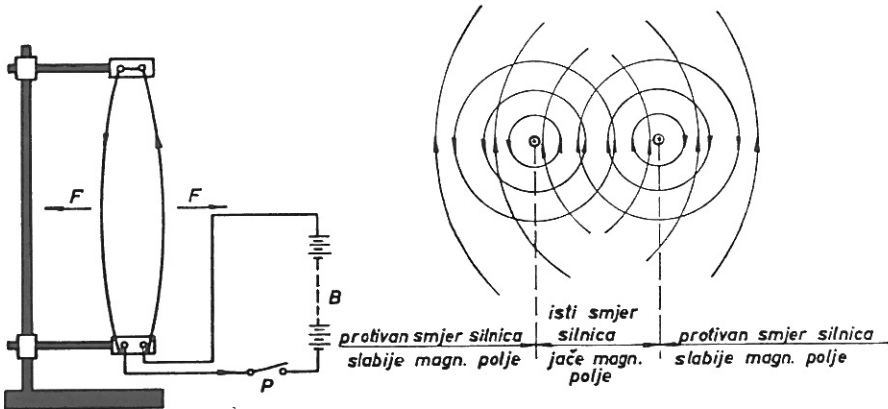
Ako kroz dva paralelna vodiča prolazi struja, njihova će magnetska polja djelovati jedno na drugo, pa će se vodiči ili privlačiti ili odbijati.

- a) Vodiči će se privlačiti ako struja u oba vodiča teče u istom smjeru (sl. 183). Tada je magnetsko polje između vodiča oslabljeno, a izvan vodiča pojačano.



Sl. 183. Magnetska polja kod struja istog smjera

- b) Vodiči će se odbijati ako struja u jednom vodiču teče u jednom smjeru, a u drugom vodiču u drugom smjeru (sl. 184). Zbog istog smjera magnetskih silnica u prostoru između vodiča magnetsko polje je pojačano, dok u prostoru izvan vodiča silnice idu u suprotnom smjeru, pa je magnetsko polje oslabljeno.



Sl. 184. Magnetska polja kod struja suprotnog smjera

Veličina sile kojom jedan vodič djeluje na drugi izračunava se po formuli

$$F = B \cdot I \cdot l$$

gdje se kao magnetska indukcija jednog polja uzima magnetska indukcija u onoj točki kroz koju prolazi drugi vodič.

Magnetska indukcija u nekoj točki magnetskog polja ravnog vodiča može se odrediti formulom

$$B = \frac{I}{5\,000\,000 \cdot r}$$

gdje je B . . . magnetska indukcija u zadanoj točki (T)
 I . . . jakost struje kroz vodič (A)
 r . . . udaljenost točke od vodiča (m)

Ta se formula može primijeniti uvijek kad želimo izračunati magnetsku indukciju u nekoj točki koja je za udaljenost »r« udaljena od vodiča kroz koji teče struja.

Primjer. Kojom silom djeluju dva paralelna vodiča jedan na drugi u trenutku kratkog spoja, ako je udaljenost vodiča 40 cm, struja kratkog spoja 3000 A, međusobna udaljenost između nosača (stupova) 50 m?

$$\begin{array}{l}
 I = 3000 \text{ A} \\
 r = 0,4 \text{ m} \\
 l = 50 \text{ m} \\
 \hline
 F = ?
 \end{array}$$

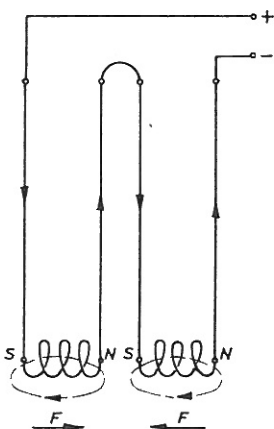
$$\begin{array}{l}
 \text{a) } B = \frac{I}{5\,000\,000 \cdot r} \\
 B = \frac{3000}{5\,000\,000 \cdot 0,4} = 0,0015 \text{ T}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{b) } F = B \cdot I \cdot l \\
 F = 0,0015 \cdot 3000 \cdot 50 = 225 \text{ N}
 \end{array}$$

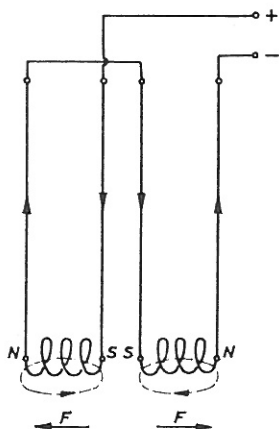
6.4.5. Međusobno djelovanje dvaju svitaka

Pokus

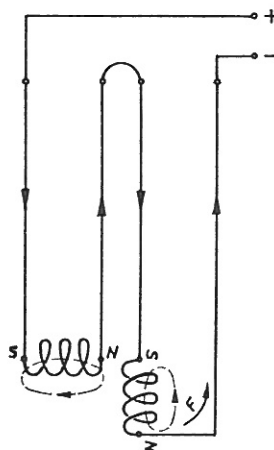
- Dva svitka objesimo tako da imaju zajedničku os. Ako kroz njih pustimo struju u istom smjeru, nastat će oko oba svitka jednako usmjerena magnetska polja, pa će se oni međusobno privlačiti (sl. 185).
- Ako kroz svitke teče struja u suprotnim smjerovima, magnetska polja će također imati suprotan smjer, pa će se svici odbijati (sl. 186).
- Ako jedan svitak zakrenemo tako da njegova os stoji okomito na os drugoga svitka, doći će do privlačenja suprotnih polova i odbijanja istoimenih polova, pa će svici težiti da se postave u istu os (sl. 187).



Sl. 185. Međusobno djelovanje dvaju svitaka pri istom smjeru struje



Sl. 186. Međusobno djelovanje dvaju svitaka pri suprotnom smjeru struje



Sl. 187. Međusobno djelovanje dvaju okomitih svitaka

6.4.6. Djelovanje magnetskog polja na petlju

U magnetskom polju nalazi se petlja koja se može okretati oko osi (sl. 188). Kad kroz petlju prolazi struja, oko nje se stvara magnetsko polje koje na nekim mjestima slabi, a na drugim mjestima jača osnovno magnetsko polje. Budući da magnetsko polje nastoji uvijek istisnuti vodič iz jačeg u slabije polje, na petlju će djelovati dvije paralelne jednake sile suprotnog smjera. Takve dvije sile zovu se par sila. One svojim djelovanjem na petlju stvaraju zakretni moment, pa će se petlja zakrenuti oko osi u smjeru koji se može odrediti i pomoću pravila lijeve ruke.

Veličina zakretnog momenta ovisi o veličini sile kojom magnetsko polje djeluje na vodič, i o međusobnoj udaljenosti pravaca u kojima te sile djeluju. Izračunava se po formuli

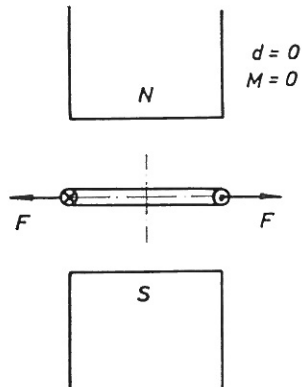
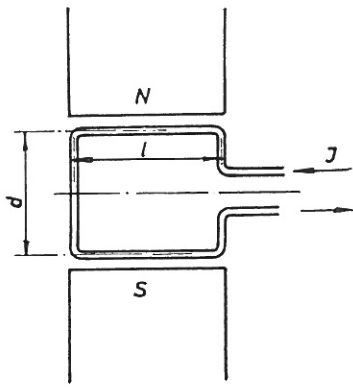
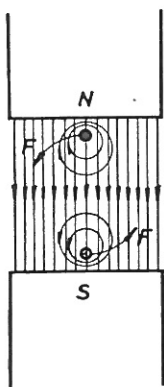
$$M = F \cdot d$$

gdje je M . . . zakretni moment (Nm)

F . . . sila kojom magnetsko polje djeluje na vodič (N)

d . . . udaljenost pravaca djelovanja (m)

Sila F određuje se po formuli $F = B \cdot I \cdot l$ gdje se kao l uzima duljina jednog vodiča petlje u magnetskom polju. Ako se umjesto jedne petlje u magnetskom polju nalazi svitak sa N petalja, onda se gornjom formulom izračunata sila F pomnoži sa N ($F = B \cdot I \cdot l \cdot N$).



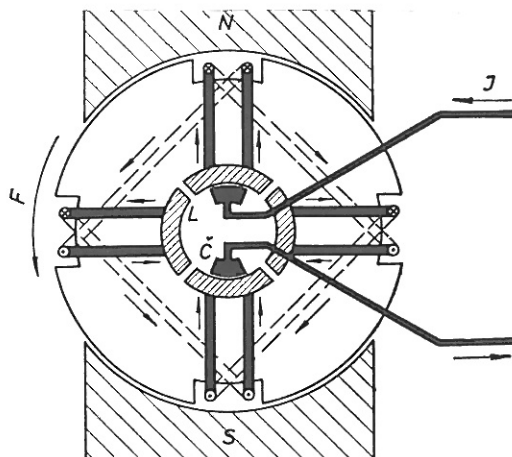
Sl. 188. Zakretanje petlje uslijed djelovanja magnetskog polja

Sl. 189. Sile F se poništavaju — zakretnog momenta nema!

6.4.7. Princip elektromotora

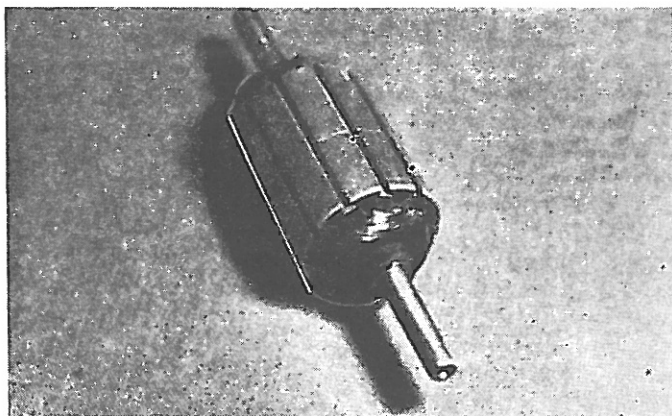
Elektromotori rade na principu djelovanja magnetskog polja na petlju kroz koju prolazi struja. Međutim, jednostavna petlja ne bi mogla raditi kao elektromotor jer kad je petlja u vodoravnom položaju, prestaje djelovati zakretni moment ($d = 0$) i petlja ostaje mirovati u tom položaju (sl. 189). Da bi se dobilo trajno djelovanje zakretnog momenta, elektromotori imaju raspoređene vodiče po cijelom obodu rotora, a pomoću posebnog uređaja (komutatora ili kolektora) mijenja se dovod struje k vodičima tako da magnetsko polje zakreće rotor uvijek u istom smjeru.

Sl. 214. Pravilnim rasporedom petalja na rotoru dobiva se stalni zakretni moment



Klizne četke (č) na sl. 214. dovode struju uvijek u onu lamelu (L) komutatora koja se trenutno nalazi u gornjem položaju, a odvođe struju iz one lamelc koja se u tom trenutku nalazi dolje. Uslijed toga struja u gornjim vodičima uvijek teče od nas, a u donjim vodičima k nama. Prema pravilu lijeve ruke možemo odrediti zakretni moment. Na sl. 214. on djeluje stalno u smjeru suprotnom od kazaljke na satu.

Da bi se smanjio magnetski otpor, a time povećao magnetski tok, vodiči su na rotoru omotani oko željezne jezgre (sl. 215).



Sl. 215. Željezna jezgra povećava magnetski tok kroz rotor

Primjer. Rotor elektromotora ima duljinu 25 cm, promjer 20 cm, broj zavoja namota 1000, a nalazi se u magnetskom polju čija je magnetska indukcija 0,8 T. Kolika sila djeluje na njega i koliki je zakretni moment ako kroz njega prolazi struja jakosti 10 A?

$$l = 0,25 \text{ m}$$

$$d = 0,2 \text{ m}$$

$$N = 1000$$

$$B = 0,8 \text{ T}$$

$$I = 10 \text{ A}$$

$$F = ?$$

$$M = ?$$

$$\text{a) } F = B \cdot I \cdot l \cdot N$$

$$F = 0,8 \cdot 10 \cdot 0,25 \cdot 1000 = 2000 \text{ N}$$

$$\text{b) } M = F \cdot d$$

$$M = 2000 \cdot 0,2 = 400 \text{ Nm}$$

Zadaci:

1. Kojom silom djeluje magnetska indukcija od 1,2 T na vodič kroz koji teče struja jakosti 7,5 A ako je duljina vodiča u magnetskom polju 30 cm?
2. U magnetskom polju od 0,01 T nalazi se vodič duljine 10 cm. Kolika struja mora teći kroz taj vodič da magnetsko polje na njega djeluje silom od 1 N?
3. Magnetsko polje djeluje na vodič duljine 18 cm silom od 0,4 kp ako kroz taj vodič teče struja jakosti 60 A. Kolika je magnetska indukcija tog polja?
4. Kolika struja mora teći kroz 35 cm dugačak vodič koji se nalazi u polju magnetske indukcije 0,75 T da to polje na njega djeluje silom od 20 p?
5. Kroz vodič duljine 25 cm koji se nalazi u magnetskom polju teče struja jakosti 2 A. Kolika mora biti magnetska indukcija tog polja da izbací taj vodič silom od 0,5 N?
6. Kroz dva 15 m dugačka paralelna vodiča teče struja jakosti 60 A. Kolika mora biti njihova međusobna udaljenost, da oni jedan na drugi djeluju silom od 18,36 p?
7. Koliko jaka struja mora teći kroz dva paralelna vodiča koji su dugački 30 m i međusobno udaljeni 25 mm da oni jedan na drugi djeluju silom od 6 N?

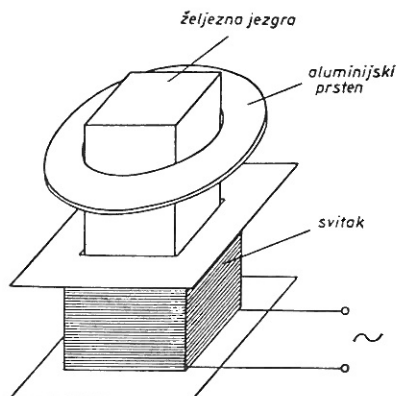
(Izračunamo po formuli $F = \frac{I^2 \cdot l}{5\,000\,000 \cdot r}$ koju smo dobili komparacijom formula

$$B = \frac{F}{I \cdot l} \quad \text{i} \quad B = \frac{I}{5\,000\,000 \cdot r}$$

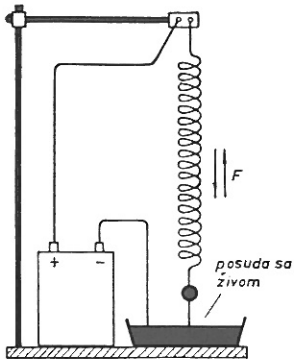
8. Pravokutni okvir načinjen od 20 zavoja žice leži u magnetskom polju čija je magnetska indukcija 0,08 T. Koliki je zakretni moment kad kroz zavoj okvira teče struja jakosti 15 A ako je duljina okvira 6 cm, a širina 4 cm?
9. Kroz petlju duljine 10 cm i širine 5 cm koja se nalazi u magnetskom polju od 0,01 T teče struja jakosti 8 A.
 - a) Kada na petlju neće djelovati zakretni moment?
 - b) Kada će zakretni moment biti najveći?
 - c) Koliki je taj najveći zakretni moment?
10. Kotva istosmjernog motora leži u magnetskom polju gustoće 1 T. Kolikom silom i kolikom zakretnim momentom djeluje to magnetsko polje na kotvu ako je

broj zavoja u polju	200
duljina kotve	30 cm
promjer kotve	25 cm
jakost struje	12 A

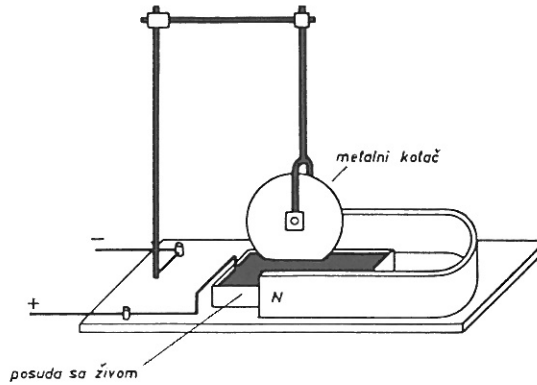
11. Na sl. 192, 193. i 194. prikazana su tri uređaja koji rade na principu djelovanja magnetskog polja na vodič kroz koji teče struja. Rastumačite njihovo djelovanje.



Sl. 192. Prsten od aluminija lebdi u zraku



Sl. 193. Živin prekidač stalno prekida istosmjernu struju



Sl. 194. Metalni kotač vrti se oko svoje osovine

12. Štapovi rotora kaveznog elektromotora imaju duljinu 25 cm. Kolikom silom djeluje magnetsko polje indukcije 0,8 T na pojedini štap rotora ako kroz njega teče struja jakosti 12 A?
13. Kolika je magnetska indukcija i jakost magnetskog polja u točki koja je udaljena 2 cm od vodiča kroz koji teče struja jakosti 50 A?
14. U kojoj je udaljenosti od vodiča kojim protječe struja jakosti 100 A magnetska indukcija 0,01 T?

7. PROLAZ STRUJE KROZ TEKUĆINU

7.1. ELEKTROLITSKI PROCESI

7.1.1. Elektrolit

Pokus

- Dvije metalne ili ugljene elektrode spojene su preko ampermetra s izvorom struje i uronjene u tekućinu (sl. 195).
- Ako je tekućina destilirana voda, čisti alkohol, čisto ulje, čista kiselina ili slično, kroz strujni krug ne teče gotovo nikakva struja.
- Dodamo li destiliranoj vodi nekoliko kapi kiseline, lužine ili soli, ampermetar će pokazati odklon, tj. tekućina je postala električki vodljiva.

Zaključak:

Čiste tekućine su električki izolatori, a otopine soli, kiselina ili lužina provode električnu struju. Takve električki vodljive tekućine zovemo elektroliti.

Pokus

- Ako povećamo napon, kroz elektrolit će teći jača struja, ako smanjimo napon struja će biti slabija.
- Ako udaljimo elektrode, struja će oslabiti jer smo povećali električni otpor koji struja treba svladati između elektroda.

Zaključak:

Pri prolazu struje kroz elektrolit vrijedi Ohmov zakon. Jakost struje u elektrolitu to je veća što je veći napon, a manji otpor.

Pokus

- Ako mjerimo temperaturu elektrolita, primijetiti ćemo da se elektrolit uslijed prolaza struje zagrijava.
- Stavimo li na elektrolit laki plovak s magnetskom iglom, igla će se postaviti u određeni smjer kad kroz elektrolit pustimo električnu struju.
- Promatramo li elektrode za vrijeme prolaza struje, opaziti ćemo da se na njima skupljaju mjehurići plinova koji nastaju kemijskim rastvaranjem elektrolita.

Zaključak:

Struja koja prolazi kroz elektrolit ima toplinsko, magnetsko i kemijsko djelovanje.

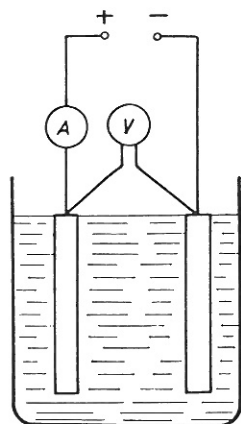
7.1.2. Elektrolitska disocijacija

Atomi i molekule u normalnom stanju električki su neutralni. Međutim, molekule kiselina, soli i lužina, kad se otapaju u vodi ili u nekom drugom otapalu, rastvaraju se na sastavne čestice od kojih jedne imaju višak elektrona (negativni naboj), a druge manjak elektrona (pozitivni naboj). Tako se, na primjer, molekula sumporne kiseline (H_2SO_4) razlaže na dva električki pozitivna atoma (2H) i jednu električki negativnu skupinu atoma (SO_4).

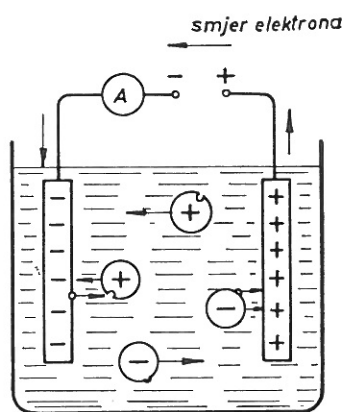
Pojava da se električki neutralna molekula pri otapanju razlaže na električki nabijene dijelove (ione) zove se elektrolitska disocijacija.

Treba naglasiti da to razlaganje na ione ne nastaje uslijed prolaza struje kroz elektrolit nego je to posljedica samog procesa otapanja.

Elektrolitska disocijacija vrlo je važna pojava jer je osnova svih elektrolitskih procesa.



Sl. 195. Proučavanje vodljivosti elektrolita



Sl. 196. Gibanje iona kroz elektrolit

7.1.3. Elektrolitsko provođenje struje

Uronimo li u disocirani elektrolit dvije elektrode i spojimo ih s izvorom istosmjernog napona, doći će do gibanja iona unutar elektrolita. Elektroda priključena na pozitivni pol izvora (anoda) privlačit će negativne ione, a odbijati pozitivne, dok će elektroda vezana za negativni pol izvora (katoda) privlačiti pozitivne ione, a odbijati negativne. Usmjerenno gibanje iona koje time nastaje tok je električne struje kroz elektrolit. Pozitivni ioni pri dodiru s negativnom elektrodom oduzimaju od nje elektrone, a negativni ioni pri dodiru s pozitivnom elektrodom daju joj elektrone. Uslijed toga će elektromotorna sila izvora moći stalno odvlačiti elektrone s pozitivne elektrode i tlačiti ih na negativnu elektrodu, tj. kroz strujni krug teći će stalna struja (sl. 196).

Pri elektrolitskoj disocijaciji atomi metala i vodika dobivaju pozitivni naboj, stoga se pri priključenju napona gibaju prema katodi. Takvi pozitivni ioni zovu se **kationi**. Negativni ioni putuju prema anodi i zovu se **anioni**.

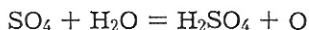
7.1.4. Elektroliza

Pojedini kemijski spojevi mogu se, dakle, elektrolitskom disocijacijom rastaviti na ione, a zatim se ti ioni mogu pomoću istosmjernog napona razdvojiti tako da anioni putuju prema anodi, a kationi prema katodi. Taj proces se praktički primjenjuje u elektrolizi pojedinih kemijskih spojeva.

Elektroliza je rastavljanje kemijskih spojeva na sastavne dijelove pomoću električne struje.

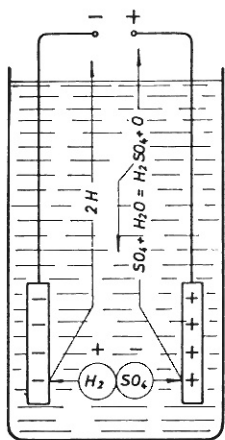
Iz disociranog spoja atomi vodika i metala putuju prema katodi, a skupine preostalih atoma prema anodi. Pri tome dolazi često i do novih spajanja izdvojenih dijelova s elektrolitom ili elektrodama. Tako se, na primjer, kod elektrolize modre galice (CuSO_4) nastali anion SO_4 može na bakrenoj anodi spajati s bakrom i dati novu modru galicu.

Kod elektrolize vode disocira se dodana sumporna kiselina (H_2SO_4), a zatim rastvara na vodik (H_2) i kiselinasti ostatak (SO_4). Taj se kiselinasti ostatak na anodi spaja s vodom, i tako nastaje nova sumporna kiselina i kisik (sl. 197).

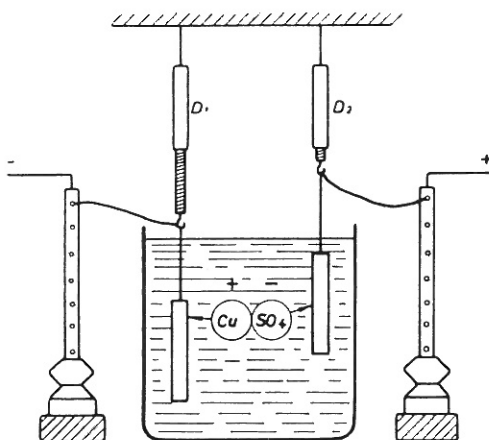


Prema tome, konačni produkti te elektrolize jesu vodik i kisik, tj.

konačni produkti elektrolize ne moraju biti svi sastavni dijelovi prvobitno disociranog spoja.



Sl. 197. Proces pri elektrolitskom rastvaranju vode



Sl. 198. Provjeravanje I Faradayeva zakona

7.1.5. I Faradayev zakon

Pokus

- Dvije tanke bakrene ploče jednake težine objesimo na osjetljive dinamometre i uronimo ih u otopinu modre galice, a zatim priključimo na izvor istosmjernog napona (sl. 198).
- Dinamometri su prije uključanja struje pokazivali istu težinu objiju ploča, ali se u toku protjecanja struje opaža da ploča priključena na negativni pol postaje sve teža.
- Ako težinu te ploče očitavamo u jednakim vremenskim razmacima, primijetimo ćemo da je prirast težine toliko puta veći koliko je puta dulje vrijeme protjecanja struje, tj. prirast težine razmjernan je s vremenom.
- Ako mijenjamo jakost struje, prirast težine će biti to veći što je struja jača, tj. prirast težine je razmjernan s jakošću struje.

Zaključak:

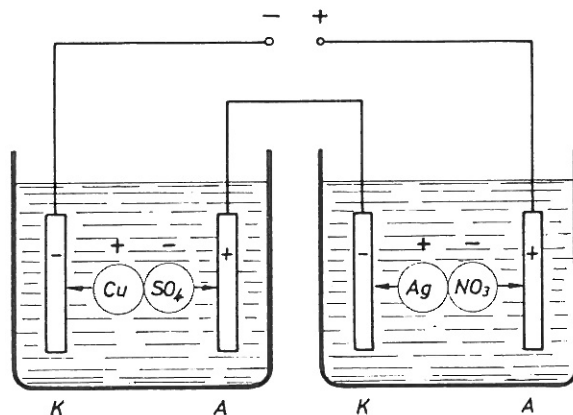
Usljed elektrolitskog djelovanja struje iz modre galice izlučuje se bakar i taloži na katodu. Količina izlučenog bakra razmjerna je s jakošću struje i s vremenom njezina protjecanja. Do istog zaključka došli bismo i pri elektrolitskom rastvaranju drugih elektrolita. Uvijek je količina izlučene tvari srazmjerna s količinom struje, pa je na osnovi toga dan I Faradayev zakon:

Količina izlučene tvari iz nekog elektrolita razmjerna je s količinom struje koja prođe kroz taj elektrolit.

7.1.6. II Faradayev zakon

Pokus

- Dvije posude s različitim elektrolitima serijski spojimo prema sl. 199. i priključimo ih na izvor istosmjernog napona. Kao elektrolite možemo, na primjer, uzeti otopinu bakrenog sulfata (CuSO_4) i otopinu srebrnog nitrata (AgNO_3).
- Kao elektrode uzmemo metalne ploče jednakih težina. Ako nakon nekog vremena prekinemo struju i izvažemo katode iz obiju posuda, vidjet ćemo da su obje postale teže, ali da prirast težine nije jednak, premda je kroz oba elektrolita prolazila ista struja kroz jednako vrijeme.



Sl. 199. Provjeravanje II Faradayeva zakona

Zaključak:

Količina izlučene tvari iz nekog elektrolita ne ovisi samo o količini struje nego i o vrsti elektrolita. Ista količina struje izluči iz različitih elektrolita različite količine tvari.

Količina tvari koju izluči struja jakosti jednog ampera za vrijeme jedne sekunde iz nekog elektrolita zove se elektrokemijski ekvivalent te tvari.

Faraday je na osnovu toga postavio svoj drugi zakon:

Količine izlučenih tvari iz različitih elektrolita razmjerne su s elektrokemijskim ekvivalentima tih tvari.

Elektrokemijski ekvivalenti nekih tvari jesu ovi:

vodik	0,000 010 g/C	bakar	0,000 329 g/C
cink	0,000 339 g/C	aluminij	0,000 093 g/C
srebro	0,001 118 g/C	nikal	0,000 304 g/C

7.1.7. Izračunavanje količine izlučene tvari

Na osnovu Faradayevih zakona možemo zaključiti da je količina izlučene tvari razmjerna s jakošću struje, vremenom protjecanja struje i elektrokemijskim ekvivalentom izlučivane tvari. Gornji zaključak matematski iskazan je u formuli za izračunavanje količine izlučene tvari

$$m = \alpha \cdot I \cdot t$$

gdje je m . . . masa izlučene tvari (g)
 α . . . elektrokemijski ekvivalent tvari (g/C)
 I . . . jakost struje (A)
 t . . . vrijeme protjecanja struje (s)

Primjer. Koliko će se bakra izlučiti na katodi iz otopine modre galice ako kroz tu otopinu teče kroz 12 sati struja jakosti 15 A?

$$\alpha = 0,000\ 329$$

$$I = 15\ \text{A}$$

$$t = 43\ 200\ \text{s}$$

$$m = \alpha \cdot I \cdot t$$

$$m = 0,000\ 329 \cdot 15 \cdot 43\ 200 = 213,2\ \text{g}$$

$$m = ?$$

Zadaci i pitanja

1. Katoda uronjena u otopinu srebrnog nitrata postala je nakon 45 minuta teža za 125 mg. Kolika je bila jakost struje koja je tekla kroz taj elektrolit?
2. Koliki je elektrokemijski ekvivalent žive ako je pri prolazu struje jakosti 1,44 A kroz 7 minuta i 15 sekundi izlučeno 0,65 g žive?
3. Kroz tri serijski spojene posude teče za vrijeme 12 sati struja jakosti 2,5 A. Koliko se izluči tvari u svakoj posudi ako se u prvoj nalazi otopina neke bakrene soli, u drugoj otopina niklene soli, a u trećoj otopina srebrne soli?
4. Koliko je vremena potrebno da struja jakosti 3,5 A izluči iz elektrolita 25 mg cinka?
5. Električna struja jakosti 3 A izluči iz otopine srebrnog nitrata za određeno vrijeme 20 g srebra. Koliko će se bakra izlučiti za to vrijeme iz otopine bakrenog sulfata ako kroz obje otopine prolazi ista struja (serijski spojene)?
6. Da li može doći do elektrolitskog rastvaranja nekog kemijskog spoja koji se ne otapa? Zašto?

7.2. TEHNIČKA PRIMJENA ELEKTROLIZE

7.2.1. Galvanostegija

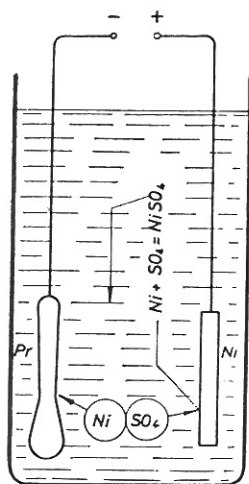
Galvanostegija je elektrolitski postupak pri kojem predmete izradene od manje vrijednog metala prevlačimo tankim slojem vrednijeg metala.

Taj sloj se prevlači da zaštiti predmete od korozije ili izlizavanja te da predmetu dade estetski vanjski izgled. Galvanostegijski postupci su niklovanje, kromiranje, pobakrivanje, kositrenje, pozlaćivanje, posrebrivanje i slično.

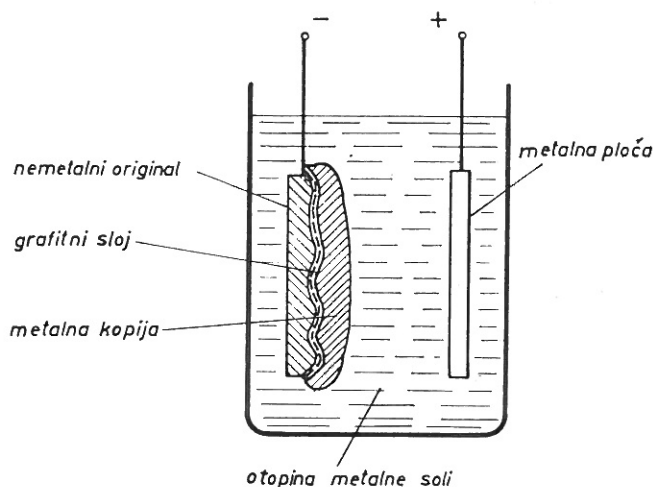
Niklovanje se vrši tako, da se u otopinu niklene soli uroni kao katoda predmet koji želimo niklovati, a kao anoda ploča nikla (sl. 200). Već pri otapanju niklene soli (npr. NiSO_4) u vodi dolazi do elektrolitske disocijacije, pa se molekule niklene soli rastave na pozitivne ione nikla (Ni) i negativne ione ostatka (SO_4). Kad na elektrode priključimo istosmjerni napon, katoda privlači ione nikla, pa se oni na njoj talože. Ioni ostatka putuju na anodu, gdje se spa-

jaju s niklom iz te anode i tvore novu niklenu sol. Na taj se način taloženjem na katodi (predmetu) stalno stvara sve deblji sloj nikla, anoda se u toku procesa sve više rastvara, a niklene soli u elektrolitu stalno se obnavljaju.

I pri svim ostalim galvanostegijskim postupcima proces je u biti isti. Katoda je uvijek predmet, anoda je ploča onog metala kojim prevlačimo predmet, a elektrolit je otopina soli tog metala. Nešto drugačiji proces je samo pri kromiranju gdje ne dolazi do obnavljanja elektrolita jer se negativni ioni iz elektrolita ne mogu, zbog kemijske otpornosti kroma spajati s kromom iz anode. Zbog neobnavljanja elektrolita pri kromiranju potrebno je dolijevati svježi elektrolit, a anoda može biti od bilo kojeg kemijski otpornog metala (npr. olova).



Sl. 200. Proces pri niklovanju predmeta



Sl. 201. Dobijanje metalne kopije galvanoplastikom

7.2.2. Galvanoplastika

Galvanoplastika je elektrolitski postupak kojim dobivamo metalni otisak predmeta izrađenog od nekog lakoobradiva materijala.

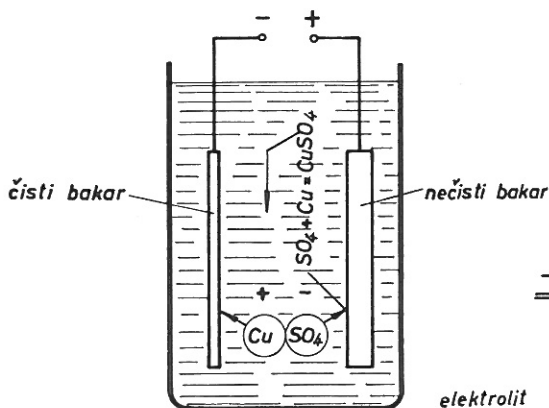
Prvobitni oblik izrađujemo u materijalu koji se ne otapa u elektrolitu, a lako se obrađuje. Takvi su materijali vosak, sadra (gips), stearin, celuloid, drvo i sl. Izrađeni oblik premazuje se nekim električki vodljivim slojem (npr. grafitom), a zatim se kao katoda uroni u otopinu soli onog metala od kojeg želimo dobiti otisak. Kao anoda služi ploča od tog istog metala (sl. 201). Priklučenjem istosmjernog napona dolazi do istog elektrolitskog procesa kao i u galvanostegiji, ali proces je dugotrajniji i struje su jače jer je potrebna veća debljina sloja. Kad je postupak završen, metalni otisak se skida i služi kao kalup za lijevanje, prešanje ili neke druge tehnološke postupke. Takvim se postupcima izrađuju kalupi za plakete, medalje, gramofonske ploče i slično. Galvanoplastika se danas mnogo upotrebljava u štamparskoj i zubarskoj tehnici.

Galvanoplastikom može se izraditi kopija nekog originalnog reljefa tako da se original otisne u vosku ili u sadri (gipsu), a zatim taj otisak upotrijebi kao katoda.

5.2.3. Elektrolitsko čišćenje metala

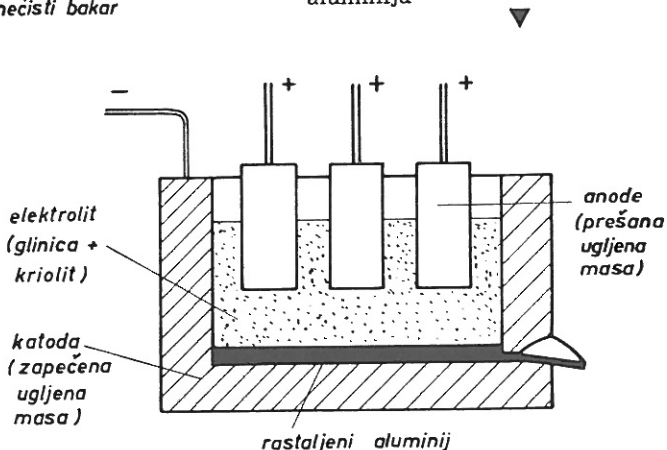
Tehnički metali dobiveni u metalurškim pećima sadrže u sebi izvjesnu količinu raznovrsnih primjesa. Te primjese nepovoljno utječu na mehanička, električna i kemijska svojstva metala, stoga se metali često naknadno pročišćavaju ili rafiniraju.

Pročišćavanje metala može se vršiti elektrolitskim putem. Pri tome se kao anoda upotrebljava ploča nečistog metala, kao katoda služi tanka ploča čistog metala, a elektrolit je otopina neke soli tog istog metala. U toku procesa metalna sol u elektrolitu se rastvara, metal iz te soli putuje na katodu, a ostatak se veže s metalom anode u novu metalnu sol. Uslijed toga katoda (ploča čistog metala) postaje sve deblja, anoda (ploča nečistog metala) sve tanja, a koncentracija elektrolita ne mijenja se zbog obnavljanja soli. Na taj se način pročišćavaju bakar (sl. 119), cink, olovo, zlato, srebro i dr.



◀ Sl. 119. Proces pri elektrolitskom čišćenju bakra

Sl. 120. Elektrolitsko dobivanje aluminija



5.2.4. Elektrolitsko dobivanje metala

Da bi se dobili metali velike čistoće, može se već pri preradi rude u metal primijeniti elektrolitski postupak. Tada kao anoda služi ploča od materijala koji se u toku procesa ne rastvara, katoda je tanka ploča od istog metala koji tim postupkom želimo dobiti, a elektrolit je otopina prerađene rude tog metala. Na taj se način mogu dobiti bakar, cink, željezo i dr.

Laki metali (aluminij, magnezij, kalcij, natrij i dr.) mogu se također dobiti elektrolitskim putem, ali je tada elektrolit u rastaljenom stanju. Pri dobivanju aluminija (sl. 120) kao katoda služi ugljeno dno elektrolitske peći, anoda je ugljena ploča, a elektrolit je smjesa dvaju aluminijskih spojeva, i to kriolita i glinice. Električna struja najprije svojim toplinskim djelovanjem rastali kri-

olit koji ima niže talište, a glinica se zatim otopi u tom rastaljenom kriolitu. Pri tom otapanju glinica se disocira, pa je time omogućeno elektrolitsko djelovanje struje. Aluminij iz glinice putuje prema katodi (tj. na dno peći), dok se oslobođeni kisik veže s ugljikom iz anode i primjesama iz glinice te u obliku plinova izlazi iz peći ili se kao troska skuplja na površini.

Zadaci i pitanja

1. Za koliko se sati može elektrolitskim putem dobiti 1 tona aluminija ako se upotrebljava struja jakosti 15 000 A?
2. Kolika će biti debljina sloja srebra na predmetu površine 80 cm² ako posrebrivanje vršimo strujom od 2.5 A kroz jedan sat? ($\gamma = 10,5 \text{ g/cm}^3$)
3. Koliko jaka struja nam treba da pri rafiniranju bakra izlučimo 3200 kg bakra za tjedan dana?
4. Koliko će vremena trebati da se predmet površine 150 cm² pokrije slojem nikla debelim 0,1 mm ako to niklovanje vršimo strujom jakosti 8 A? ($\gamma = 8,5 \text{ g/cm}^3$)
5. Kolika je struja potrebna da se za 24 sata dobije 2 mm deo bakreni otisak modela čija je površina 35 cm² ($\gamma = 8,7 \text{ g/cm}^3$)
6. Koju zadaću ima kriolit pri elektrolitskom dobijanju aluminija?

7.3. GALVANSKI ČLANCI

7.3.1. Galvanski članak

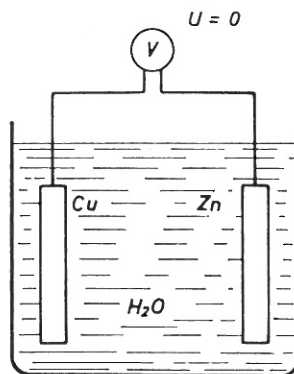
Pokus

- a) U destiliranu vodu uronimo pločicu cinka i bakra, a zatim ih spojimo preko voltmetra. Voltmetar neće pokazati nikakav otklon (sl. 204).
- b) Destiliranoj vodi dodamo nekoliko kapi sumporne kiseline. Kazaljka voltmetra pokazuje otklon!
- c) Ako uronimo manje ploče bakra i cinka, otklon kazaljke će ostati isti!
- d) Ako uzmemo drugu kombinaciju ploča (npr. bakar-olovo, cink-olovo, bakar-aluminij i sl.), otklon će biti veći ili manji!
- e) Ako uzmemo dvije ploče od istog materijala, kazaljka voltmetra neće pokazati nikakav otklon!

Zaključak:

Ako u otopinu kiseline, soli ili lužine (elektrolit) uronimo dvije pločice od različitih metala (elektrode), između njih se javlja razlika potencijala čija veličina ne ovisi o površini ploča, nego o vrsti materijala pločica.

Svaka kombinacija nekog elektrolita i dviju različitih metalnih elektroda između kojih dolazi do razlike potencijala jest galvanski članak.



Sl. 204. Destilirana voda nije elektrolit

7.3.4. Elektrokemijski niz

Isti metal može biti prema jednom metalu pozitivan, a prema drugom negativan. Tako je, na primjer, bakar prema cinku pozitivan, a prema srebru negativan (sl. 205). Ako metale poredamo tako da svakom metalu s jedne strane stavimo sve metale koji su pozitivniji od njega, a s druge strane sve metale koji su prema njemu negativniji, dobili smo **elektrokemijski niz** (Voltin niz). U tom nizu položaj nekih najvažnijih metala je slijedeći:

Au	Ag	Cu	H	Pb	Sn	Ni	Cd	Fe	Cr	Zn	Al	Na
+1,36	+0,80	+0,34	0	-0,13	-0,14	-0,23	-0,40	-0,44	-0,56	-0,76	-1,28	-2,71

Ispod metala označen je potencijal koji taj metal ima prema vodiku čiji je potencijal uzet kao nula. Između dva različita metala uronjena u elektrolit može nastati razlika potencijala koja je jednaka razlici gore navedenih potencijala. Ako su, na primjer, elektrode od bakra i cinka, možemo dobiti razliku potencijala

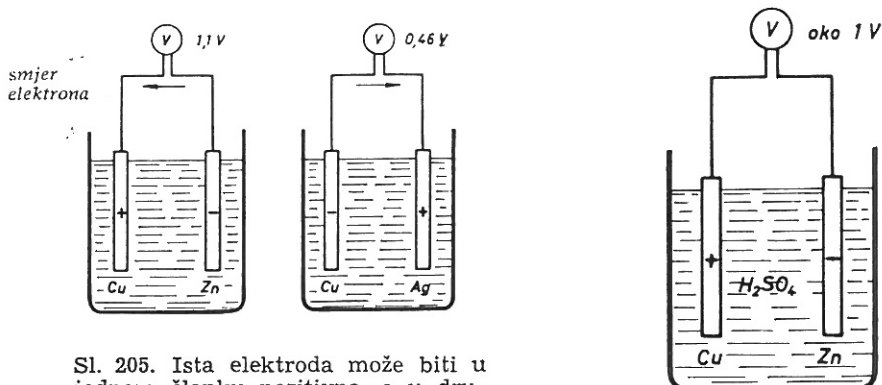
$$(+ 0,34) - (-0,76) = 0,34 + 0,76 = 1,1 \text{ V}$$

Ako su elektrode od bakra i srebra

$$(+ 0,80) - (+ 0,34) = 0,80 - 0,34 = 0,46 \text{ V}$$

Ako su obje elektrode od bakra, nema razlike potencijala

$$(+ 0,34) - (+ 0,34) = 0,34 - 0,34 = 0$$



Sl. 205. Ista elektroda može biti u jednom članku pozitivna, a u drugom negativna

Sl. 206. Voltin članak

7.3.5. Voltin članak

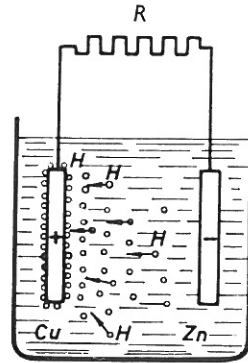
Cinčana i bakrena elektroda uronjene u razblaženu sumpornu kiselinu daju najstariji i najjednostavniji galvanski članak, Voltin članak (sl. 206).

U neopterećenom stanju taj članak daje napon nešto veći od jednog volta. Pri radu u elektrolit odlaze ioni cinka, pa se cinčana elektroda sve više troši.

Usprkos svojoj jednostavnosti i relativno velikom naponu Voltin članak ima samo historijsko značenje i danas se više ne upotrebljava. Uzrok tome je velika nestalnost napona do koje u tom članku dolazi zbog elektrolitske polarizacije.

7.3.6. Elektrolitska polarizacija

Kad na Voltin članak priključimo trošilo, kroz nastali strujni krug teče električna struja. Ta struja protječe i kroz sam članak pa u njemu uzrokuje elektrolitsko rastvaranje elektrolita. Kao proizvod tog rastvaranja javlja se vodik koji se taloži na bakrenoj elektrodi i sve više prekriva tu elektrodu slojem mjehurića. Uslijed toga je bakrena elektroda sve manje u dodiru s elektrolitom, a umjesto nje nastaje nova vodikova elektroda koja s cinkom daje novi galvanski članak tzv. sekundarni članak (sl. 207). Budući da između elektroda toga novog članka (vodik-cink) postoji manja potencijalna razlika od potencijalne razlike između bakra i cinka, napon u Voltinu članku postaje sve manji što se bakrena elektroda više prekriva vodikom. Osim toga nastali sloj vodikovih mjehurića pruža veliki otpor protoku struje, pa se povećava i unutarnji otpor članka, a time još više smanjuje napon na stezaljkama članka.



Sl. 207. Elektrolitska polarizacija

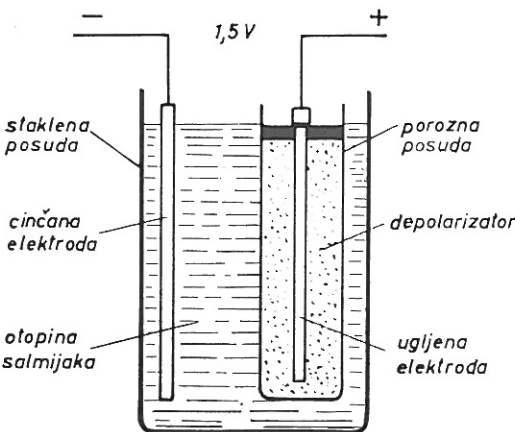
Pojava da se oko pozitivne elektrode gomila vodik, te time slabi napon galvanskog članka zove se elektrolitska polarizacija.

Njezini uzroci ne postoje samo u članku s bakrenom i cinčanom elektrodom, već se oni javljaju i u galvanskim člancima s drugim elektrodama.

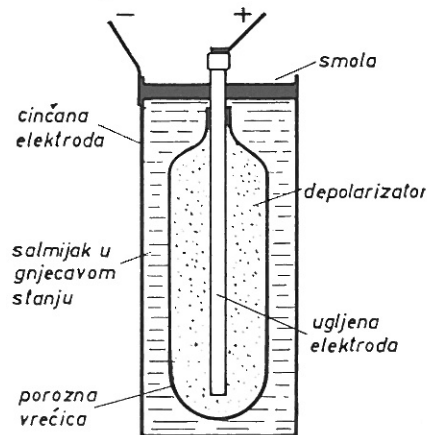
7.3.7. Leclanchéov članak

Raznovrsnim kombinacijama elektroda i elektrolita može se dobiti veliki broj različitih galvanskih članaka, ali danas se praktički upotrebljavaju uglavnom Leclanchéovi članci²⁶ (sl. 208 i 209). Njihova

pozitivna elektroda je ugljeni štap, negativna elektroda je cinkova ploča, a kao elektrolit služi otopina salmijaka.



Sl. 208. Sastav Leclanchéova članka



Sl. 209. Suhi članak

²⁶ čitajte Leclanchéov članak

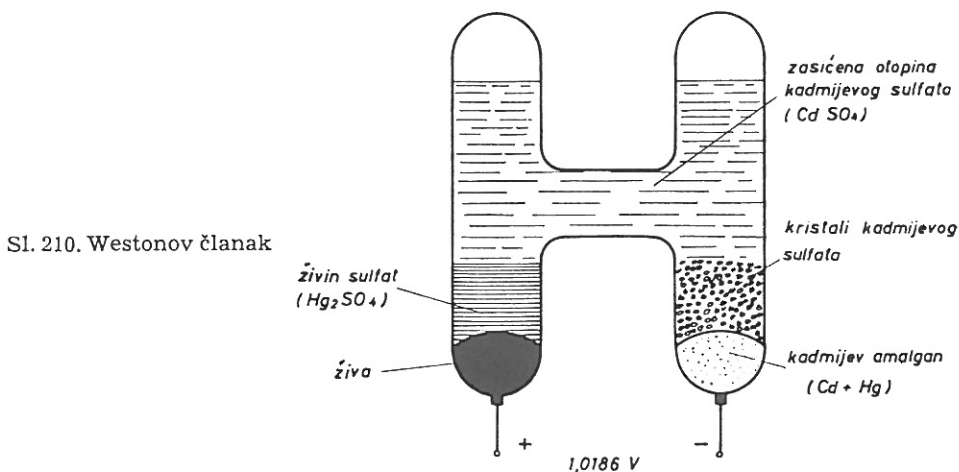
Da bi se spriječila polarizacija, pozitivna elektroda je obložena posebnom masom (depolarizator) koja je bogata kisikom (npr. manganov superoksid). I u tom članku dolazi pri prolazu struje do rastvaranja elektrolita, ali se oslobođeni vodik na putu prema pozitivnoj elektrodi spaja s kisikom depolarizatora u vodu. Na taj način je onemogućeno stvaranje sekundarnog članka, pa je napon Leclanchéova članka dosta stabilan (1,5 V).

Mjesto Leclanchéova članka s tekućim elektrolitom u praksi se obično upotrebljava Leclanchéov članak s elektrolitom u obliku vlažne gnjecave mase. U tom tzv. **suhom članku** (sl. 209) cinčana elektroda služi i kao vanjska posuda. Serijskim vezanjem više suhih članaka dobiju se baterije čiji se napon kreće od 3 V do nekoliko stotina volta (»anodne baterije«).

Leclanchéov članak može biti i u obliku tzv. »**nalivnog članka**«. U njemu je suhi prašak salmijaka na koji se nalijeva određena količina vode nekoliko sati prije upotrebe. Njegova je prednost u tome što može biti uskladišten u neaktivnom stanju gotovo neograničeno vrijeme.

7.3.8. Specijalni članci

a) **Westonov članak**²⁷ upotrebljava se pri električnim mjerenjima kao normala napona jer ima na stalnoj temperaturi stabilan napon (1,0186 V pri 20°C). On je obično ugrađen u sanduk zajedno s termostatom koji održava temperaturu na određenoj visini. Sastav mu je dosta složen (sl. 210).



Sl. 210. Westonov članak

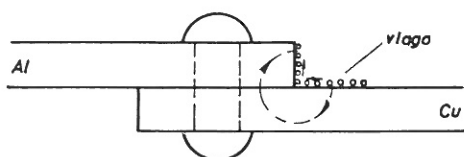
b) U novije vrijeme mnogo se radi na člancima u kojima bi se energija oslobođena oksidacijom vodika ili nekog drugog goriva neposredno pretvarala u električnu energiju. Tako se, na primjer, u **članku s praskavcem** električna energija dobija pri spajanju ioniziranog vodika i kisika u vodu. Ionizacija tih plinova postiže se njihovim prolazom kroz odvojene porozne elektrode. Takvi članci upotrebljavaju se u nekim svemirskim brodovima kao izvori električne energije.

²⁷ čitajte Vestonov članak

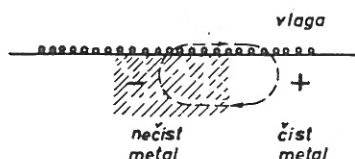
7.3.9. Elektrolitska korozija

Dva različita metala spojena elektrolitom daju galvanski članak. U mnogim postrojenjima i uređajima dolaze u dodir različiti metali, a vlaga iz zraka s upijenim plinovima i otopljenim solima sjeda na njihova spojna mjesta i djeluje kao elektrolit. Time se stvaraju na tim mjestima mali galvanski članci čije struje teku od jednog metala na drugi i vraćaju se preko elektrolita (vlage) natrag na prvi metal. Takve struje mogu biti usprkos maloj razlici potencijala između tih metala dosta jake jer je otpor u tom strujnom krugu vrlo malen (kratki spoj). Kao u svakom galvanskom članku, tako i ovdje

struje razaraju metal nižeg potencijala (negativnu elektrodu), a takvo razaranje metala zovemo elektrolitska korozija (sl. 211).



Sl. 211. Elektrolitska korozija na spojnom mjestu dvaju metala



Sl. 212. Elektrolitska korozija na jednom nečistom metalu

Do elektrolitske korozije može doći i na jednom metalu ako je on nehomogene strukture. Tehnički metali sadrže na pojedinim mjestima primjese i nečistoće, pa je električni potencijal takvih mjesta različit od potencijala ostalog dijela metala. Ako na takvo mjesto dopre još i vlaga, postoje i ovdje uvjeti za stvaranje galvanskog članka, odnosno dolazi i ovdje do elektrolitske korozije (sl. 212).

7.3.10. Sprečavanje elektrolitske korozije

Elektrolitska korozija može se spriječiti tako da se onemogući jedan od dvaju osnovnih uvjeta koji su potrebni za stvaranje galvanskog članka:

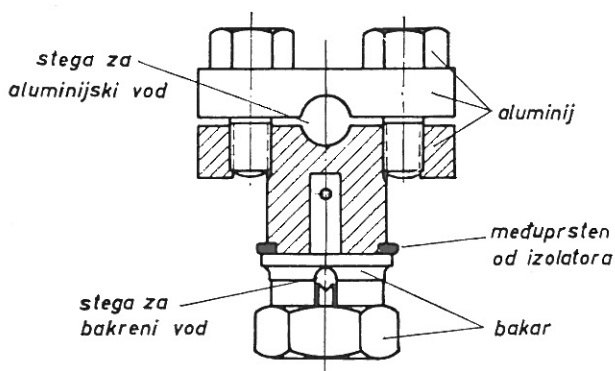
1. dva različita metala ne smiju doći u neposredan dodir;
2. na dodirno mjesto ne smije doprijeti vlaga.

Pri spajanju različitih metala potrebno je spriječiti pristup vlage bojenjem ili lakiranjem obaju metala oko dodirnog mjesta. Pri spajanju aluminijskog i bakrenog voda često se upotrebljavaju tzv. Alcu-spojnice čiji je jedan kraj od aluminijskog, a drugi od bakra, dok je njihovo spojno mjesto zaštićeno od vlage izolacionim prstenom (sl. 213). U neelektričnim uređajima jedan se metal može odijeliti od drugog tankim slojem izolatora (papir, lak), pa se time onemogućuje stvaranje galvanskih struja jer je prekinut strujni krug.

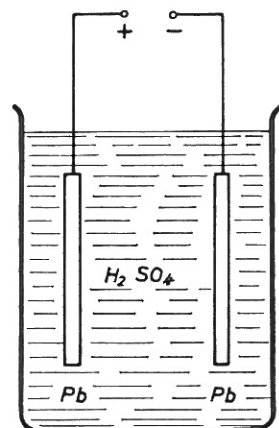
Elektrolitska korozija na jednom metalu može se spriječiti tako da se upotrijebi metal velike čistoće (rafinirani metal) jer on ima homogenu strukturu, pa između njegovih pojedinih dijelova nema razlike potencijala. Međutim, takvi su metali skupi, pa se u praksi korozija češće sprečava tako da se onemogući vlazi da dopre na metal. To se postiže bojenjem, lakiranjem, galvanskim prevlakama, prevlačenjem mastima, vazelinom i sl.

Pitanja

1. Zašto u Leclanchéovu članku ne dolazi do elektrolitske polarizacije?
2. Uslijed čega se nalivni članak može gotovo neograničeno vrijeme držati na skladištu?
3. Je li dopušteno zakivanje čeličnih limova bakrenim zakovicama? Zašto?
4. Što je uzrok osobito jake korozije metalnih predmeta na obali mora?
5. Uslijed čega čelični predmeti u podrumskim prostorijama obično brzo rđaju?
6. Kako štitimo uskladišten alat od korozije?
7. Zašto plemeniti čelici ne rđaju?
8. Što se događa ako je galvanska prevlaka porozna ili oštećena?



Sl. 213. Alcu-spojnica sprečava koroziju pri spajanju bakrenog i aluminijskog voda



Sl. 214. Sastav olovnog akumulatora prije prvog punjenja

7.4. ELEKTRIČNI AKUMULATORI

7.4.1. Princip akumulatora²⁸

Pokus

- a) Stavimo dva očišćena olovna lima u 20%-tnu sumpornu kiselinu i priključimo ih na voltmetar. Kazaljka voltmetra ostaje na nuli.
- b) Priključimo te limove uronjene u sumpornu kiselinu na istosmjerni napon od 3 V (sl. 214). Nakon nekoliko minuta primijetit ćemo da se površina anode prekrila tankim slojem čokoladne boje, dok je katoda ostala metalnosive boje.
- c) Ako isključimo izvor struje i na njegovo mjesto priključimo voltmetar, kazaljka voltmetra pokazat će izvjestan otklon (oko 2 V).
- d) Ako na limove priključimo malu žaruljicu iz džepne lampice, žarulja će neko vrijeme svijetliti.
- e) Ako ponovimo pokus nekoliko puta, vrijeme svijetljenja žarulje bit će sve dulje.

²⁸ accumulare (lat. čitajte akumulare) — skupiti, nagomilati

Zaključak:

Olovne ploče priključene na izvor struje primale su i spremale električnu energiju, a kasnije su njome snabdijevale žaruljicu.

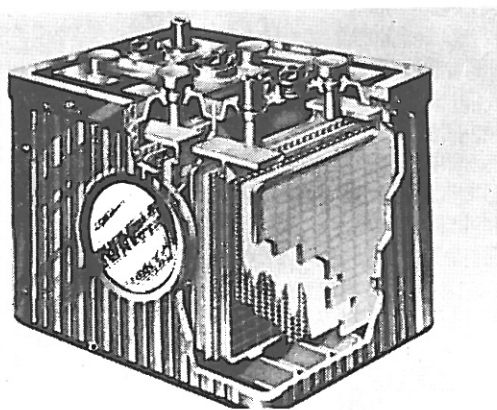
Uređaji koji su sposobni primati i sačuvati električnu energiju i koji zatim mogu služiti kao električni izvori zovu se električni akumulatori.

U njima električna energija prilikom punjenja prelazi u kemijsku energiju, a prilikom pražnjenja iz te kemijske energije daju električnu energiju. To su, dakle, galvaniski članci u kojima se kemijska energija daje obnavljati, pa ih zovemo sekundarni galvaniski članci. Među njima najviše se upotrebljavaju:

- a) olovni akumulatori,
- b) alkalijski akumulatori.

7.4.2. Sastav olovnog akumulatora

Posuda olovnog akumulatora izrađena je od materijala otpornog prema kiselinama (tvrda guma, umjetna masa, staklo ili sl.). Kao elektrolit služi kemijski čista sumporna kiselina koja se razblažuje destiliranom vodom do određene gustoće. U elektrolit je uronjen niz olovnih ploča od kojih su sve neparne spojene zajedno i sačinjavaju negativnu elektrodu akumulatora, dok pozitivnu



Sl. 215. Presjek olovnog akumulatora

elektrodu sačinjavaju međusobno spojene parne ploče. Olovne ploče su međusobno odijeljene pločama poroznog izolatora (separatori). Posuda je s gornje strane zalivena asfaltnom masom u kojoj je ostavljen otvor za dolijevanje sumporne kiseline i destilirane vode. Otvor je zatvoren posebnim vijkom kroz koji prolazi kanal za propuštanje plinova koji nastaju pri radu akumulatora (sl. 215). Između ploča olovnog akumulatora vlada napon otprilike od 2 V.

Elektrode olovnog akumulatora su olovne ploče, a elektrolit je razblažena sumporna kiselina.

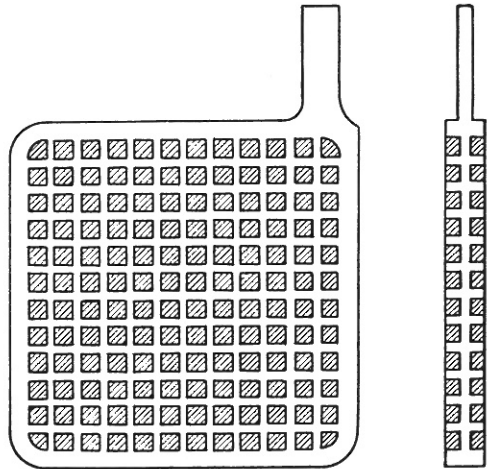
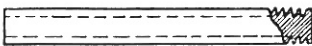
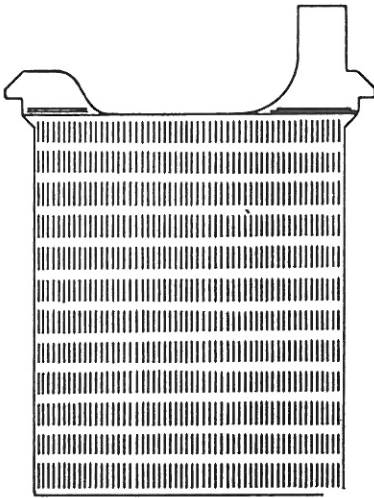
7.4.3. Kapacitet olovnog akumulatora

Pod kapacitetom akumulatora razumijevamo količinu elektriciteta koju napunjeni akumulator može dati, a napon mu se ne smanji ispod dozvoljene granice.

Jedinica za mjerenje kapaciteta je amper-sat (1 Ah). Isti akumulator pri pražnjenju jačom strujom ima manji kapacitet, a pri pražnjenju slabijom strujom veći kapacitet, pa se obično uz kapacitet navodi i vrijeme pražnjenja. Kapacitet olovnih akumulatora iznosi u praksi od nekoliko desetaka do nekoliko stotina amper-sati. Ako akumulator ima, na primjer, kapacitet od 80 Ah, on može davati struju jakosti 8 A kroz 10 sati.

Kapacitet akumulatora ovisi o aktivnoj površini njegovih ploča, pa se nastoji pločama dati što veća površina. To se postiže tako da se

- ploče izbrazdaju dubokim gustim urezima (sl. 216),
- ploče izrade u obliku rešetke, a zatim se u njihove šupljine utiskuje porozna umjetna masa (pasta) koja je sastavljena od olovnih spojeva (sl. 217).



Sl. 217. Olovena ploča u obliku rešetke

◀ Sl. 216. Olovena ploča s urezima

7.4.4. Proces u olovnom akumulatoru

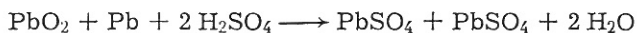
a) Formiranje akumulatora

Novi akumulator s pločama od čistog olova treba najprije »formirati«. To postizemo tako da elektrode akumulatora priključimo na određeni istosmjerni napon. Pri tome na pločama akumulatora nastupe kemijski procesi uslijed kojih se anoda prekrije slojem olovnog dioksida (PbO_2), a površina katode ostaje od čistog olova (Pb). Tek između tako formiranih elektroda postoji razlika potencijala koja omogućuje akumulatoru rad kao izvoru struje.

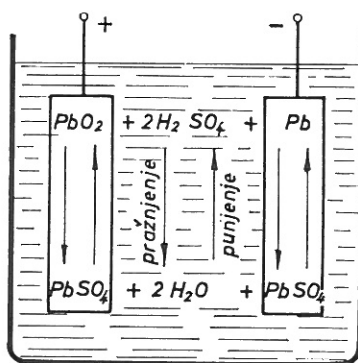
b) Pražnjenje akumulatora

Prilikom rada akumulator se prazni, a u njemu nastaju ove kemijske promjene (sl. 218):

1. Olovni dioksid anode prelazi u olovni sulfat (PbSO_4).
2. Olovo na površini katode prelazi u olovni sulfat (PbSO_4).
3. Sumporna kiselina se rastvara i stvara se voda (H_2O).



Prema tome, pri pražnjenju akumulatora gustoća elektrolita postaje sve manja (sve vodeniji elektrolit), a obje elektrode prekrivaju se olovnim sulfatom.

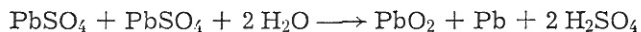


Sl. 218. Proces u olovnom akumulatoru pri punjenju i pražnjenju

c) Ponovno punjenje akumulatora

Elektrode prekrivene istom tvari ne mogu davati napon jer između istih tvari ne postoji razlika potencijala. Stoga akumulator čije se ploče pri radu sve više prekrivaju slojem olovnog sulfata daje sve slabiji napon, pa ga nakon nekog vremena treba ponovno puniti, tj. treba elektrokemijskim postupkom razoriti nastali sloj olovnog sulfata. To postizemo tako da akumulator priključimo na izvor istosmjernog napona. Pri tome u akumulatoru nastaju ove promjene:

1. Olovni sulfat anode prelazi u olovni dioksid (PbO_2).
2. Olovni sulfat katode prelazi u čisto olovo (Pb).
3. Ostaci olovnog sulfata daju s vodom sumpornu kiselinu (H_2SO_4).



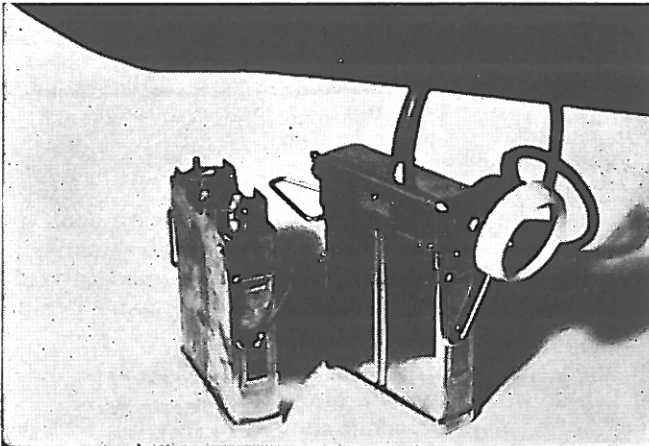
Prema tome, pri punjenju olovnog akumulatora na pločama se rastvara sloj olovnog sulfata i stvara sumporna kiselina, pa elektrolit postaje sve gušći.

7.4.5. Održavanje olovnog akumulatora

Osnova rada akumulatora su kemijski procesi koji se odvijaju na njegovim pločama. Stoga treba nastojati da površina ploča ostane što dulje u takvu stanju koje će omogućiti potpuno i nesmetano odvijanje tih kemijskih pro-

mjena. Poremećaj u radu akumulatora nastaje, na primjer, ako se na pločama stvori takav sloj olovnog sulfata koji pri punjenju više ne možemo u potpunosti rastvoriti. Rad akumulatora je oslabljen i nakon djelomičnog ispadanja aktivne mase iz udubina ploča. U jednom i u drugom slučaju smanjuje se korisna površina ploča, pa je time smanjen kapacitet akumulatora. Da do toga ne dođe, tvornice akumulatora daju detaljna pismena uputstva o održavanju akumulatora, pa se njih treba savjesno pridržavati. Ta uputstva među ostalim savjetuju ovo:

- a) Akumulator ne smijemo niti puniti niti prazniti prejakom strujom jer takva struja izaziva jako zagrijavanje ploča, pa se one pri tome oštećuju (dozvoljena jakost struje označena je u uputstvu).
- b) Akumulator ne smijemo previše isprazniti (napon smije pasti najviše do 1,83 V).
- c) Akumulator treba svaki mjesec nadopunjavati strujom (da se razori olovni sulfat koji postaje vrlo otporan ako predugo stoji, pa se pri ponovnom punjenju akumulatora teško rastvara).
- d) Svakog trećeg mjeseca akumulator treba električki potpuno isprazniti (do 1,83 V), a zatim ponovno napuniti.
- e) Svakih nekoliko tjedana treba vršiti kontrolu razine i gustoće elektrolita i prema potrebi dolijevati destiliranu vodu (eventualno kišnicu).



Sl. 219. Rudarska lampa s čeličnim akumulatorom

7.4.6. Alkalijski akumulatori

Alkalijski akumulatori imaju elektrolit od kalijeve lužine (KOH), pozitivna elektroda je od niklenih spojeva, a negativna je elektroda od čelika (čelični akumulator — sl. 219) ili od kadmija (kadmijev akumulator). I u ovim akumulatorima dolazi prilikom punjenja do kemijskih promjena na pločama, uslijed čega između njih nastaje razlika potencijala. Prilikom pražnjenja ploče se vraćaju u prvobitno kemijsko stanje. Konstrukcija akumulatora i njegovih ploča slična je konstrukciji u olovnim akumulatorima.

Prosječni napon pri radu alkalijskih akumulatora iznosi oko 1,2 V.

Svojstva alkalijskih akumulatora. Svojstva alkalijskih akumulatora općenito su bolja od svojstava olovnih akumulatora, ali imaju i neke slabosti.

Prednosti prema olovnim akumulatorima jesu ove:

1. vijek trajanja im je nekoliko puta dulji;
2. održavanje je neuporedivo lakše;
3. bolje podnose mehaničke udarce;
4. smiju se puniti i prazniti jačim strujama;
5. veći im je kapacitet po kilogramu težine.

Njihovu širu upotrebu u praksi sprečavaju njihovi **nedostaci**:

1. visoka nabavna cijena,
2. mali napon po članku (1,2 V),
3. slabije iskorištavaju električnu energiju (70%) od olovnih akumulatora (95%),
4. manje stabilan napon.

7.4.7. Specijalni akumulatori

Poslije drugog svjetskog rata pronaden je **akumulator s elektrodama od srebra i cinka** koji daje napon od 1,5 V. Njegova je prednost što uz male dimenzije ima veliki kapacitet, a podnosi i razmjerno jake struje pri pražnjenju. Negativna mu je strana mali vijek trajanja.

U posljednje vrijeme pronadeni su i **akumulatori s elektrodama od srebra i kadmija** koji imaju sve prednosti akumulatora srebro-cink, a vijek trajanja im je deset puta dulji.

Zadaci i pitanja

1. Koliko sati smije raditi akumulator čiji je kapacitet 20 Ah ako priključeno trošilo troši struju jakosti 235 mA?
2. Koliki je kapacitet akumulatora koji možemo strujom od 4,5 A isprazniti do dozvoljenog napona za 12 sati rada?
3. Trošilo troši struju od 25 A pri naponu od 16 V. Koliko treba uzeti olovnih akumulatora i kako ih treba spojiti ako svaki od tih akumulatora smije davati maksimalnu struju od 10 A?
4. Kako dugo treba puniti alkalijski akumulator čiji je kapacitet 60 Ah, strujom od 8 A, ako taj akumulator iskorištava 75% energije?
5. Koliko treba uzeti olovnih, a koliko alkalijskih akumulatora da se dobije napon od 110 V?
6. Zašto akumulator ne smijemo dolijevati običnom vodovodnom ili izvorskom vodom?
7. Koju zadaću ima sloj separatora između ploča akumulatora?
8. Areometar je sprava za mjerenje gustoće tekućina. Može li se upotrijebiti i za kontrolu pri punjenju i pražnjenju akumulatora? Kako?

8. FOTOELEKTRICITET I TERMOELEKTRICITET

8.1. FOTOELEKTRICITET

8.1.1. Foton ili kvant svjetlosti

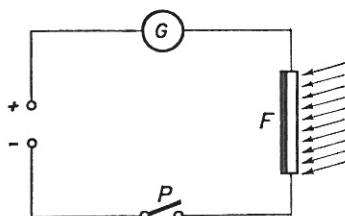
Neke pojave u optici mogu se objasniti samo pomoću kvantne teorije svjetlosti čije su temelje dali Planck i Einstein. Prema toj teoriji svako elektromagnetsko zračenje (vidljiva svjetlost, ultraljubičaste zrake, rendgenske zrake, γ -zrake...) jest roj čestica koje se zovu fotoni ili kvanti svjetlosti. Fotoni imaju brzinu od 300 000 km/s i sadrže energiju koja je dana Planckovom formulom

$$E = \nu \cdot h$$

gdje je E . . . energija jednog fotona (J)
 ν . . . frekvencija zračenja (Hz)
 h . . . Planckova konstanta ($6,62 \cdot 10^{-34}$ Js)

Iz formule se vidi da energija fotona ovisi samo o frekvenciji zračenja, što znači da je energija pojedinog fotona to veća što je veća frekvencija elektromagnetskog zračenja. Stoga fotoni vidljive svjetlosti imaju manju energiju od fotona ultraljubičastog zračenja, a fotoni ultraljubičastog zračenja manju energiju od fotona rendgenskog zračenja. Prema tome, vrsta zračenja određena je energijom fotona, a intenzitet zračenja (npr. jača vidljiva svjetlost — slabija vidljiva svjetlost) određen je množinom fotona.

8.1.2. Unutrašnji fotoelektrični efekt



Sl. 220. Fotootpornik smanjuje svoj otpor kad ga osvjetlimo

Pokus

Na izvor istomjernog napona priključimo serijski fotootpornik, galvanometar i prekidač (sl. 220).

- Kartonom prekrijmo prednju stranu fotootpornika.
- Osvjetlimo prednju stranu fotootpornika svjetlošću žarulje od 40 W.
- Osvjetlimo prednju stranu fotootpornika svjetlošću žarulje od 60 W, 100 W i 200 W.

Zaključak

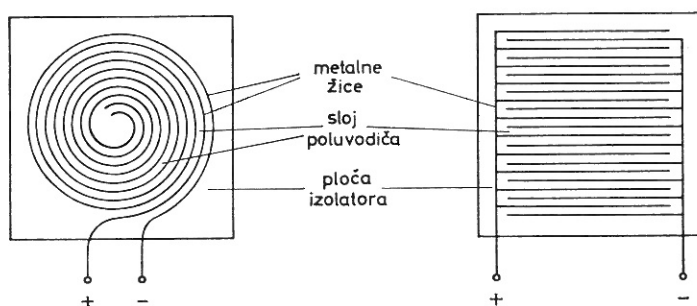
Fotootpornik propušta struju samo kad je osvjetljen. Jakost struje fotootpornika ovisi o jakosti osvjetljenja.

Pri udaru u atom fotoni svoju energiju predaju njegovim vezanim elektronima, te se neki od njih tako povećanom energijom oslobađaju veza u atomu i postaju slobodni. Zbog toga se u tvari povećava množina slobodnih elektrona, a time se povećava i električna vodljivost te tvari. Da li će se neki

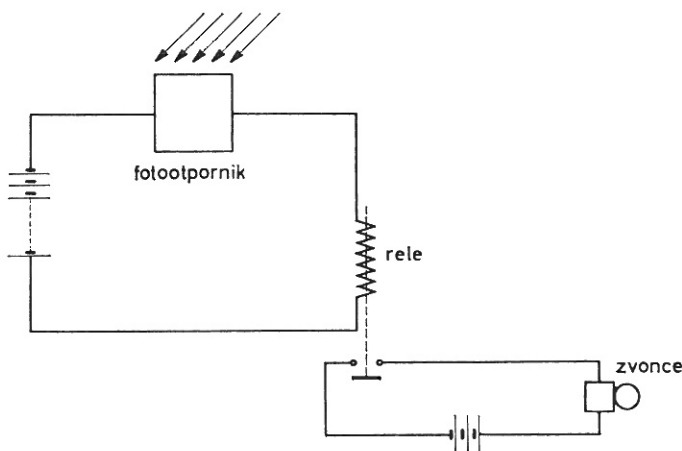
elektron osloboditi i time ionizirati atom, ovisi o njegovoj energiji i čvrstini njegove veze s jezgrom. Što je frekvencija zračenja veća, veća je i energija koju fotoni predaju elektronima, pa se oni uspješnije oslobađaju svojih veza s jezgrom. Rad koji elektron treba obaviti da bi se oslobodio iz atoma zove se rad ionizacije, a veličina tog rada ovisi o vrsti atoma koji se time ionizira.

Pojava da se zračenjem nekih tvari iz njihovih atoma oslobađaju elektroni i time povećava električna vodljivost te tvari zove se unutrašnji fotoelektrični efekt.

Unutrašnji fotoelektrični efekt praktički se primjenjuje kod fotootpornika čije su dvije konstrukcije dane na sl. 221. Na ploči izolatora (npr. stakla) pričvršćene su dvije paralelne srebrne ili zlatne žice, a međuprostor među njima ispunjen je slojem tvari, kod koje dolazi do jakog unutrašnjeg fotoelektričnog efekta (npr. selen, germanij, silicij ili dr.). Sve je to prevučeno prozirnom prevlakom koja štiti površinu fotootpornika od kemijskog i mehaničkog oštećenja.



Sl. 221. Djelovanjem svjetlosti oslobađaju se elektroni iz poluvodiča i time povećaju električnu vodljivost između metalnih žica



Sl. 222. Pri rasvjetljivanju fotootpornika pojačava se struja kroz rele koji tada zatvara strujni krug s alarmnim zvonce.

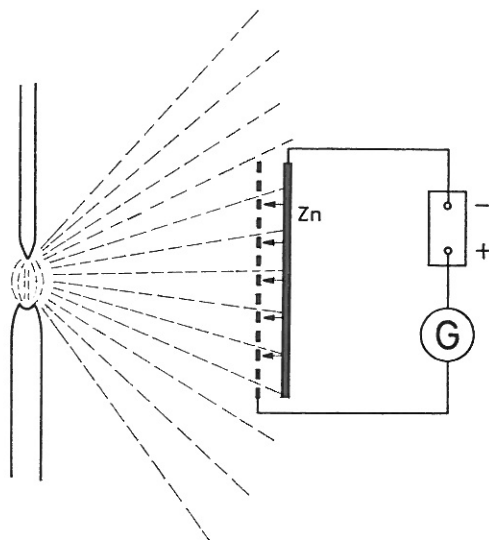
Na sl. 222. prikazana je shema jednog alarmnog uređaja u kojem se pomoću otpornika uključuje strujni krug sa zvoncem posredstvom jednog releja. Relej se može spojiti tako da uključuje zvonce kad se fotootpornik osvjetli ili kad se prekine snop svjetlosti koja trajno pada na fotootpornik.

8.1.3. Vanjski fotoelektrični efekt

Pokus

U otvorenom strujnom krugu priključen je na pozitivan pol osjetljiv galvanometer i fina metalna mrežica, a na negativni pol dobro očišćena cinčana ploča (sl. 223).

- Osvjetlimo cinčanu ploču svjetlošću jake žarulje (npr. 200 W)
- Osvjetlimo cinčanu ploču lučnom svjetiljkom
- Približimo i udaljimo lučnu svjetiljku, čime povećamo i oslabimo intenzitet rasvjetljivanja ploče.



Sl. 223. Osvjetljivanjem cinčane ploče ultraljubičastim zrakama oslobađaju se elektroni iz cinka.

Zaključak

Pri zračenju cinčane ploče svjetlošću obične žarulje kazaljka galvanometra ostaje na nuli, tj. kroz strujni krug ne teče struja. Pri zračenju lučnom svjetiljkom galvanometer pokazuje otklon, što znači da između cinčane ploče i metalne mrežice prolaze elektroni i tako zatvaraju strujni krug. Jakost struje odnosno množina tih elektrona veća je što je intenzitet osvjetljivanja veći.

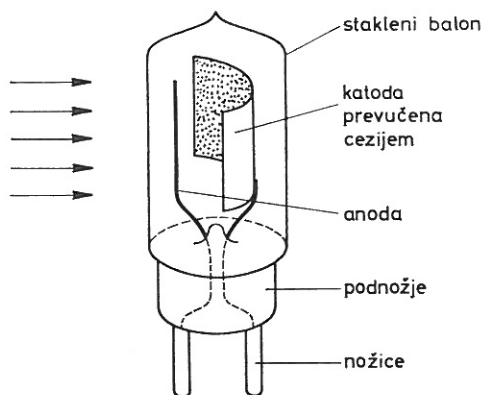
Svi metali obiluju slobodnim elektronima koji se slobodno gibaju po međuatomskom prostoru, ali pri dolasku na površinu metala nailaze na silu koja ih vraća u unutrašnjost metala. Ta sila zove se potencijalna barijera, a nastaje zbog privlačnog djelovanja iona iz unutrašnjosti metala na elektron. Međutim, pojedini elektroni dovoljno velike brzine, a time i dovoljno velike kinetičke energije, svladavaju tu potencijalnu barijeru i izlijeću iz metala.

Rad koji elektron pri probijanju potencijalne barijere treba izvršiti zove se rad izlaza. Takva emisija elektrona iz površine metala bit će to jača što je potencijalna barijera tog metala niža i što su veće energije njegovih elektrona.

Ako neki metal zračimo elektromagnetskim zračenjem, fotoni pri udaru u metal predaju svoju energiju i slobodnim elektronima metala. Zbog toga se energija elektrona povećava, pa se time povećava i broj elektrona koji probijaju potencijalnu barijeru. To osobito dolazi do izražaja kod metala koji imaju malu potencijalnu barijeru, a to su alkalijski metali (npr. kalij, natrij, cezij i dr.). Njihovim elektronima dovoljnu energiju mogu dati i fotoni manjih energija kao što su fotoni vidljive svjetlosti, dok su kod drugih metala potrebni fotoni većih energija. Tako je u našem pokusu cink trebalo zračiti lučnom svjetiljkom jer ona uz vidljivu svjetlost zrači i ultraljubičaste zrake, tj. zrake veće energije.

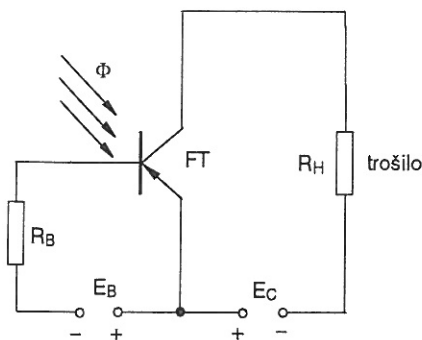
Pojava da se zračenjem nekog metala povećava množina elektrona koji probijaju potencijalnu barijeru i izlijeću iz površine metala zove se vanjski fotoelektrični efekt.

Vanjski fotoelektrični efekt praktički je primijenjen u cijevima koje se zovu fotonke (sl. 224). U staklenom balonu nalazi se elektroda, najčešće od cezija, a priključena je na negativan pol izvora (katoda). Nasuprot nje postavljena je žičana elektroda spojena s pozitivnim polom izvora (anoda). Dok na katodu ne pada svjetlost, nema emisije elektrona i kroz strujni krug ne teče struja. Kad katodu osvijetlimo, kroz strujni krug poteče struja kojoj je jakost ovisna o intenzitetu osvijetljenja. Fotonke mogu biti vakuumske cijevi (manje osjetljive, ali brže reagiraju) ili cijevi punjene razrijeđenim plemenitim plinom (osjetljivije, ali sporije reagiraju).

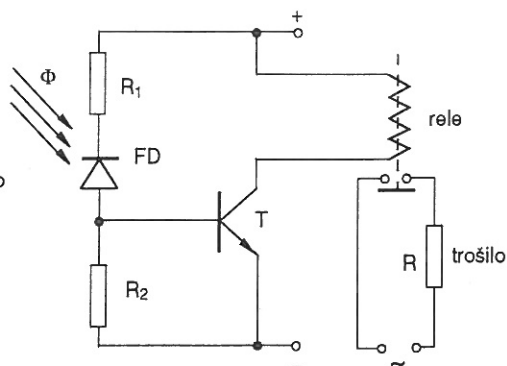


Sl. 224. Fotonka je cijev u kojoj dolazi do vanjskog fotoelektričnog efekta.

Fotonke imaju svestranu praktičnu primjenu u suvremenoj elektronici i automatici. One su važni elementi u tonfilmskim projektorima, automatskim zaštitnim uređajima na strojevima, automatima za otvaranje i zatvaranje vrata, automatima za kontrolu i prebrojavanje proizvoda, automatima za paljenje i gašenje rasvjete itd.



Sl. 225.a Uključivanje trošila osvjetljavanjem fototranzistora FT

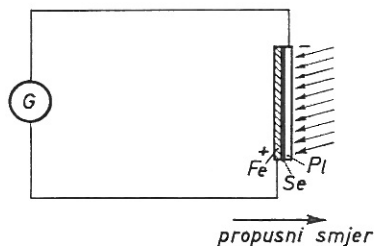


Sl. 225.b Uključivanje trošila osvjetljavanjem fotodiode FD

8.1.4. Granični fotoelektrični efekt

Pokus

- Na fotoelement sa selenom priključimo osjetljivi galvanometar (sl. 226).
- Prekrijimo prednju stranu fotoelementa kartonom.
- Osvijetlimo prednju stranu fotoelementa svjetlošću različitog intenziteta.



Sl. 226. Rasvjetljivanjem elektroni iz selena prelaze u platinu, a elektroni iz željeza u selen.

Zaključak

Galvanometar ne pokazuje nikakav otklon dok je fotoelement neosvijetljen. Kad je fotoelement osvjetljen, na galvanometru dolazi do otklona, tj. fotoelement je postao izvor struje.

Kod fotootpornika i fotonki djelovanjem zračenja povećala se njihova električna vodljivost, ali je struju u strujnom krugu pokretala elektromotorna sila posebnog izvora. Kod fotoelemenata ne treba posebnog izvora, jer se pri zračenju elektromotorna sila stvara u samom fotoelementu.

U našem pokusu upotrijebljen je fotoelement sa selenom, koji se sastoji od tri sloja: osnovni sloj je željezna ploča debela oko 1 mm, na koju je nanesen tanak sloj selena, a selen je prekriven još tanjom prevlakom od platine (nekoliko milijuntina milimetra debljine). Svjetlost prolazi kroz tako tanak sloj platine i u sloju selena pobuđuje elektrone, pa oni probijaju granični sloj i prelaze u platinu. Drugi granični sloj prema željezu ne mogu prelaziti, jer je selen poluvodič, a u poluvodičima elektroni se mogu gibati samo u jednom

smjeru (u našem fotoelementu samo prema platini). Manjak elektrona koji nastaje u selenu prelaskom elektrona u platinu nadoknađuje se dolaskom elektrona iz željeza. Na taj način u željezu se stvara manjak elektrona (pozitivni pol), a u platini višak elektrona (negativan pol), tj. između željeza i platine stvara se razlika potencijala, pa se fotoelement može upotrijebiti kao električni izvor.

Pojava da se djelovanjem elektromagnetskog zračenja u poluvodiču pobuđuju elektroni i tako pobuđeni prelaze propusni granični sloj između poluvodiča i vodiča zove se granični fotoelektrični efekt.

Osim fotoelementa sa selenom postoje i fotoelementi sa silicijem koji imaju desetak puta jači učinak od fotoelemenata sa selenom, pa se upotrebljavaju kao izvori električne energije (»sunčane baterije« na svemirskim brodovima i satelitima).

Na graničnom fotoefektu temelji se i rad fotodiode, fototranzistora i fototiristora. Na sl. 225.a prikazan je sklop u kojem izvor E_B omogućuje dovođenje radne točke fototranzistora FT na linearni dio njegove karakteristike, a izvor E_C daje struju trošila koja se uključuje i isključuje promjenom jačine osvjetljavanja tog fototranzistora. Sl. 225.b prikazuje sklop u kojem osvijetljena fotodioda FD daje struju koja dovedena na bazu tranzistora T provodi taj tranzistor u zasićenje, pa kroz njega i kroz rele poteće struja potrebna za uključenje trošila.

8.2. TERMOELEKTRICITET

8.2.1. Termoelektrični efekt

Prema kinetičko-molekularnoj teoriji topline zagrijavanjem neke tvari povećava se molekularno gibanje u toj tvari. Zbog pojačanog gibanja molekula dolazi u metalima i do pojačanog gibanja slobodnih elektrona, pa se time povećava i kinetička energija tih elektrona. Tako oni postaju sposobni da probijaju potencijalnu barijeru svog metala i izlijeću iz njegove površine.

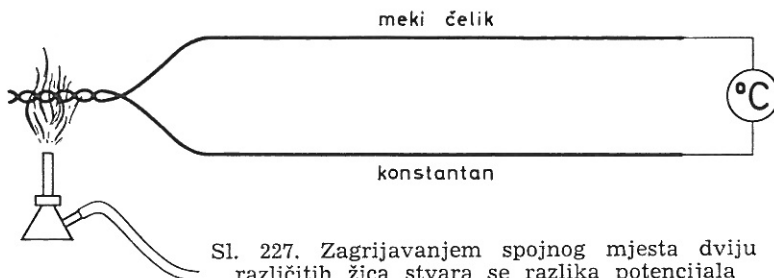
Emisija elektrona iz metala do koje dolazi zbog zagrijavanja metala zove se termoelektronska emisija, a sama pojava zove se termoelektrični efekt.

Termoelektronska emisija iz nekog metala bit će to jača što je njegova potencijalna barijera manja, a kinetička energija njegovih elektrona veća. Visina potencijalne barijere ovisi o vrsti metala, a kinetička energija elektrona o temperaturi metala.

8.2.2. Termoelementi

Pokus

- Dvije 25 cm duge žice od mekog čelika i konstantana spojimo na jednom kraju uvijanjem (sl. 227), a na druge krajeve priključimo osjetljivi galvanometar. Ako spojeno mjesto žica grijemo, opazit ćemo na galvanometru da kroz strujni krug teče struja. Struja je to jača što je temperatura spojnog mjesta viša.
- Ako umjesto žice od mekog čelika i konstantana uzmemo dvije žice od istog materijala (npr. dvije čelične žice), kroz strujni krug neće teći struja.



Sl. 227. Zagrijavanjem spojnog mjesta dviju različitih žica stvara se razlika potencijala

Pokus pokazuje da se između dvije različite žice stvara razlika potencijala ako te žice na jednom kraju spojimo i spojno mjesto zagrijavamo. Naprava koja radi na tom principu zove se **termoelement**, a elektricitet koji se dobiva pomoću termoelementa zove se **termoelektricitet**.

Razlika potencijala koja nastaje između krajeva termoelementa ovisi:

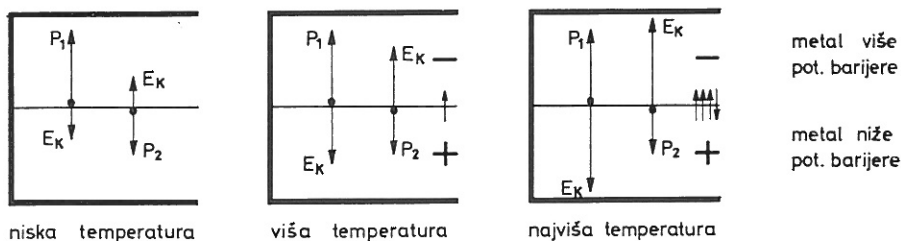
- o vrsti materijala upotrijebljenih žica,
- o razlici temperature između spojenih i slobodnih krajeva žica.

8.2.3. Objašnjenja termoelektriciteta

Termoelektrične je pojave vrlo teško teoretski objasniti jer su posljedice više složenih pojava i efekata. Međutim, moguće je tvrditi da

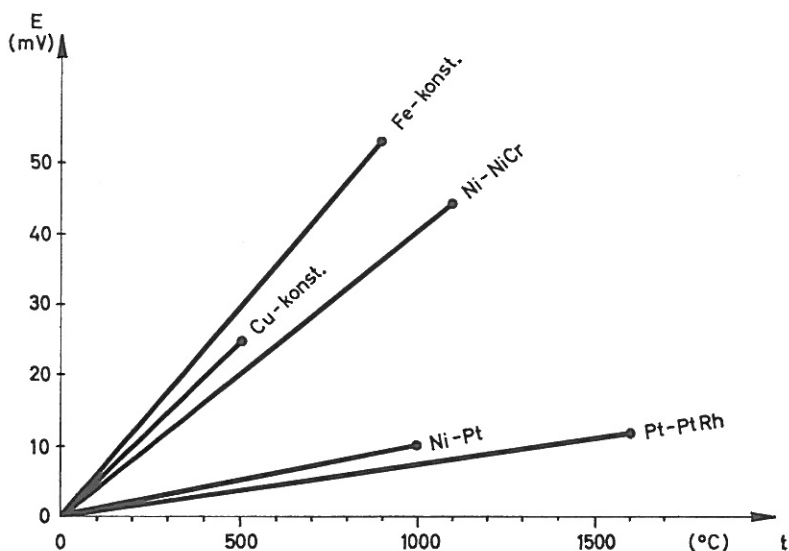
pri tim pojavama osnovnu ulogu imaju razlike u potencijalnim barijerama upotrijebljenih metala i povećanje kinetičke energije elektrona zbog zagrijavanja.

Naime, razlika potencijala između oba metala nastaje zbog toga što oni nemaju jednake potencijalne barijere, pa elektroni iz metala niže barijere lakše prelaze u metal više barijere nego obrnuto (sl. 228). Međutim, i za taj prijelaz elektroni trebaju određenu kinetičku energiju koja, ako je metal hladan, ima vrlo mali broj elektrona. Stoga do značajnijeg prijelaza dolazi samo pri poviše-

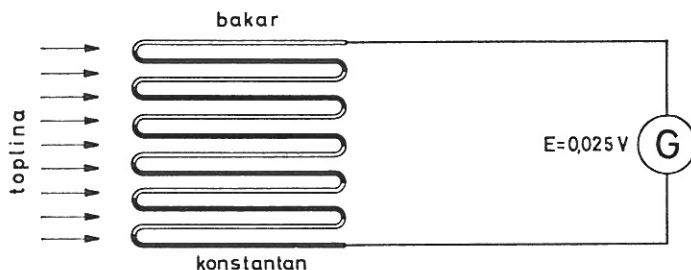


Sl. 228. Povišenjem temperature sve više elektrona svladava potencijalnu barijeru i prelazi iz jednog metala u drugi.

nim temperaturama. Tada se zbog gomilanja elektrona u jednom metalu (više barijere) i smanjivanja množine elektrona u drugom metalu (niže barijere) stvara razlika potencijala između tih metala. Ta razlika potencijala bit će to veća što je viša temperatura spoja i što je veća razlika između potencijalnih barijera obaju metala (sl. 229).



Sl. 229. Elektromotorna sila termoelementa ovisi o vrsti materijala i o visini temperature



Sl. 230. Serijskim spajanjem više termoelemenata dobiva se termobaterija ili termostup

8.2.4. Vrste termoelemenata

U termoelementima mogu se upotrebljavati različite kombinacije metalnih žica. O kombinaciji tih metala ovisi koliku ćemo elektromotornu silu dobiti pri zagrijavanju njihova spoja. S obzirom na to svojstvo, možemo metale poredati u niz koji zovemo **termoelektrični niz**. U tom se nizu najčešće kao nulti metal uzima platina, tj. desno od platine u nizu nalaze se metali koji u kombinaciji s platinom daju sve veće pozitivne elektromotorne sile, a lijevo od platine negativne elektromotorne sile. Tako pojedini metali u kombinaciji s platinom daju termoelemente koji pri zagrijavanju njihova spojnog mjesta za 100 °C daju ove elektromotorne sile (u mV):

Bi	Ni	Pt	Al	Ag	Cu	Zn	Fe	Sb
+ 8	+ 1,5	0	0,4	- 0,75	- 0,7	- 0,7	- 1,1	- 4

U kombinaciji s konstantanom platina daje — 3,5 mV, a s kromnikom — 2,2 mV. U praksi se kod termoelemenata najčešće uzimaju kombinacije:

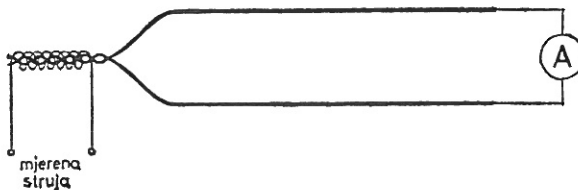
Kombinacije	EMS (mV za $\cdot 100^{\circ}\text{C}$)	Granična tempera- tura upo- trebe ($^{\circ}\text{C}$)
bakar-konstantan	oko 4	400
željezo-konstantan	oko 5	900
nikal-kromnikal	oko 4	1 100
platina-platinrodij	oko 0,6	1 600
iridij-rodijiridij	oko 0,5	2 200

Iz tablice se vidi da termoelementi daju vrlo male elektromotorne sile, pa se često više elemenata spaja u seriju (termobaterija ili termostup, sl. 230). Pri tom se izmjenično spajaju žice obaju metala, a zagrijavanju se izlaže samo svaki drugi spoj. Takve termobaterije daju elektromotornu silu koja je jednaka zbroju elektromotornih sila svih spojenih termoelemenata. Međutim, i njihova je korisnost vrlo mala jer pretvaraju svega 1% toplinske energije u električnu energiju.

8.2.5. Primjena termoelektriciteta

a) Mjerenje temperature. Budući da je pobuđena elektromotorna sila u termoelementu razmjerna s temperaturom, termoelementi se mogu upotrijebiti za mjerenje temperature. Spojno mjesto obiju žica postavi se u prostor kojega temperaturu želimo mjeriti, a na slobodne krajeve žica priključi se voltmetar kojega se skala može baždariti direktno u stupnjevima Celzijusa. Takvo mjerenje temperature ima niz prednosti pred ostalim načinima mjerenja: veća točnost, brže reagiranje na promjene temperature, mogućnost očitavanja temperature na velikoj udaljenosti, mogućnost smještaja spojnog mjesta u najmanji prostor itd. Stoga se danas termoelementi upotrebljavaju za mjerenje temperature u industrijskim pećima, temperature izlaznih plinova, temperature u namotima električnih strojeva, temperature u unutrašnjosti uređaja i aparata i sl.

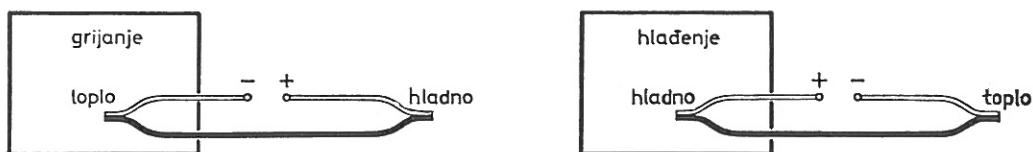
b) Mjerenje električne struje. Ako se mjerena struja propušta kroz tanku žicu od platine, koja se nalazi u neposrednoj blizini spojnog mjesta obaju metala termoelementa (sl. 231), stvorena toplina iz žice prelazi u termoelement, pa nastala struja termoelementa pokreće kazaljke na priključenom instrumentu. Što je jača mjerena struja, žica od platine više će se



Sl. 231. Mjerenje visokofrekventnih struja pomoću termoelementa

zagrijati, temperatura spojnog mjesta termoelementa bit će veća, pa će se u njemu stvoriti jača elektromotorna sila, a time i jača struja. Budući da se žica od platine grije pri prolazu svake struje (istosmjerne struje, izmjenične struje i nižih i viših frekvencija), na ovaj način može se mjeriti svaka vrsta struje, pa i struja visoke frekvencije. Kao instrument obično se upotrebljava voltmetar s pomičnim svitkom.

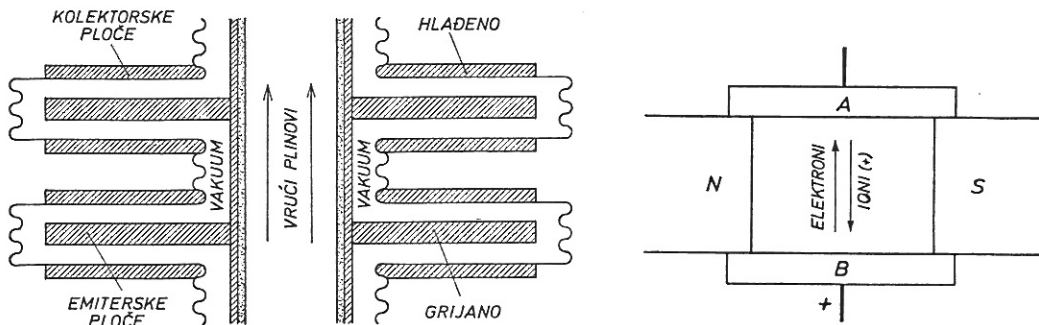
c) Grijanje i hlađenje manjih prostora. Termoelement može raditi i kao izvor i kao trošilo električne energije, tj. u njemu se toplinska energija može pretvarati u električnu, ali i električna energija u toplinsku. Naime, ako termoelement priključimo na neki izvor struje (sl. 232), pri prolazu struje kroz termoelement jedno će se spojno mjesto žica zagrijavati, a drugo hladiti. Smjestimo li to grijano spojno mjesto u neki zatvoreni prostor, a hladno spojno mjesto izvan njega, prostor će se zagrijavati. Prekrenemo li smjer struje, spojno mjesto u prostoru će se hladiti, pa će se i prostor rashlađivati. Upotrebom suvremenih poluvodiča (germanij, silicij, bizmut, telur i dr.) moguće je na taj način grijati i rashlađivati i veće prostore.



Sl. 232. Priključenjem termoelementa na električni izvor možemo grijati ili hladiti manji prostor

d) Termoelektrični generator. Toplinska energija dobivena sagorjevanjem kemijskih i nuklearnih goriva pretvara se danas u električnu energiju zaobilaznim putem: u parnim i plinskim turbinama pretvara se najprije u mehaničku energiju, a zatim u električnim generatorima u električnu energiju. Troškovi izgradnje i održavanja takvih postrojenja vrlo su veliki, postrojenja zauzimaju velike prostore, a ukupni stupanj njihove korisnosti ne prelazi 50%. Stoga je razumljiva težnja da se pronađu jednostavniji, lakši i jeftiniji uređaji koji bi toplinsku energiju direktno pretvarali u električnu energiju. Danas takvi uređaji već postoje, ali je njihova praktična primjena zbog malog stupnja korisnosti i relativno kratkog vijeka trajanja ograničena samo na neka specijalna područja (svemirske stanice, nuklearne podmornice i sl.). Vjerojatno je da će se u bliskoj budućnosti riješiti neki problemi koji nastaju uslijed visokih temperatura u radu (nedovoljna toplinska otpornost raspoloživih materijala, javljanje nekih negativnih nuzpojava u radu i dr.), pa će tada takvi uređaji dobiti i najširu praktičnu primjenu.

Jedan od uređaja za direktno pretvaranje topline u električnu energiju su termobaterije ili termoelektrični generatori. Oni se sastoje od velikog broja međusobno serijski, paralelno ili mješovito vezanih termoelemenata, čiji se svaki drugi spoj zagrijava toplinom dobivenom sagorjevanjem kemijskih ili nuklearnih goriva, a svaki drugi spoj rashlađuje zrakom ili nekim drugim rashladnim sredstvom. Upotrebom specijalnih poluvodiča (slitina antimona, bizmuta, germanija, silicija i dr.) može se u jednom termoelementu pobuditi



Sl. 233. Termoelektronski generator i MHD-generator

elektromotorna sila od 0,4 mV po °C, a to znači da se serijskim spajanjem takvih 100 elementa može već pri zagrijavanjem za 300°C dobiti elektromotorna sila od 12 V.

e) **Termoelektronski generator.** Na području direktnog pretvaranja topline u električnu energiju velike izgleda imaju termoelektronski generatori, u kojima dolazi do termoelektronske emisije zagrijavanjem posebnih emitterskih ploča. Te se ploče zagrijavaju na vrlo visoku temperaturu toplinom dobivenom sagorijevanjem kemijskih ili nuklearnih goriva, pa u tom stanju emitiraju obilje elektrona visokih energija. Ti emitirani elektroni prodiru u posebno hladene pločaste elektrode (kolektori) koje se nalaze s obje strane grijane elektrode (sl. 233 a). Na taj se način u grijanoj elektrodi stvara manjak elektrona (pozitivni naboj), a u hladenoj elektrodi višak elektrona (negativni naboj), tj. između elektroda nastaje razlika potencijala. Serijskim i paralelnim spajanjem većeg broja takvih elektroda dobivaju se veći naponi i jače struje.

f) **MHD — generatori.** Najveće izgleda za proizvodnju većih količina električne energije direktno iz topline imaju MHD-generatori (magnetohidrodinamički generatori). U njima se uslijed vrlo visokih temperatura nastalih izgaranjem kemijskih ili nuklearnih goriva plinovi izgaranja ili posebno dovedeni plinovi gotovo potpuno ioniziraju, pa kroz cijev takvog generatora jure velikom brzinom ogromne množine iona i elektrona (sl. 233 b). Na tu struju električki nabijenih čestica djeluje magnetsko polje vrlo velike indukcije stvoreno prolazom vrlo jakih struja kroz namote magneta koji su hlađenjem dovedeni u stanje supravodljivosti. Uslijed tog djelovanja magnetskog polja (N—S) dolazi do skretanja električki nabijenih čestica (okomito na smjer gibanja čestica i okomito na smjer magnetskog polja), pa se ploče A i B električki nabiju tj. između ploča A i B stvara se razlika potencijala.

Kombinacijom MHD-generatora s klasičnim turbogeneratorima (radi iskorištavanja još uvijek vrelih plinova nedovoljno iskorištenih u MHD-generatoru) povećao bi se stupanj korisnosti i do 60%. U praksi, međutim, i kod ovih generatora još zasada postoje poteškoće zbog neotpornosti raspoloživih materijala na visoke temperature. Na istom principu moguće je konstruirati i MHD-motore u kojima se ioniziranim plinovima može dati ogromno ubrzanje (primjena u raketnoj tehnici).

Pitanja

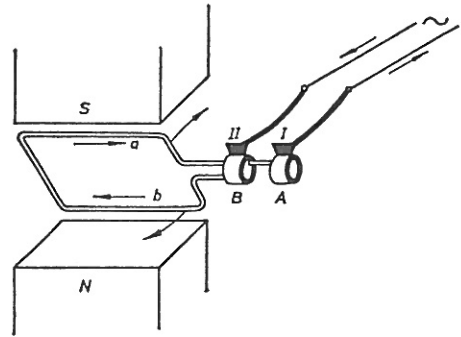
1. Zašto se ne stvara razlika potencijala ako grijemo spojno mjesto dviju žica od istog materijala?
2. Zašto veću elektromotornu silu daje termoelement sa željezom i konstantanom od termoelementa s niklom i kromnikom?
3. Zašto se kod termobaterije ne smiju zagrijavati sva spojena mjesta? Kako bi tada djelovale elektromotorne sile u pojedinoj žici?
4. Utječe li veličina dodirne površine obaju metala kod termoelementa na veličinu pobudene elektromotorne sile?

9. IZMJENIČNA STRUJA

9.1. OSNOVNI POJMOVI O IZMJENIČNOJ STRUJI

9.1.1. Postanak izmjenične struje

Izmjenična struja nastaje ako se petlja okreće u homogenom magnetskom polju. Njezin postanak prikazan je na sl. 234. Kad se jedna strana (a) petlje nalazi u gornjem položaju, ona siječe magnetske silnice udesno, pa se prema pravilu desne ruke inducira elektromotorna sila u smjeru prema kliznom kolutu A. Kad ta ista strana petlje dođe u donji položaj, sjeći će magnetske silnice ulijevo, pa će elektromotorna sila biti suprotnog smjera, tj. djelovat će od kliznog koluta A. Do istih promjena dolazi i u drugoj strani (b) petlje, ali elektromotorna sila u toj drugoj strani uvijek je protivnog smjera od smjera elektromotorne sile u strani »a«. Prema tome, smjer inducirane elektromotorne sile u petlji stalno se mijenja, pa se mijenja i smjer struje koja iz petlje preko kliznih koluta A i B te kliznih četkica I i II teče u mrežu.



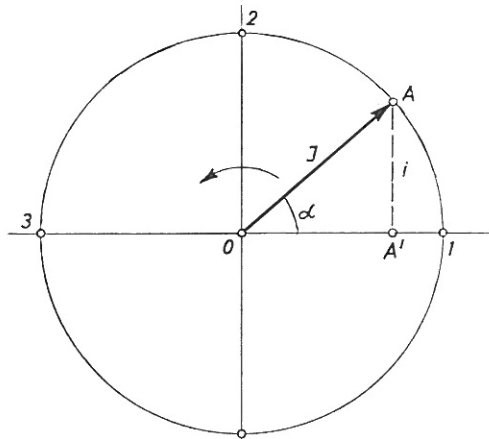
Sl. 234. Izmjeničnu struju dobivamo okretanjem petlje u magnetskom polju

Izmjenična struja ne mijenja samo svoj smjer nego mijenja i svoj napon a time i svoju jakost. Do promjene tih veličina izmjenične struje dolazi zato što petlja ne siječe magnetske silnice stalno pod istim kutom, odnosno ne siječe uvijek isti magnetski tok u jedinici vremena. Najveći magnetski tok siječe petlja onda kad je njezina ravnina paralelna s magnetskim silnicama (vertikalni položaj petlje na sl. 234), a najmanji je tok presječen kad je ravnina petlje okomita na smjer magnetskih silnica (horizontalni položaj petlje). U prvom je slučaju inducirana EMS najveća, pa kroz strujni krug teče struja najvećeg napona i jakosti. U drugom slučaju nema elektromagnetske indukcije, pa u strujnom krugu nema ni napona ni struje. Kad je petlja u ostalim položajima, vrijednosti struje su između nule i prije spomenutog maksimuma.

9.1.2. Vektorski dijagram promjena izmjenične struje

Promjenu izmjenične struje koja nastaje jednolikim okretanjem petlje u homogenom magnetskom polju možemo prikazati na vektorskom dijagramu (sl. 235).

Maksimalnu vrijednost struje (I) možemo u određenom mjerilu prikazati duljinom radijvektora \overline{OA} koji se jednolikom kutnom brzinom okreće oko ishodišta O u smjeru suprotnom od smjera kazaljke na satu. Vrijeme punog okretaja radijvektora ($360^\circ = 2\pi$ radijana) jednako je vremenu trajanja jedne periodične promjene struje. Vrijednost struje u pojedinom trenutku jednaka je duljini okomice spuštene iz vrha radijvektora na apscisnu os ($\overline{AA'}$). Iz dijagrama se vidi da se ta trenutna vrijednost struje za vrijeme punog okretaja radijvektora, tj. za vrijeme jedne periodične promjene struje, mijenja od nule (vrh radijvektora u 1 i 3) do maksimalne vrijednosti struje (vrh u 2 i 4).



Sl. 235. Ovisnost trenutne vrijednosti struje o sinusu kuta α

Iz pravokutnog trokuta AOA' vidimo da trenutna vrijednost struje (i) u trenutku kad radijvektor sa svojim početnim položajem zatvara kut α iznosi $i = I \cdot \sin \alpha$.

Budući da je maksimalna vrijednost naše struje stalna, trenutna vrijednost te struje ovisi samo o sinusu trenutnog kuta α , tj.

izmjenična struja nastala jednolikim okretanjem petlje u homogenom magnetskom polju mijenja se po zakonu sinusa.

9.1.3. Perioda, frekvencija

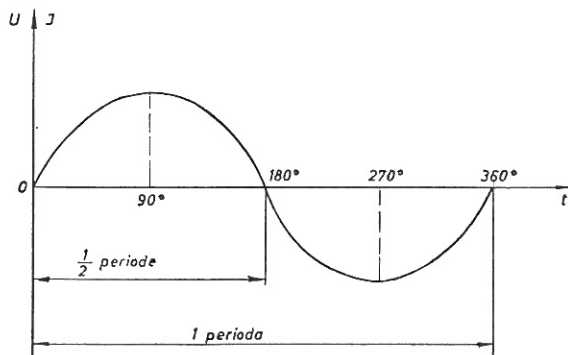
Izmjenična struja, dakle, stalno mijenja svoju veličinu po određenom zakonu, a te promjene se periodički ponavljaju.

Niz promjena izmjenične struje koji se periodički ponavlja zove se perioda izmjenične struje (sl. 236).

U toku jedne periode postoji ovaj niz promjena:

- a) porast od nule do maksimuma ($0-90^\circ$),
- b) pad od maksimuma do nule ($90^\circ-180^\circ$),
- c) porast u suprotnom smjeru do maksimuma ($180^\circ-270^\circ$),
- d) pad od suprotnog maksimuma na nulu ($270^\circ-360^\circ$).

Koliko će perioda imati izmjenična struja za vrijeme jedne sekunde ovisi o broju okretaja generatora i broju njegovih polova.



Sl. 236. Promjene struje za vrijeme jedne periode

Broj perioda u jednoj sekundi zove se frekvencija izmjenične struje.

Jedinica za mjerenje frekvencije je **herc**²⁹ (1 Hz). Struja ima frekvenciju od jednog herca ako u jednoj sekundi ima jednu periodu. Kod nas, kao i u ostalom dijelu Europe, upotrebljava se struja frekvencije 50 Hz.

$$T = \frac{1}{f}$$

gdje je T . . . vrijeme trajanja jedne periode (s)
 f . . . frekvencija struje (Hz)

Brzina promjene izmjenične struje može se prikazati i kružnom frekvencijom. Ako se petlja okreće u homogenom magnetskom polju, njezinu brzinu okretanja možemo iskazati kutnom brzinom koja je ovisna o kutu koji petlja opiše u jednoj sekundi. U jednom punom okretu petlja opiše kut 2π , pa će pri frekvenciji » f « petlja u jednoj sekundi opisati kut $2\pi \cdot f$. Tada će kutna brzina petlje biti $2\pi f$, a to je ujedno i **kružna frekvencija izmjenične struje**.

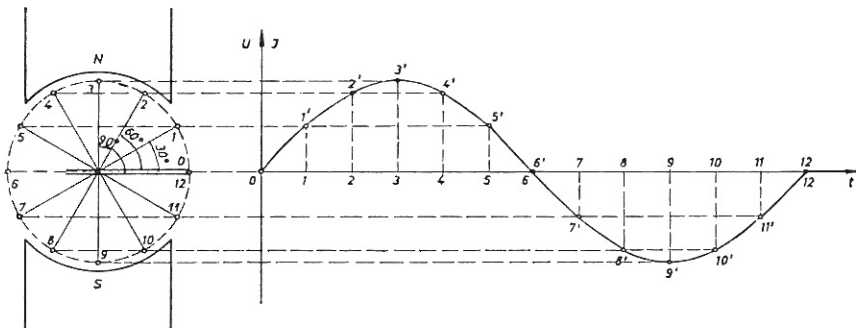
$$\omega = 2\pi f$$

gdje je ω . . . kružna frekvencija struje (1/s)
 f . . . frekvencija struje (Hz)
 π . . . Ludolfov broj ($\pi = 3,14\dots$)

9.1.4. Grafičko prikazivanje izmjenične struje

Veličine izmjenične struje mijenjaju se po zakonu sinusa, pa se te promjene grafički prikazuju pomoću krivulje koja se zove sinusoida (sl. 237).

Ako želimo konstruirati sinusoidu koja će nam grafički prikazati promjene neke veličine izmjenične struje, tada treba u vektorskom dijagramu nacrtati radijvektor maksimalne vrijednosti te veličine u što većem broju položaja za vrijeme jedne periode. Na sl. 237. prikazano je 12 položaja radijvektora (30° , 60° , $90^\circ\dots$). Spuštanjem okomice iz vrha radijvektora u pojedinom položaju dobijemo trenutne vrijednosti veličine u tom trenutku. Te veličine prenesemo na ordinatu vremenskog dijagrama, na čijoj je apscisi vrijeme trajanja jedne periode podijeljeno na toliko dijelova koliko je položaja radijvektora (na slici 12 dijelova). Prema tome duljine $11'$, $22'$, $33'$. . . prikazuju trenutne vrijednosti naše veličine nakon $1/12$, $2/12$, $3/12\dots$ trajanja jedne periode. Ako izmjenična veličina ima frekvenciju 50 Hz, trajanje jedne



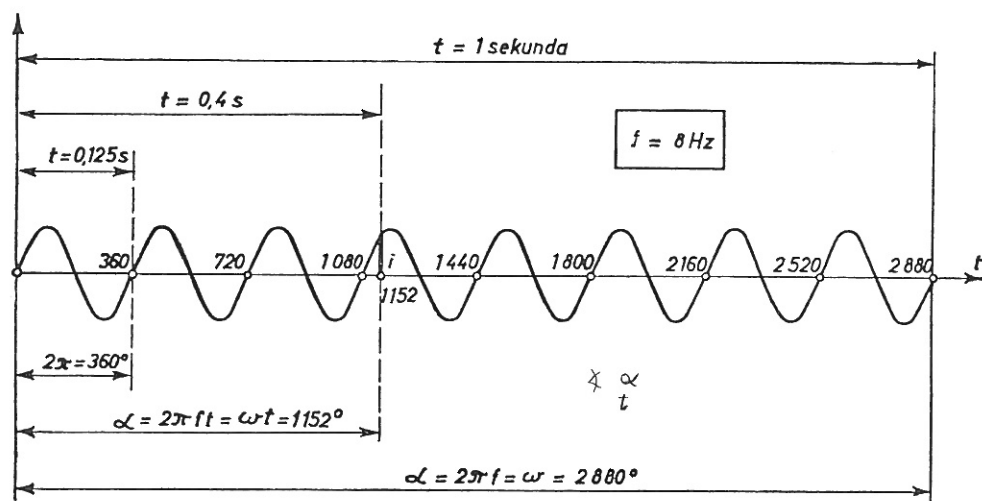
Sl. 237. Konstrukcija sinusoida izmjenične struje

²⁹ **Hertz**, Heinrich Rudolf [Herc], njemački fizičar (1857—1894), proučavao elektromagnetsku teoriju svjetla, eksperimentalno dokazao postojanje elektromagnetskih valova i istraživao njihova svojstva.

periode iznosi 1/50 sekunde, pa će okomice $\overline{11'}$, $\overline{22'}$, $\overline{33'}$,... biti trenutačne vrijednosti nakon 1/600 sekunde (1/12 od 1/50), 2/600 sekunde, 3/600 sekunde.... Spajanjem točaka 0—1'—2'—3'... dobijemo sinusoidu naše izmjenične veličine.

9.1.5. Matematički izraz promjena izmjenične struje

Trenutačna vrijednost izmjenične struje može se odrediti pomoću formule koju smo već prije izveli (9.1.2). Međutim, trenutak u kojem izmjenična struja ima zadanu trenutačnu vrijednost možemo osim kutom α odrediti i drugim veličinama. Najprikladnije je taj trenutak dati vremenom t koje je prošlo od početka prve periode promatrane izmjenične struje (sl. 238).



Sl. 238. Ovisnost trenutačne vrijednosti struje o vremenu t i o kutu α

Vrijeme (t) odnosi se prema vremenu trajanja jedne pune periode (T) kao trenutačni kut (α) prema punom kutu (2π). Iz toga odnosa možemo izvesti izraz kojim je prikazana ovisnost kuta α o vremenu t (daje kut α kao funkciju vremena t).

$$t : T = \alpha : 2\pi$$

$$\alpha = \frac{2\pi t}{T} \quad \left(f = \frac{1}{T} \right)$$

$$\alpha = 2\pi f t \quad (\omega = 2\pi f)$$

$$\alpha = \omega t$$

Ako dobivene izraze za α uvrstimo u formulu za trenutačnu vrijednost struje, dobijemo još dva oblika te formule. Prema tome trenutačnu vrijednost struje možemo izračunati formulama:

$$i = I_m \cdot \sin \alpha$$

$$i = I_m \cdot \sin 2 \pi f t$$

$$i = I_m \cdot \sin \omega t$$

gdje je i . . . trenutna vrijednost struje (A)
 I_m . . . maksimalna vrijednost struje (A)
 α . . . trenutni kut radijvektora
 t . . . vrijeme od početka prve periode (s)
 f . . . frekvencija struje (Hz)
 ω . . . kružna frekvencija struje (1/s)

I ostale veličine izmjenične struje (npr. napon) mijenjaju se po zakonu sinusa, pa se i njihove promjene prikazuju sinusoidom, a njihove trenutne vrijednosti izračunavaju formulama istog oblika.

Primjer. Kojem kutu α odgovara $t = 0,4$ sekunde kod izmjenične struje frekvencije 8 Hz? Izračunajte pomoću kuta α i pomoću vremena t trenutnu vrijednost te struje ako je njezina maksimalna vrijednost 120 mA (sl. 238).

$t = 0,4 \text{ s}$	a) $\alpha = 2 \pi f t$
$f = 8 \text{ Hz}$	$\alpha = 360 \cdot 8 \cdot 0,4 = 1152^\circ$
$I_m = 0,12 \text{ A}$	b) $i = I_m \cdot \sin \alpha$
$\alpha = ?$	$i = 0,12 \cdot \sin 1152^\circ = 0,12 \cdot \sin (3 \cdot 360^\circ + 72^\circ)$
$i = ?$	$= 0,12 \cdot \sin 72^\circ = 0,12 \cdot 0,951 = 0,114 \text{ A} = 114 \text{ mA}$
	c) $i = I_m \cdot \sin 2 \pi f t$
	$i = 0,12 \cdot \sin 360^\circ \cdot 8 \cdot 0,4 = 0,12 \cdot \sin 1152^\circ =$
	$= 0,12 \cdot \sin 72^\circ = 0,12 \cdot 0,951 = 0,114 \text{ A} = 114 \text{ mA}$

9.1.6. Maksimalne i efektivne vrijednosti

Vidjeli smo da jakost i napon struje nisu stalne vrijednosti, one se mijenjaju između nule i nekog maksimuma.

Najveća vrijednost koju izmjenična struja postigne za vrijeme jedne periode zove se maksimalna vrijednost struje.

Međutim, ta maksimalna vrijednost ne daje nam pravu sliku vrijednosti struje jer tu vrijednost ima struja samo dva kratka trenutka za vrijeme svake periode. Stoga se kao stvarne vrijednosti uzimaju efektivne vrijednosti izmjenične struje.

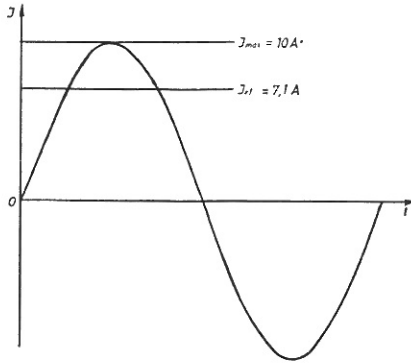
Efektivna vrijednost neke izmjenične struje ona je vrijednost koju bi trebala imati istosmjerna struja da proizvede isti toplinski učinak kao ta izmjenična struja.

Ako izmjenična struja ima, na primjer, maksimalnu jakost 10 A, ona neće vrijediti toliko kao istosmjerna struja od 10 A, jer istosmjerna struja ima tu jakost stalno, a izmjenična samo na trenutke. Efektivnu jakost sinusne struje dobit ćemo po formuli

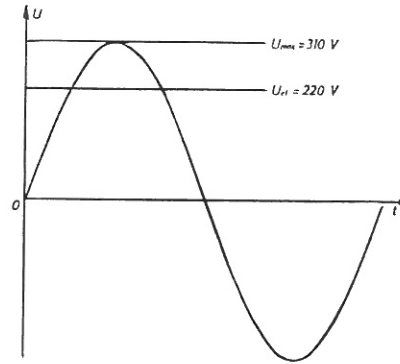
$$I_{ef} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$$

gdje je I_{ef} . . . efektivna jakost struje (A)
 I_{max} . . . maksimalna jakost struje (A)

Prema tome, izmjenična struja s maksimalnom jakošću od 10 A stvarno vrijedi kao istosmjerna struja od 7,1 A (sl. 239). Isti odnos vrijedi i za napone (sl. 240).



Sl. 239. Maksimalna i efektivna jakost struje



Sl. 240. Maksimalni i efektivni napon struje

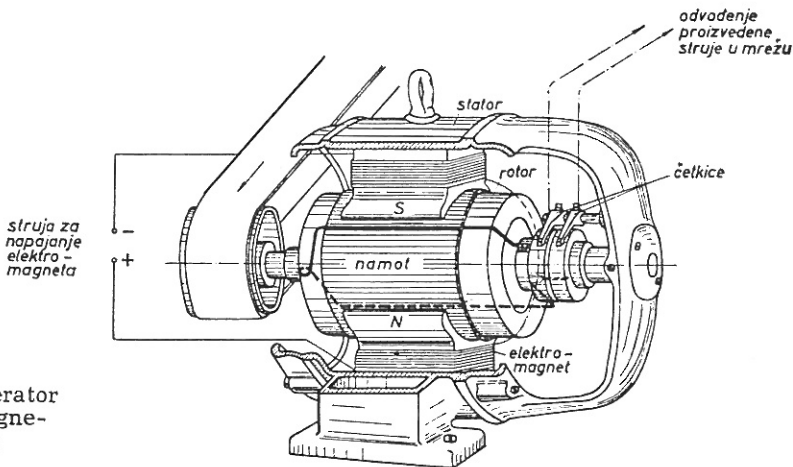
$$U_{\text{ef}} = \frac{U_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$$

gdje je U_{ef} . . . efektivni napon struje (V)
 U_{max} . . . maksimalni napon struje (V)

Obični ampermetri i voltmetri pokazuju nam efektivnu jakost i napon. Isto tako u običnom govoru pod jakošću i naponom razumijevamo efektivne vrijednosti te struje. Tako, na primjer, kad kažemo da je napon u mreži 220 V, mi mislimo efektivni napon. Maksimalni napon u mreži je za $\sqrt{2}$ puta veći, tj. 310 V (sl. 240).

9.2. PRINCIP GENERATORA IZMJENIČNE STRUJE

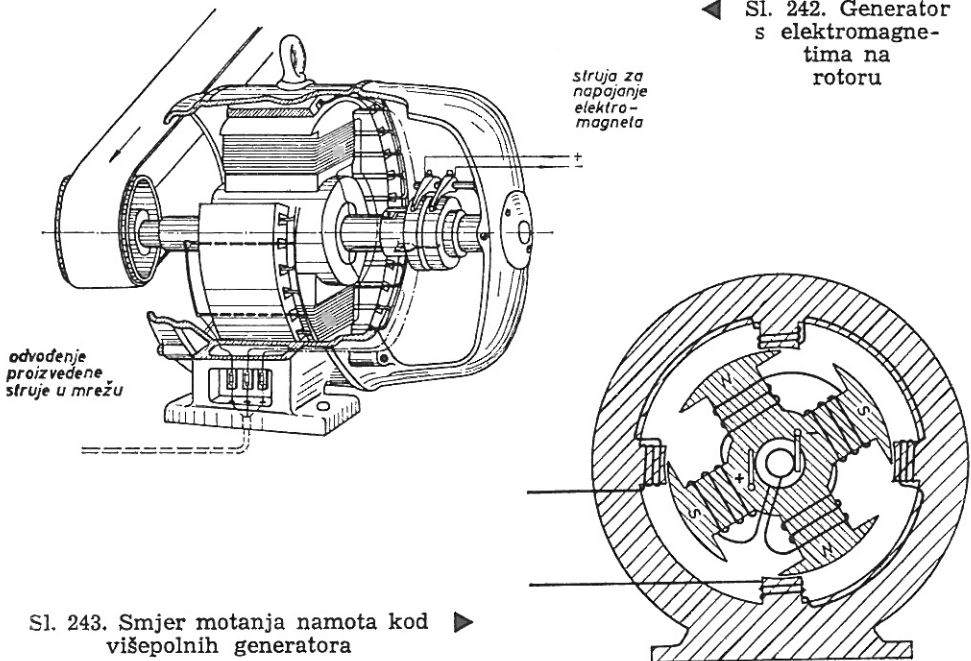
Svaka petlja koja se okreće u homogenom magnetskom polju može biti generator izmjenične struje. Međutim, okretanjem samo jedne petlje u magnetskom polju dobijemo vrlo malu elektromotornu silu, stoga se u praksi na rotoru generatora nalaze svici s velikim brojem zavoja (sl. 241). Da bismo



Sl. 241. Generator s elektromagnetima na statoru

dobili što veću elektromotornu silu, magnetsko polje generatora stvara se pomoću jakih elektromagneta, a brzina vrtnje rotora povećava se do maksimuma koji rotor može mehanički izdržati.

Kod velikih generatora čini izvjesne poteškoće odvođenje proizvedene struje s rotora u mrežu jer pri prijelazu jakih struja s kliznih koluta na klizne četkice nastaje jako iskrenje. Stoga se kod velikih generatora namot u kojem se inducira struja nalazi na statoru, a elektromagneti se nalaze na rotoru (sl. 242). Tada se proizvedena jaka struja odvodi direktno iz namota u mrežu, a preko kliznih četkica i koluta teče samo relativno slaba struja potrebna za napajanje elektromagneta.



Sl. 243. Smjer motanja namota kod višepolnih generatora

Sl. 242. Generator s elektromagnetima na rotoru

Generator s jednim parom magneta trebao bi imati 3000 okr/min (= 50 okr/s) da bi se proizvela struja frekvencije 50 Hz. Potrebna brzina vrtnje može se smanjiti povećanjem broja polova magneta. Tako, na primjer, 4-polni generator proizvodi struju od 50 Hz samo sa 1500 okr/min, 6-polni generator sa 1000 okr/min itd. Kod višepolnih generatora polovi se postavljaju tako da je uz svaki magnetski pol njemu suprotan pol. To se postiže obratnim smjerom motanja svitka na susjednim polovima (sl. 243).

Zadaci i pitanja

1. Zašto izmjenična struja mijenja smjer?
2. Zašto veličina inducirane elektromotorne sile nije uvijek ista?
3. Kolika je frekvencija izmjenične struje čija perioda traje 0,005 sekunde?
4. Kolika je maksimalna jakost izmjenične struje ako je efektivna vrijednost 5 A?

5. Kolika je kružna frekvencija izmjenične struje koja ima $16 \frac{2}{3}$ periode u jednoj sekundi?
6. Koliki je efektivni napon struje čiji je maksimalni napon 165 V?
7. Koliko vremena traje jedna perioda izmjenične struje čija je frekvencija 120 kHz?
8. Kolika je trenutačna vrijednost izmjenične struje frekvencije 50 Hz nakon 0,002 sekunde od početka prve periode ako je maksimalna jakost te struje 3,5 A?
9. Nakon kojeg vremena od početka periode vrijednost struje dosegne 12 A ako je efektivna jakost struje 10 A, a frekvencija 50 Hz?
10. Kolika treba biti efektivna jakost struje frekvencije 50 Hz da bi trenutačna vrijednost nakon 0,0005 sekunde od početka periode iznosila 0,5 A?
11. Koliki je maksimalni napon ako je trenutačni napon nakon 0,003 sekunde od početka periode 180 V, a frekvencija 60 Hz?
12. Kolika je kružna frekvencija struje kojoj je maksimalna vrijednost 8 A, a trenutačna vrijednost nakon 0,001 sekunde od početka periode 6 A? Kolika je frekvencija te struje?
13. Iz dijagrama na sl. 237. odredi kolika je trenutačna vrijednost struje $\frac{1}{300}$ sekunde nakon početka periode ako je maksimalna vrijednost 10 A, a frekvencija 50 Hz? Provjeri računski dobiven rezultat.
14. Koliko vremena treba proći od početka periode da napon dostigne 100 V ako je maksimalni napon 200 V, a frekvencija 50 Hz? Nakon kojeg vremena od početka periode napon drugi put dosegne isti napon od 100 V? Nakon kojeg vremena dosegne 100 V suprotnog smjera?

10. OTPORI U KRUGU IZMJENIČNE STRUJE

10.1. VRSTE OTPORA U KRUGU IZMJENIČNE STRUJE

10.1.1. Omski otpor

Pokus

- Ako na izvor istosmjernog napona priključimo otpornik koji nema induktiviteta (sl. 244) njegov se otpor može izračunati iz izmjerene jakosti struje i napona.
- Ako umjesto istosmjernog napona priključimo izmjenični napon jednake efektivne vrijednosti, primijetit ćemo da je jakost struje ostala ista, pa je to znak da se otpor našeg otpornika nije u krugu izmjenične struje ništa promijenio.

Zaključak:

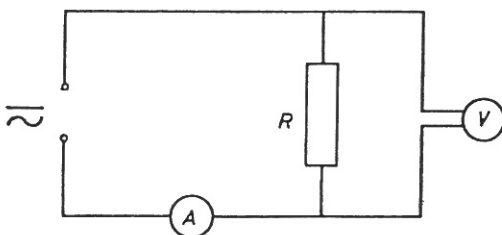
Postoje trošila čiji otpor ostaje isti i pri istosmjernoj i pri izmjeničnoj struji.

Takav otpor zove se **omski otpor**, a trošila koja imaju samo omski otpor zovu se **omska trošila**. Omska trošila su sva trošila u kojima se električna energija pretvara u toplinsku energiju (električne peći, električna kuhala, žarulje i sl.).

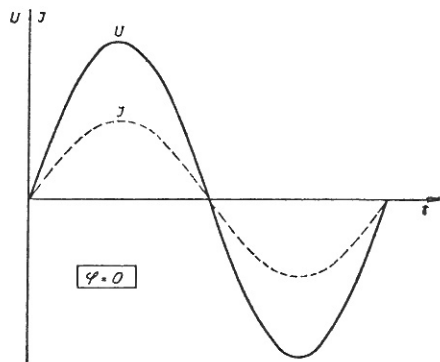
Omski otpor nastaje uslijed trenja na koje elektroni nailaze pri prolazu kroz materijal.

On ovisi o vrsti materijala, presjeku vodiča, duljini vodiča, temperaturi i dr. Kod omskih trošila promjene struje su u skladu s promjenama napona. Kad napon raste, i struja raste, kad napon pada, i struja pada, kad je napon na nuli, i struja je jednaka nuli. Stoga kažemo da su

pri omskom opterećenju napon i struja u fazi, odnosno da između napona i struje nema faznog pomaka (sl. 245).



Sl. 244. Omsko opterećenje strujnog kruga



Sl. 245. Promjene napona i struje pri omskom opterećenju

10.1.2. Induktivni otpor

Pokus

U strujni krug sa svitkom uključimo ampermetar, a paralelno sa svitkom priključimo voltmetar (sl. 246). Pomoću izmjerene jakosti struje i napona izračunamo otpor u ova tri primjera:

- svitak bez jezgre priključen je na istosmjerni napon;
- svitak bez jezgre priključen je na jednaki izmjenični napon;
- svitak s jezgrom priključen je na jednaki izmjenični napon.

Primijetiti ćemo da je u prvom primjeru jakost struje najveća, u drugom manja, a u trećem primjeru najmanja, odnosno da je otpor strujnog kruga od primjera do primjera postajao sve veći. Budući da je u sva tri primjera struja prolazila kroz iste vodiče, otpor materijala, tj. omski otpor nije se mijenjao.

Zaključak:

U strujnom krugu sa svitkom uz omski otpor postoji i neki drugi otpor čija veličina ne ovisi o materijalu kroz koji struja prolazi. Taj otpor zove se **induktivni otpor**, a trošila koja imaju taj otpor zovu se **induktivna trošila**.

Induktivni otpor je otpor koji nastaje uslijed samoindukcije u induktivnom trošilu.

Elektromotorna sila samoindukcije nastoji, naime, spriječiti promjene struje (Lencovo pravilo!), stoga koči normalni tok struje. Uslijed tog kočenja osnovne struje prividno se povećava ukupni otpor induktivnog trošila.

Najveći induktivni otpori javljaju se u svicima s jezgrama (namotima elektromotora, transformatorima, prigušnicama i slično), ali do manjih induktivnih otpora dolazi i drugdje (npr. u paralelnim vodovima).

10.1.3. Izračunavanje induktivnog otpora

Pokus u 10.1.2 pokazao je, da je induktivni otpor porastao kad smo umetanjem jezgre povećali induktivitet svitka. To je i razumljivo ako uzmemo u obzir da je uzročnik tog otpora elektromotorna sila samoindukcije, a otprije znamo da je ona to veća što je veći induktivitet svitka. Isto tako mogli bismo pokazati da na veličinu induktivnog otpora utječe i frekvencija struje. Što je frekvencija veća prigušenje struje je češće, pa je time i nastali ukupni otpor veći. Gornji zaključci matematski su iskazani u formuli za izračunavanje induktivnog otpora

$$X_L = 2 \pi \cdot f \cdot L$$

gdje je X_L . . . induktivni otpor (Ω)
 f . . . frekvencija struje (Hz)
 L . . . induktivitet svitka (H)

Induktivni otpor je, prema tome, to veći, što je veća frekvencija struje i veći induktivitet svitka.

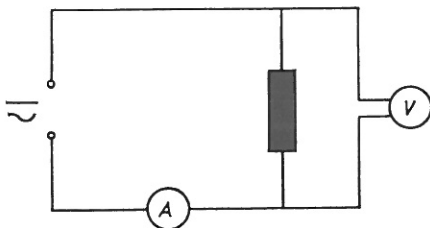
Primjer. Koliki je induktivni otpor prstenastog svitka bez jezgre čija je duljina 30 cm, promjer 6 cm, a broj zavoja 2000, ako kroz njega teče struja frekvencije 50 Hz?

$l = 0,3 \text{ m}$	a) $S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$	$S = \frac{0,06^2 \cdot 3,14}{4} = 0,0028 \text{ m}^2$
$d = 0,06 \text{ m}$		
$N = 2000$	b) $L = \frac{N^2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot S}{l}$	$= \frac{2000^2 \cdot 1,256 \cdot 10^{-6} \cdot 0,0028}{0,3} = 0,047 \text{ H}$
$\mu_r = 1$		
$f = 50 \text{ Hz}$		
$L = ?$	c) $X_L = 2 \pi f L$	$X_L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,047 = 14,76 \Omega$
$X_L = ?$		

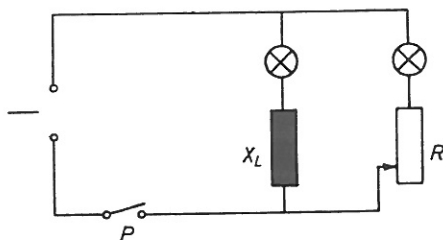
10.1.4. Fazni pomak pri induktivnom opterećenju

Pokus

Na izvor istosmjernog napona priključimo paralelno svitak velikog induktiviteta i klizni otpornik. Uz njih uključimo u jednu i u drugu granu po jednu žarulju (sl. 247). Kliznim otpornikom izjednačimo omske otpore obje grane, pa obje žarulje jednako svijetle. Ako sada prekidačem prekinemo strujni krug, primijetit ćemo da se žarulja uz svitak uvijek nešto kasnije pali od žarulje uz otpornik.



Sl. 246. Induktivno opterećenje strujnog kruga



Sl. 247. Dokazivanje faznog pomaka

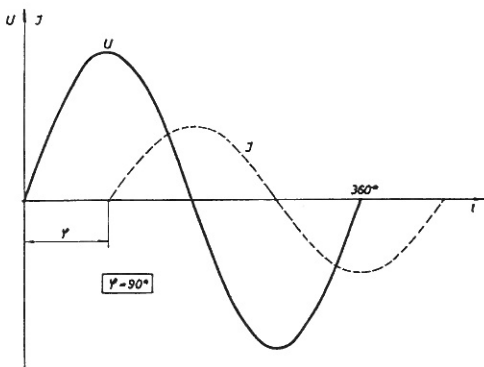
Zaključak:

Budući da u obje grane uključujemo napon istog trenutka, a žarulja uz svitak ipak se kasnije pali, zaključujemo da struja kroz svitak zaostaje za strujom kroz otpornik. Znamo da je struja kroz otpornik (omsko trošilo!) u fazi s naponom, pa iz svega toga proizlazi da struja kroz svitak nije u fazi s naponom.

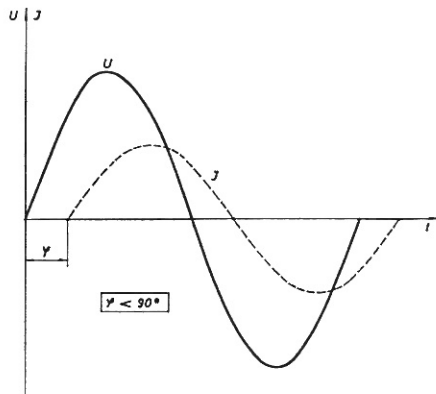
Struja kroz svitak zaostaje za naponom!

Struja zaostaje za naponom zbog djelovanja elektromotorne sile samo-indukcije. Kad svitak ne bi imao omski otpor, struja bi zaostajala iza napona za $1/4$ periode, tj. fazni pomak (φ) iznosio bi 90° (sl. 248). Budući da u svitku postoji uvijek i neki omski otpor, fazni je pomak manji od 90° (sl. 249).

Fazni pomak je to veći što je veći induktivni otpor, a manji omski otpor.



Sl. 248. Fazni pomak pri čisto induktivnom opterećenju

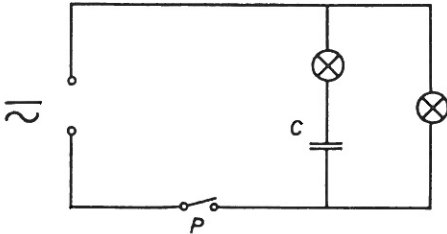


Sl. 249. Fazni pomak pri induktivno-omskom opterećenju

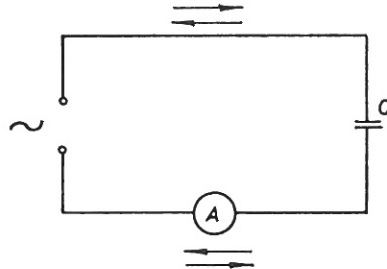
10.1.5. Kapacitivni otpor

Pokus

- Na izvor istosmjernog napona priključimo paralelno dvije žarulje, ali u strujni krug jedne žarulje uključimo i kondenzator velikog kapaciteta (sl. 249). Pri uključenju izvora zasvijetlit će samo ona žarulja, u čijem strujnom krugu nema kondenzatora.
- Ako umjesto istosmjerne struje uključimo izmjeničnu struju, svijetlit će obje žarulje, ali ona uz kondenzator nešto slabije.



Sl. 249. Kondenzator u krugu istosmjerne i izmjenične struje



Sl. 250. Izmjenična struja teče kroz strujni krug s kondenzatorom

Zaključak:

- Kondenzator ne propušta istosmjernu struju, tj. u krugu istosmjerne struje on djeluje kao prekid strujnog kruga.
- Kondenzator propušta izmjeničnu struju, ali joj pruža izvjesni otpor.

Taj otpor koji kondenzator pruža prolazu izmjenične struje zove se kapacitivni otpor.

U krugu izmjenične struje kondenzator ne djeluje kao prekid strujnog kruga jer elektromotorna sila izvora naizmjenično puni i prazni čas jednu čas drugu ploču kondenzatora, pa kroz strujni krug elektroni stalno teku u jednom ili drugom smjeru (sl. 250).

Kapacitivni otpor nastaje uslijed odbojne sile među elektronima.

Pri punjenju kondenzatora dolasku novih elektrona protive se, naime, elektroni koji se već nalaze na toj ploči. U toku punjenja ta odbojna sila postaje sve veća jer međusobna udaljenost elektrona postaje sve manja (Coulombov zakon!). Uslijed te odbojne sile struja punjenja je manja od struje koja bi trebala teći s obzirom na narinuti napon i omski otpor strujnog kruga. Odbojna sila među elektronima, dakle, koči normalni tok struje, pa djeluje kao neki otpor (kapacitivni otpor).

10.1.6. Izračunavanje kapacitivnog otpora

Ako kondenzator ima veliki kapacitet, on može primiti veću množinu elektrona, a odbojna sila među njima da ne bude velika. Tada nije velik ni otpor dolasku novih elektrona, tj. kapacitivni otpor je mali.

Kod viših frekvencija vrijeme punjenja je kratko, pa na ploče za to kratko vrijeme ne može doći velika množina elektrona, a time ne može ni odbojna sila znatno porasti. I tada kapacitivni otpor ostaje mali.

Tu ovisnost kapacitivnog otpora o kapacitetu kondenzatora i frekvencije struje možemo izraziti formulom

$$X_c = \frac{1}{2 \pi f C}$$

gdje je X_c . . . kapacitivni otpor (Ω)
 f . . . frekvencija struje (Hz)
 C . . . kapacitet kondenzatora (F)

Kapacitivni otpor je, dakle, to manji što su frekvencija struje i kapacitet kondenzatora veći.

Primjer. Koliki je kapacitivni otpor kondenzatora od $4 \mu\text{F}$ ako ga priključimo na izmjenični napon frekvencije od 50 Hz?

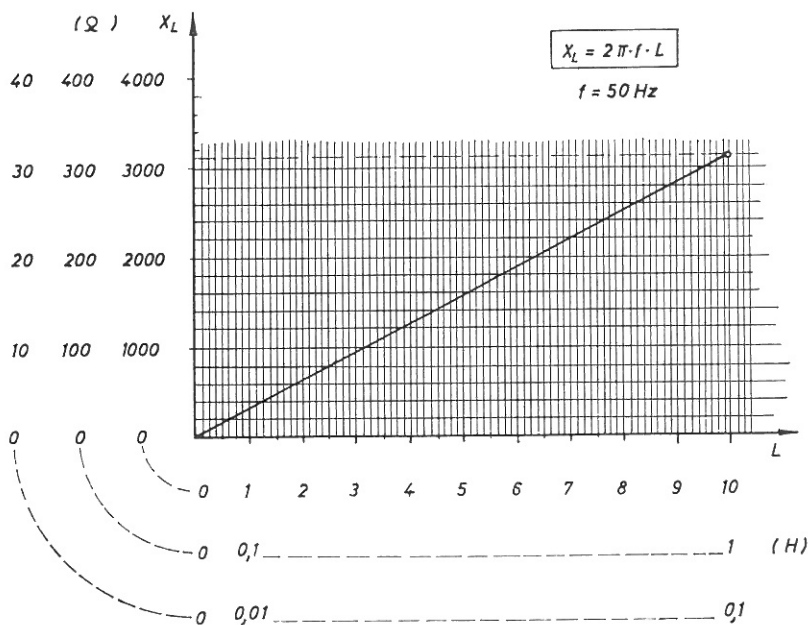
$$\begin{array}{l} C = 0,000\,004 \\ f = 50 \text{ Hz} \\ \hline X_c = ? \end{array} \quad X_c = \frac{1}{2 \pi f C}$$

$$X_c = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,000\,004} = 796 \, \Omega$$

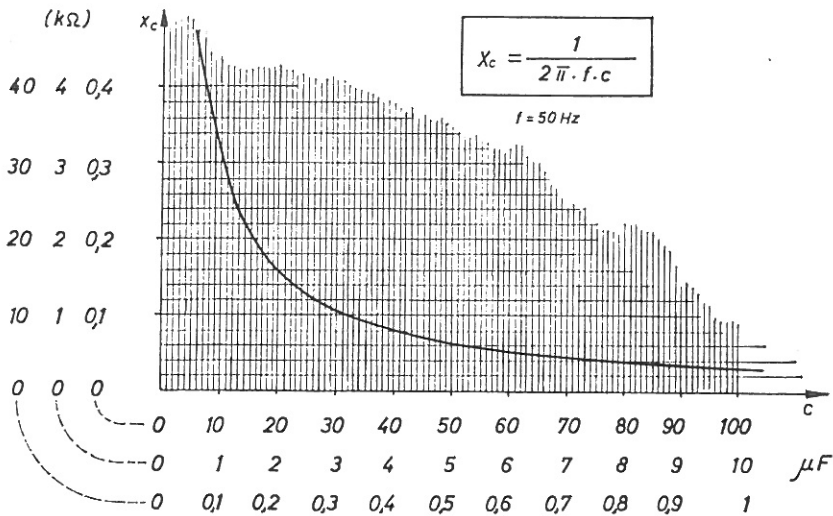
10.1.7. Određivanje X_L i X_c iz dijagrama

Umjesto gore prikazanim računskim putem zadaci s induktivnim i kapacitivnim otporima mogu se rješavati i pomoću dijagrama na sl. 251. i sl. 252. Ti dijagrami vrijede **samo za struju frekvencije od 50 Hz**, a omogućuju

- određivanje induktivnog otpora iz induktiviteta trošila ili induktiviteta trošila iz induktivnog otpora (sl. 251);
- određivanje kapacitivnog otpora iz kapaciteta kondenzatora ili kapaciteta kondenzatora iz kapacitivnog otpora (sl. 252).



Sl. 251. Dijagram $L \rightarrow X_L$

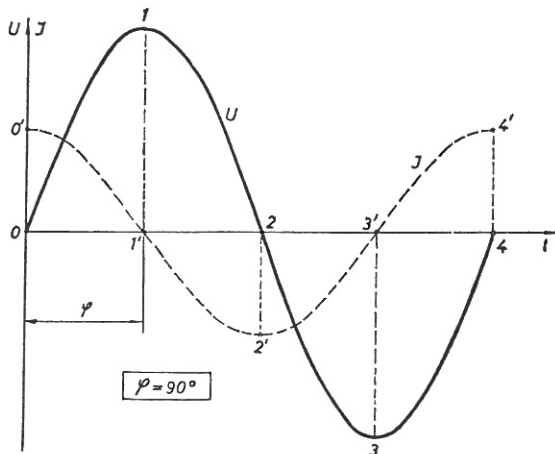


Sl. 252. Dijagram C—X_C

10.1.8. Fazni pomak pri kapacitivnom opterećenju

Ako na ploče kondenzatora dovodimo izmjenični napon, kondenzator će se izmjenično puniti i prazniti čas u jednom, čas u drugom smjeru. Pri punjenju ploče dobijati će sve više naboja, pa će između ploča nastajati sve veća razlika potencijala. Taj napon između ploča dalje će rasti i onda kad struja punjenja počinje slabiti jer će se naboj na pločama i dalje povećavati, premda u sve slabijim količinama. Prema tome, napon između ploča prestat će rasti tek onda kad struja punjenja prestane teći. U tom će času struja biti jednaka nuli (točka 1' na sl. 253). a napon maksimalni (točka 1 na sl. 253).

Pri pražnjenju struja teče u suprotnom smjeru, njezina jakost postaje sve veća, a napon između ploča sve manji. Kad struja dosegne svoju maksimalnu



Sl. 253. Fazni pomak pri kapacitivnom opterećenju

vrijednost ($2'$), napon između ploča pao je na nulu (2). Iza toga se kondenzator puni u suprotnom smjeru (do točke $3'$ i 3) i ponovo prazni (do točke $4'$ i 4).

Kao što vidimo, napon i struja pri kapacitivnom opterećenju nisu u fazi. Dok je napon maksimalni, struja je jednaka nuli, i obrnuto. Između njih postoji fazni pomak za $1/4$ periode ($\varphi = 90^\circ$). Iz sl. 253. vidi se da

struja pri kapacitivnom opterećenju prethodi naponu.

Zadaci

1. Koliki je induktivni otpor svitka i kolika struja kroz njega teče ako je njegov induktivitet $0,1\text{ H}$, a priključen je na izmjeničnu struju od 110 V i 50 Hz ?
2. Koliki mora biti kapacitet kondenzatora da priključen na izmjeničnu struju napona 220 V i frekvencije od 50 Hz propušta struju jakosti 40 mA ?
3. Koliki je induktivitet svitka čiji induktivni otpor pri izmjeničnoj struji frekvencije 50 Hz iznosi $45\ \Omega$?
4. Koliki mora biti kapacitet kondenzatora da pri izmjeničnoj struji frekvencije 60 Hz pruža otpor od $300\ \Omega$?
5. Koliki je kapacitivni otpor koji nastaje prolazom izmjenične struje frekvencije od 50 Hz kroz kondenzator, čije ploče imaju površinu $0,5\text{ m}^2$ i međusobnu udaljenost $0,1\text{ mm}$, ako se između tih ploča nalazi pertinaks?
6. Svitak sa 5000 zavoja nalazi se na zatvorenoj čeličnoj jezgri čiji je presjek 10 cm^2 , a srednja duljina 50 cm . Koliki je induktivni otpor toga svitka kad kroz njega teče struja od 420 mA , 50 Hz ?
7. Koliki mora biti kapacitet kondenzatora da njegov kapacitivni otpor bude pri frekvenciji od 50 Hz jednak induktivnom otporu svitka čiji je induktivitet $0,08\text{ H}$?
8. Da li kapacitivni i induktivni otpor kondenzatora i svitka iz prethodnog zadatka ostaju isti i pri frekvenciji od 1000 Hz ? Koliki su ti otpori pri toj frekvenciji?
9. Kolika mora biti frekvencija struje da pri prolazu kroz svitak bez jezgre, koji ima 400 zavoja, duljinu 20 cm i promjer 5 cm , izazove induktivni otpor od 5 oma ?

10.2. ODREĐIVANJE REZULTANTNIH VELIČINA IZMJENIČNE STRUJE

10.2.1. Rezultantne veličine u strujnim krugovima

U krugu istosmjerne struje djeluju stalno samo elektromotorne sile izvora. Ako u takvom krugu serijski djeluju dva izvora ili više, njihovo rezultantno djelovanje i rezultantno djelovanje njihovih struja može se relativno lagano odrediti, jer se radi o veličinama koje imaju stalne vrijednosti. Rezultantna elektromotorna sila dobije se, naime, algebarskim zbrajanjem pojedinih elektromotornih sila, a rezultantna struja algebarskim zbrajanjem pojedinih struja.

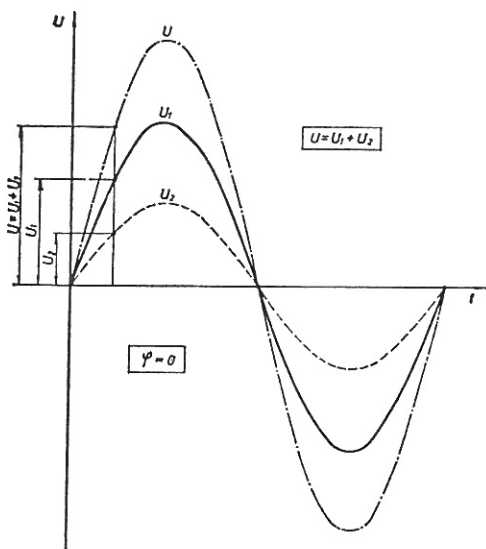
U krugu izmjenične struje uz elektromotornu silu jednog ili više izvora mogu se zbog induktivnog i kapacitivnog djelovanja pojedinih elemenata strujnog kruga pojaviti i druge elektromotorne sile. Određivanje rezultantnog djelovanja svih elektromotornih sila i rezultantnog djelovanja njima pokrenutih struja otežano je jer su to veličine koje neprestano mijenjaju svoje vrijednosti,

koje su često fazno pomaknute i kojih je i frekvencija ponekad različita. Zbog toga je potrebno prije prijelaza na daljnje proučavanje kruga izmjenične struje objasniti neke metode pomoću kojih se određuju rezultantne vrijednosti dviju zadanih izmjeničnih veličina. Ograničit ćemo se samo na veličine istih frekvencija.

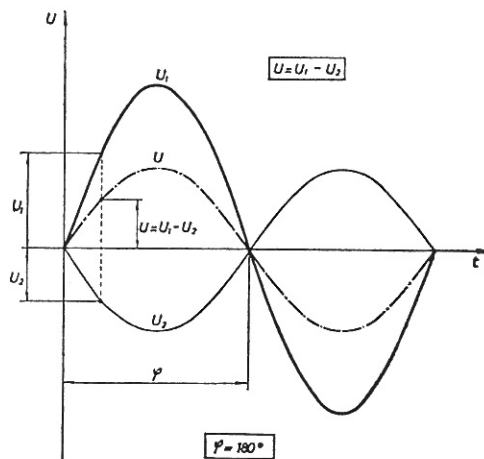
10.2.2. Metode određivanja rezultantnih veličina

Ako u strujnom krugu djeluju npr. dva izmjenična napona ili više, njihov ukupni učinak (rezultantni napon) može se odrediti grafički, vektorski i računski. Isto se tako mogu odrediti rezultantne veličine i drugih izmjeničnih veličina (izmjenične struje, izmjenični magnetski tokovi i dr.).

- Grafički** se rezultantna veličina dviju sinusnih veličina određuje tako da se nacrtaju sinusoide jedne i druge veličine, a zatim zbroje njihove trenutne vrijednosti u što gušćim vremenskim razmacima. Spajanjem dobivenih točaka dobivamo novu sinusoidu koja predočuje traženu rezultantnu veličinu (sl. 254. i sl. 255.).
- Vektorski** se rezultantna veličina dobiva tako da se svaka od zadanih veličina prikaže pomoću radijvektora. Radijvektori su zrake koje izlaze iz zajedničkog ishodišta i zatvaraju s osnovnom zrakom neki kut. Duljina radijvektora razmjerna je s vrijednošću zadane veličine, a kut između dva radijvektora jednak je faznom pomaku između tih veličina. Geometrijskim zbrajanjem zadanih radijvektora dobiva se rezultantni radijvektor. Mjerenjem njegove duljine dobiva se vrijednost rezultantne veličine, a mjerenjem kutova dobiva se fazni pomak te rezultantne veličine prema ostalim veličinama (sl. 258. i sl. 259).
- Računski** se rezultantna veličina dobiva algebarskim operacijama pomoću matematičkih formula.



Sl. 254. Grafičko zbrajanje dvaju napona koji su u fazi



Sl. 255. Grafičko zbrajanje dvaju napona koji su fazno pomaknuti za 180°

10.2.3. Zbrajanje izmjeničnih sinusnih veličina

U elektrotehničkoj praksi najčešće se traži rezultatna veličina dviju sinusnih veličina jednake frekvencije. Postupak ovisi o faznom pomaku između tih zadanih veličina. Ako su npr. dva izmjenična napona različite veličine a iste frekvencije, onda oni međusobno mogu imati ove fazne pomake:

a) Naponi u fazi ($\varphi = 0$)

Grafičko rješenje: zbrajanjem ordinata sinusoida zadanih napona dobiju se ordinate rezultatne sinusoida (sl. 254).

Vektorsko rješenje: na radijvektor jednog napona nanese se u istom smjeru radijvektor drugog napona i tako dobiven zbroj jest radijvektor rezultatnog napona (sl. 256).

Računsko rješenje: algebarski se zbroje vrijednosti zadanih napona po formuli:

$$U = U_1 + U_2$$

b) Naponi u protufazi ($\varphi = 180^\circ$)

Grafičko rješenje: zbrajanjem ordinata sinusoida zadanih napona dobiju se ordinate rezultatne sinusoida (sl. 255).

Vektorsko rješenje: na radijvektor jednog napona nanese se u suprotnom smjeru radijvektor drugog napona i tako dobivena razlika je radijvektor rezultatnog napona (sl. 257).

Računsko rješenje: algebarski se odbiju vrijednosti zadanih napona po formuli

$$U = U_1 - U_2$$

c) Naponi fazno pomaknuti za $\frac{1}{2}$ periode ($\varphi = 90^\circ$)

Grafičko rješenje: zbrajanjem ordinata sinusoida dobiju se ordinate rezultatne sinusoida.

Vektorsko rješenje: radijvektori napona međusobno su okomiti ($\varphi = 90^\circ$), a njihova rezultanta je dijagonala pravokutnika (sl. 258).

Računsko rješenje: veličina rezultatnog napona jednaka je veličini dijagonale pravokutnika, tj.

$$U = \sqrt{U_1^2 + U_2^2}$$

d) Naponi fazno pomaknuti za kut φ ($0 < \varphi < 90^\circ$)

Grafičko rješenje: zbrajanjem ordinata sinusoida dobiju se ordinate rezultatne sinusoida.

Vektorsko rješenje: radijvektori zadanih napona međusobno zatvaraju kut φ , a rezultatni radijvektor je dijagonala paralelograma (sl. 259).

Računsko rješenje: veličina rezultantnog napona određuje se po formuli koju izvodimo iz kosinusova poučka

$$U = \sqrt{U_1^2 + U_2^2 - 2 U_1 U_2 \cos (180 - \varphi)}$$

Budući da je $\cos (180 - \varphi) = -\cos \varphi$, dobijemo

$$U = \sqrt{U_1^2 + U_2^2 + 2 U_1 U_2 \cos \varphi}$$

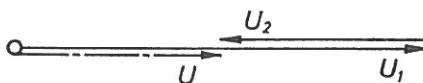
Primjer. Koliki je rezultantni napon dvaju izmjeničnih napona od 220 V i 110 V iste frekvencije

- ako su u fazi,
- ako su u protufazi,
- ako su fazno pomaknuti za 1/4 periode,
- ako su fazno pomaknuti za 68°.

- a) $\varphi = 0$ Vektorsko rješenje na sl. 256. $U = 330 \text{ V}$
 Računsko rješenje: $U = U_1 + U_2 = 220 + 110 = 330 \text{ V}$
- b) $\varphi = 180^\circ$ Vektorsko rješenje na sl. 257. $U = 110 \text{ V}$
 Računsko rješenje: $U = U_1 - U_2 = 220 - 110 = 110 \text{ V}$

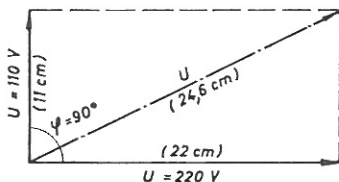


Sl. 256. Vektorsko rješenje ($\varphi = 0$)

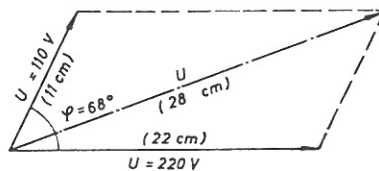


Sl. 257. Vektorsko rješenje ($\varphi = 180^\circ$)

- c) $\varphi = 90^\circ$ Vektorsko rješenje na sl. 258. $U = 246 \text{ V}$
 Računsko rješenje: $U = \sqrt{U_1^2 + U_2^2} = \sqrt{220^2 + 110^2} = 246 \text{ V}$
- d) $\varphi = 68^\circ$ Vektorsko rješenje na sl. 259. $U = 280 \text{ V}$
 Računsko rješenje: $U = \sqrt{U_1^2 + U_2^2 + 2 U_1 U_2 \cos \varphi} =$
 $= \sqrt{220^2 + 110^2 + 2 \cdot 220 \cdot 110 \cdot 0,375} =$
 $= 280 \text{ V}$



Sl. 258. Vektorsko rješenje primjera (c)



Sl. 259. Vektorsko rješenje primjera (d)

Zadaci

- Koliki je rezultantni napon dvaju napona od 60 V i 80 V ako su fazno pomaknuti za 90°? Koliki je rezultantni napon ako je fazni pomak 75°?
- Dva izmjenična napona fazno su pomaknuta za 90°, a veličina jednog iznosi 150 V. Koliki mora biti drugi napon da dobijemo rezultantni napon od 200 V?

10.3. SERIJSKO SPAJANJE OTPORA U KRUGU IZMJENIČNE STRUJE

10.3.1. Serijsko spajanje omskog i induktivnog otpora

Pokus

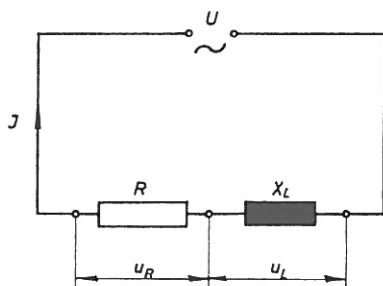
Otpornik i svitak serijski spojimo na izmjenični napon (sl. 260), a zatim voltmetrom izmjerimo pad napona na otporniku, pad napona na svitku i napon na stezaljkama izvora. Primijetit ćemo da je napon na stezaljkama izvora manji od algebarskog zbroja padova napona u vanjskom dijelu strujnog kruga.

$$U < u_r + u_L$$

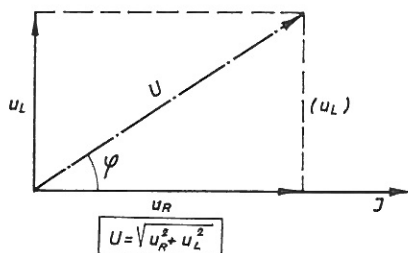
Ta na prvi pogled neobična pojava posljedica je faznog pomaka koji postoji između napona u induktivnom i omskom trošilu.

Znamo da su napon i struja u omskom trošilu u fazi, a da između napona i struje u induktivnom trošilu postoji fazni pomak (φ_L). Kroz oba otpora prolazi ista struja, prema toj struji jedan je napon u fazi, a drugi je fazno pomaknut za 90° , pa iz toga proizlazi da su ti naponi i međusobno fazno pomaknuti za 90° . Budući da izvor ne može istovremeno davati dva fazno pomaknuta napona, na njegovim stezaljkama vlada napon koji je rezultanta obaju napona na otporima. Taj se rezultantni napon dobiva grafičkim putem prema 10.2.2

U strujnim krugovima s induktivnim i omskim otporima naponi se dakle, ne mogu zbrajati algebarski, nego samo geometrijski. Takvo geometrijsko zbrajanje prikazano je na sl. 261.



Sl. 260. Serijski spoj omskog i induktivnog otpora



Sl. 261. Vektorsko određivanje rezultantnog napona

Između rezultantnog napona U i struje I postoji fazni pomak φ koji se može odrediti direktnim mjerenjem tog kuta na geometrijskoj konstrukciji. Međutim, on se može i izračunati jer je iz slike vidljivo da je

$$\cos \varphi = \frac{u_R}{U}$$

10.3.2. Prividni otpor

Iz sl. 261. vidi se da su u_r , u_L i U stranice pravokutnog trokuta, pa po Pitagorinu poučku dobijemo

$$U = \sqrt{u_r^2 + u_L^2}$$

Budući da je napon na trošilu jednak produktu jakosti struje i otpora tog trošila ($u_r = I \cdot R$, $u_L = I \cdot X_L$), gornja se formula može pisati u obliku

$$U = \sqrt{I^2 \cdot R^2 + I^2 \cdot X_L^2}$$

$$U = I \cdot \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$\frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

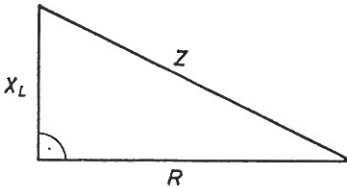
Prema Ohmovu zakonu izraz $\sqrt{R^2 + X_L^2}$ u gornjoj formuli može predstavljati samo ukupni otpor strujnog kruga kroz koji napon U tjera struju jakosti I . Taj rezultantni otpor, sastavljen od omskog i induktivnog otpora, zove se **prividni otpor ili impedancija (Z)**.

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

gdje je Z . . . impedancija (Ω)
 R . . . omski otpor (Ω)
 X_L . . . induktivni otpor (Ω)

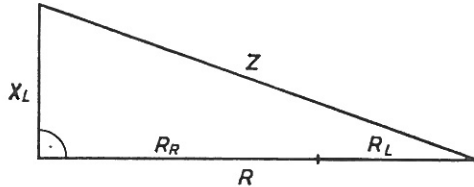
Oblik gornje formule pokazuje nam da se impedancija može i grafički odrediti pomoću Pitagorina poučka. U pravokutnom trokutu impedancija je hipotenuza, a omski i induktivni otpori su katete (sl. 262).

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$



Sl. 262. Grafičko određivanje impedancije otpora R i X_L

$$Z = \sqrt{(R_R + R_L)^2 + X^2}$$

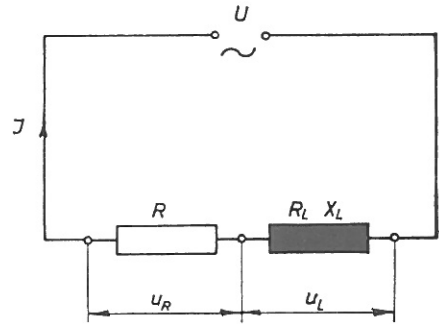


Sl. 263. Grafičko određivanje impedancije otpora R_R , R_L i X_L

Gornje razmatranje vrijedi kad su serijski uključeni omski i čisto induktivni otpor. Međutim, u praksi nema čisto induktivnog otpora jer svaki svitak ima i neki omski otpor. Tada treba u gornjim izvodima kao omski otpor uzimati ukupni omski otpor u strujnom krugu, tj. u ovom primjeru to bi bio zbroj omskog otpora otpornika i omskog otpora svitka (sl. 263).

$$R = R_r + R_L$$

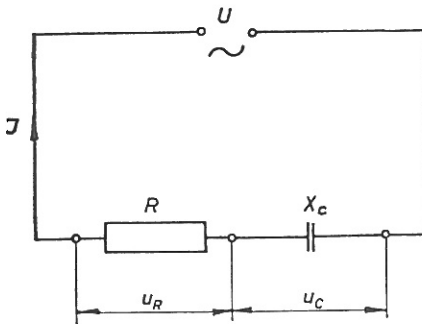
Primjer. Svitak s induktivitetom 0,5 H i omskim otporom od 21 Ω spojen je serijski s otpornikom od 100 Ω na izmjenični napon od 220 V, 50 Hz. Koliki je prividni otpor strujnog kruga, jakost struje, napon na svitku i napon na otporniku (sl. 264).



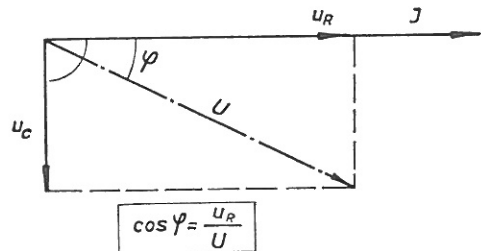
Sl. 264. Primjer

$$\begin{aligned}
 L &= 0,5 \text{ H} \\
 R_L &= 21 \ \Omega \\
 R_r &= 100 \ \Omega \\
 U &= 220 \text{ V} \\
 f &= 50 \text{ Hz} \\
 \hline
 Z &= ? \\
 I &= ? \\
 u_L &= ? \\
 u_r &= ?
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a) } X_L &= 2\pi \cdot f \cdot L \\
 X_L &= 314 \cdot 0,5 = 157 \ \Omega \\
 \text{b) } Z_L &= \sqrt{R_L^2 + X_L^2} \\
 Z_L &= \sqrt{21^2 + 157^2} = 158,4 \ \Omega \\
 \text{c) } Z &= \sqrt{(R_r + R_L)^2 + X_L^2} \\
 Z &= \sqrt{(21 + 100)^2 + 157^2} = 198,2 \ \Omega \\
 \text{d) } I &= \frac{U}{Z} & I &= \frac{220}{198,2} = 1,1 \text{ A} \\
 \text{e) } u_r &= I \cdot R_r & u_r &= 1,1 \cdot 100 = 110 \text{ V} \\
 \text{f) } u_L &= I \cdot Z_L & u_L &= 1,1 \cdot 158,4 = 174 \text{ V}
 \end{aligned}$$



Sl. 265. Serijski spoj omskog i kapacitivnog otpora



Sl. 266. Fazni pomak pri kapacitivno-omskom opterećenju

10.3.3. Serijsko spajanje omskog i kapacitivnog otpora

Pokus

Ako u strujni krug izmjenične struje serijski vezemo otpornik i kondenzator (sl. 265), možemo mjerenjem pomoću voltmetra utvrditi da je napon na stezaljkama izvora manji od algebarskog zbroja napona na otporniku i napona na kondenzatoru, odnosno da je jednak geometrijskom zbroju tih napona (sl. 266).

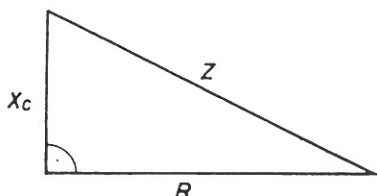
I to je posljedica faznog pomaka koji postoji između tih napona. Znamo da je napon na otporniku uvijek u fazi sa strujom ($\varphi = 0$), dok napon na kondenzatoru zaostaje iza struje za $1/4$ periode ($\varphi = 90^\circ$). Stoga i između oba napona postoji fazni pomak $\varphi = 90^\circ$, tj. napon na kondenzatoru zaostaje iza napona na otporniku za 90°

Iz sl. 266. možemo zaključiti ovo:

- Rezultantni napon U ima prema struji I fazni pomak φ koji je manji od 90° .
- Fazni pomak pri kapacitivno-omskom opterećenju u obratnom je smjeru od faznog pomaka pri induktivno-omskom opterećenju.
- Rezultantni napon možemo grafički odrediti pomoću pravokutnog trokuta ili računski pomoću formule

$$U = \sqrt{u_r^2 + u_c^2}$$

- Iz ove formule možemo sličnim postupkom kao u 10.2.3 izvesti formulu koja nam omogućuje računsko i grafičko određivanje impedancije (sl. 267).



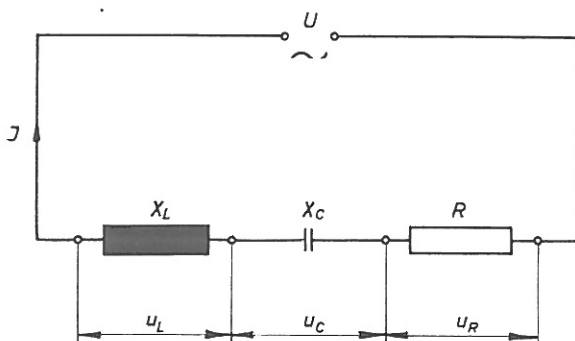
$$Z = \sqrt{R^2 + X_c^2}$$

Sl. 267. Grafičko određivanje impedancije otpora R i X_c

10.3.4. Serijsko spajanje induktivnog, kapacitivnog i omskog otpora

Budući da napon na induktivnom trošilu prethodi struji za 90° ($\varphi_L = 90^\circ$), a napon na kapacitivnom trošilu zaostaje za strujom za 90° ($\varphi_c = 90^\circ$), između njih postoji fazni pomak za 180° (sl. 269). Prema 10.2.3 (b) rezultantni napon jednak je tada algebarskoj razlici tih napona ($u_{Lc} = u_L - u_c$), a fazni pomak prema struji ostaje i dalje 90° ($\varphi_{Lc} = 90^\circ$).

Ako se u strujnom krugu nalazi još i omsko trošilo (sl. 268), ukupni rezultantni napon dobit ćemo po formuli



Sl. 268. Serijski spoj induktivnog, kapacitivnog i omskog otpora

$$U = \sqrt{(u_L - u_c)^2 + u_r^2}$$

Ako svaki od tih napona iskažemo kao umnožak jakosti struje i otpora dobijemo

$$U = \sqrt{(I \cdot X_L - I \cdot X_c)^2 + I^2 \cdot R^2}$$

$$U = \sqrt{I^2 (X_L - X_c)^2 + I^2 \cdot R^2}$$

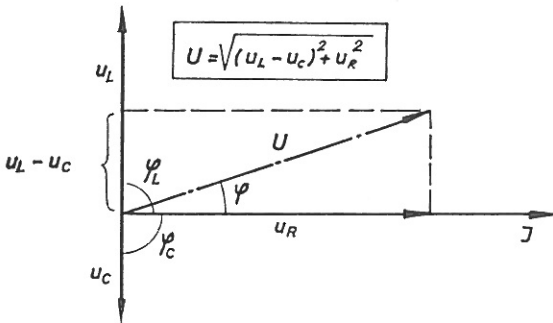
$$U = I \cdot \sqrt{(X_L - X_c)^2 + R^2}$$

$$\frac{U}{I} = \sqrt{(X_L - X_c)^2 + R^2}$$

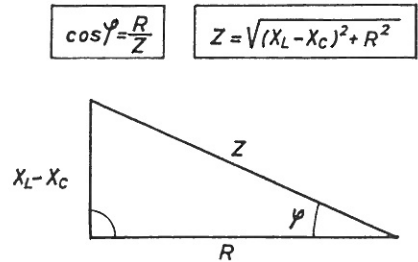
U gornjoj formuli izraz $\sqrt{(X_L - X_c)^2 + R^2}$ može predočivati samo ukupni otpor strujnog kruga, odnosno impedanciju strujnog kruga

$$Z = \sqrt{(X_L - X_c)^2 + R^2}$$

I oblik ove formule ukazuje nam na mogućnost grafičkog određivanja impedancije (sl. 270).



Sl. 269. Vektorsko određivanje veličine rezultantnog napona i faznog pomaka



Sl. 270. Grafičko određivanje faznog pomaka i impedancije otpora R, X_L i X_C

Primjer. Svitak induktiviteta 0,2 H i kondenzator kapaciteta 10 μF vezani su serijski u strujnom krugu izmjenične struje od 220 V, 50 Hz. Koliki su induktivni i kapacitivni otpori, prividni otpor i jakost struje, ako ukupni omski otpor vodiča u strujnom krugu iznosi 20 Ω ?

$$L = 0,2 \text{ H}$$

$$C = 0,000 01 \text{ F}$$

$$R = 20 \Omega$$

$$U = 220 \text{ V}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$X_L = ?$$

$$X_c = ?$$

$$Z = ?$$

$$I = ?$$

$$\text{a) } X_L = 2 \pi f L$$

$$X_L = 314 \cdot 0,2 = 62,8 \Omega$$

$$\text{b) } X_c = \frac{1}{2 \pi f c}$$

$$X_c = \frac{1}{314 \cdot 0,000 01} = 318,5 \Omega$$

$$\text{c) } Z = \sqrt{(X_L - X_c)^2 + R^2}$$

$$Z = \sqrt{(62,8 - 318,5)^2 + 20^2} = 257 \Omega$$

$$\text{d) } I = \frac{U}{Z} \quad I = \frac{220}{257} = 0,856 \text{ A}$$

10.3.5. Općenito o serijskom spajanju otpora

Na osnovi dosadašnjeg razmatranja o serijskom spajanju otpora možemo zaključiti:

- a) da se kod serijskog spajanja dvaju istovrsnih otpora ukupni otpor dobiva algebarskim zbrajanjem tih otpora

$$R = R_1 + R_2$$

$$X_L = X_{L1} + X_{L2}$$

$$X_c = X_{c1} + X_{c2}$$

- b) da se kod serijskog spajanja dvaju raznovrsnih otpora ukupni otpor dobiva vektorskim zbrajanjem tih otpora

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_c^2}$$

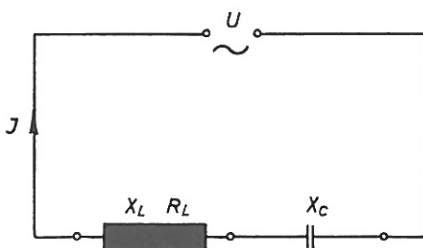
- c) da se kod serijskog spajanja dvaju raznovrsnih otpora kosinus faznog pomaka između napona dobije tako da se omski otpor podijeli ukupnom impedancijom

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

10.3.6. Serijska rezonancija

Ako su u strujni krug izmjenične struje serijski uključeni svitak i kondenzator (sl. 271), na prolaz struje utječu omski otpor svitka (R_L), induktivni otpor svitka (X_L) i kapacitivni otpor kondenzatora (X_C). Tada je jakost struje

$$I = \frac{U}{\sqrt{R_L^2 + (X_L - X_C)^2}}$$



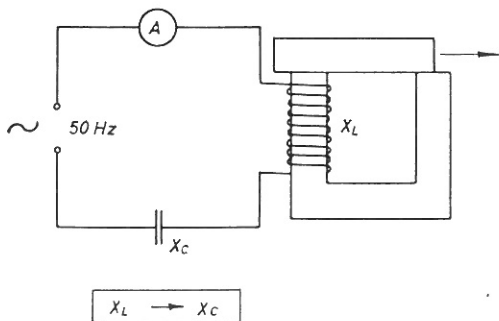
Sl. 271. Serijska rezonancija

Ako su induktivni i kapacitivni otpori jednaki, njihovo će se djelovanje međusobno poništavati ($X_L - X_C = 0$), pa će se prolazu struje suprotstavljati samo omski otpor svitka koji je gotovo uvijek vrlo mali. Stoga će u tom slučaju kroz strujni krug prolaziti vrlo jaka struja.

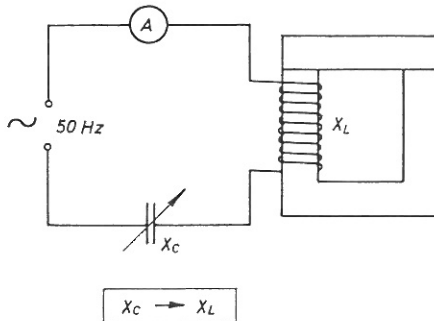
Pojava kad uslijed izjednačenja induktivnog i kapacitivnog otpora kroz strujni krug teče maksimalna struja zove se serijska ili naponska rezonancija.

Da bismo, dakle, postigli rezonanciju u strujnom krugu, potrebno je izjednačiti induktivni i kapacitivni otpor. To se može postići

- a) mijenjanjem induktiviteta svitka (veličinu induktivnog otpora izjednačimo s veličinom kapacitivnog otpora, npr. pomoću pomicanja kotve jezgre — sl. 272);
- b) mijenjanjem kapaciteta kondenzatora (veličinu kapacitivnog otpora izjednačimo s veličinom induktivnog otpora, npr. pomoću promjenljivog kondenzatora — sl. 273);
- c) mijenjanjem frekvencije struje (promjenom frekvencije istovremeno povećavamo jedan, a smanjujemo drugi otpor.



Sl. 272. Dovođenje strujnog kruga u rezonanciju promjenom induktiviteta svitka



Sl. 273. Dovođenje strujnog kruga u rezonanciju promjenom kapaciteta kondenzatora

Posljedice serijske rezonancije. Serijska rezonancija ima ove posljedice:

1. vrlo jaka struja u strujnom krugu,
2. vrlo visoki napon na svitku i na kondenzatoru,
3. nestajanje faznog pomaka između napona i struje.

Serijska rezonancija je u području jake struje uglavnom štetna jer visoki naponi koje izaziva na pojedinim elementima postrojenja mogu izazvati njihovo oštećenje. Međutim, u elektronici ona se korisno upotrebljava na mnogim područjima.

10.3.7. Thomsonova formula³⁰

Rezonancija se može postići promjenom frekvencije struje. Povećanjem frekvencije raste induktivni otpor, a pada kapacitivni otpor. Rezonancija će nastati kad se pri nekoj frekvenciji f_0 («rezonancijska frekvencija») izjednače oba otpora, tj. kad je

$$2 \pi f L = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

³⁰ **Thomson**, William [Tomson], lord Kelvin, engleski matematičar i fizičar (1824—1907), postavio osnovu teorije električnih oscilacija, dao niz otkrića na različitim područjima fizike, predložio apsolutnu skalu temperature (Kelvinovi stupnjevi).

Rješenjem ove jednadžbe može se dobiti Thomsonova formula pomoću koje određujemo pri kojoj će frekvenciji nastupiti rezonancija

$$2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C = 1$$

$$4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot L \cdot C = 1$$

$$f^2 = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C}$$

$$f = \sqrt{\frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2 \pi \sqrt{L \cdot C}}$$

gdje je f_0 ... rezonancijska frekvencija (Hz)
 L ... induktivitet svitka (H)
 C ... kapacitet kondenzatora (F)

Rezonancijska frekvencija je ona frekvencija pri kojoj dolazi do izjednačenja induktivnog i kapacitivnog otpora, pa time nastaje rezonancija.

Porast struje koji nastaje pri rezonanciji prikazan je na tzv. rezonancijskoj krivulji (sl. 274).

Primjer. U strujnom krugu izmjenične struje od 220 V serijski su spojeni svitak induktiviteta 0,5 H, kondenzator kapaciteta 8 μ F, a ukupni omski otpor cijelog kruga iznosi 15 Ω . Pri kojoj frekvenciji nastupa rezonancija, koliki je tada otpor svitka, koliki otpor kondenzatora, koliki je ukupni otpor strujnog kruga, kolika je struja i koliki su naponi na svitku i kondenzatoru?

$$U = 220 \text{ V}$$

$$L = 0,5 \text{ H}$$

$$C = 0,000\,008 \text{ F}$$

$$R = 15 \Omega$$

$$f_0 = ?$$

$$X_L = ?$$

$$X_C = ?$$

$$Z = ?$$

$$I = ?$$

$$u_L = ?$$

$$u_C = ?$$

$$\text{a) } f_0 = \frac{1}{2 \pi \sqrt{L \cdot C}}$$

$$f_0 = \frac{1}{6,28 \cdot \sqrt{0,5 \cdot 0,000\,008}} = 79,6 \text{ Hz}$$

$$\text{b) } X_L = 2 \pi f L$$

$$X_L = 2 \cdot 3,14 \cdot 79,6 \cdot 0,5 = 250 \Omega$$

$$\text{c) } X_C = \frac{1}{2 \pi f C}$$

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 79,6 \cdot 0,000\,008} = 250 \Omega$$

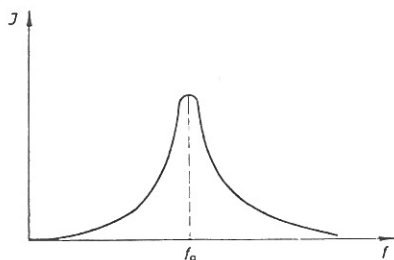
$$\text{d) } Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$Z = \sqrt{15^2 + (250 - 250)^2} = 15 \Omega$$

$$\text{e) } I = \frac{U}{Z} \quad I = \frac{220}{15} = 14,6 \text{ A}$$

$$\text{f) } u_L = I \cdot X_L \quad u_L = 14,6 \cdot 250 = 3650 \text{ V}$$

$$\text{g) } u_C = I \cdot X_C \quad u_C = 14,6 \cdot 250 = 3650 \text{ V}$$



Sl. 274. Rezonancijska krivulja pri paralelnoj rezonanciji

Zadaci

1. Odredite vektorskim i računskim putem prividni otpor serijski spojenog omskog otpora od 15Ω i induktivnog otpora od 25Ω !
2. Na napon od $220 \text{ V}/50 \text{ Hz}$ serijski su spojeni svitak induktiviteta $0,06 \text{ H}$, kondenzator kapaciteta $25 \mu\text{F}$ i otpornik od 20Ω . Izračunajte:
 - a) prividni otpor strujnog kruga,
 - b) jakost struje u strujnom krugu,
 - c) pad napona na svitku, kondenzatoru i otporniku.
3. Kondenzator kapaciteta $8 \mu\text{F}$ i otpornik od 100Ω serijski su spojeni na izvor izmjenične struje frekvencije 50 Hz . U strujnom krugu teče struja od $3,6 \text{ A}$. Koliki je
 - a) kapacitivni otpor kondenzatora,
 - b) prividni otpor strujnog kruga,
 - c) pad napona na kondenzatoru i otporniku,
 - d) napon na stezaljkama izvora.
4. Ako neki svitak priključimo na istosmjerni napon od 220 V , kroz njega teče struja jakosti $0,44 \text{ A}$. Ako taj isti svitak priključimo na izmjenični napon od 220 V (50 Hz), jakost struje iznosi $0,2 \text{ A}$. Koliki je omski otpor svitka, koliki je prividni otpor, a koliki induktivni otpor? Koliki je induktivitet svitka?
5. Svitak induktiviteta $0,25 \text{ H}$ i kondenzator kapaciteta $16 \mu\text{F}$ serijski su priključeni na izmjenični napon od 220 V , 50 Hz . Kolika struja teče kroz strujni krug?
6. Na izmjenični napon od 110 V , 50 Hz spojeni su u seriju otpornik od 50Ω , svitak induktiviteta $0,75 \text{ H}$ i kondenzator kapaciteta $10 \mu\text{F}$. Izračunajte induktivni otpor svitka i kapacitivni otpor kondenzatora, a zatim odredite impedanciju strujnog kruga i jakost struje.
7. Kondenzator kapaciteta $20 \mu\text{F}$ i otpornik od 60Ω serijski su vezani na izvor koji daje struju frekvencije 50 Hz . Koliki je napon izvora ako kroz strujni krug teče struja jakosti $2,4 \text{ A}$?
8. Na izmjenični napon serijski su spojeni svitak i kondenzator. Koliki mora biti kapacitet kondenzatora da uz induktivitet svitka od $4,2 \text{ H}$ i frekvenciju od 50 Hz dođe do rezonancije?
9. Pri kojoj frekvenciji nastupa rezonancija u strujnom krugu u kojem se nalaze serijski spojeni kondenzator kapaciteta $5 \mu\text{F}$ i svitak induktiviteta 2 H ? Koliki je tada otpor kondenzatora i otpor svitka?
10. U dosadašnjim zadacima zanemarili smo omski otpor svitaka. Koliki je ukupni otpor strujnog kruga koji je priključen na struju frekvencije od 50 Hz , a u kojem je serijski spojen otpornik od 10Ω , kapacitivni otpor od 8Ω i svitak sa 500 zavoja, promjera 10 cm i duljine 60 cm . Treba uzimati u obzir i omski otpor svitka (žica svitka je od bakra i ima presjek $0,2 \text{ mm}^2$).
11. Na izmjenični napon od 110 V , 50 Hz priključen je svitak koji ima induktivni otpor od 120Ω i omski otpor od 60Ω . Koliki se otpornik mora uključiti serijski s tim svitkom da kroz strujni krug teče struja jakosti $0,55 \text{ A}$?
12. Koliki je induktivitet svitka čiji je omski otpor 30Ω , a priključen na napon od 220 V , 50 Hz propušta struju jakosti $4,4 \text{ A}$?
13. Kondenzator i svitak serijski su priključeni na izvor izmjeničnog napona od 220 V , 50 Hz . Kolika je jakost struje ako svitak ima induktivitet od 8 H i omski otpor od 75Ω , a kondenzator kapacitet od $0,5 \mu\text{F}$?
14. Koliki je ukupni otpor u krugu izmjenične struje frekvencije 50 Hz ako su u krugu serijski uključeni otpornik od 10Ω , kondenzator od $4 \mu\text{F}$ i svitak čiji je induktivitet $2,5 \text{ H}$ i omski otpor 6Ω ?

10.4. PARALELNO SPAJANJE OTPORA U KRUGU IZMJENIČNE STRUJE

10.4.1. Paralelno spajanje istovrsnih otpora

- a) Paralelno spajanje omskih otpora (sl. 275.a)
Svi paralelno spojeni otpori dobivaju isti napon zajedničkog izvora. Budući da su struje kod omskih otpora u fazi s tim zajedničkim naponom, onda su i struje međusobno u fazi. Kod struja koje su u fazi, vrijedi I. Kirchhoffov zakon u obliku:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$$

Ako u tu jednadžbu uvrstimo za jakost struje izraz iz Ohmova zakona, dobijemo

$$\frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} + \dots \text{ odnosno}$$

$$\boxed{\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots}$$

- b) Paralelno spajanje induktivnih otpora (sl. 275.b)

Svaka od pojedinačnih struja zaostaje za zajedničkim naponom za kut od 90° , pa su stoga te pojedinačne struje međusobno u fazi. Prema tome i ovdje vrijedi

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$$

$$\frac{U}{X_L} = \frac{U}{X_{L1}} + \frac{U}{X_{L2}} + \frac{U}{X_{L3}} + \dots$$

$$\boxed{\frac{1}{X_L} = \frac{1}{X_{L1}} + \frac{1}{X_{L2}} + \frac{1}{X_{L3}} + \dots}$$

- c) Paralelno spajanje kapacitivnih otpora (sl. 275.c)

Svaka od pojedinačnih struja kroz te otpore prethodi zajedničkom naponu za 90° , pa su te struje međusobno u fazi. Dakle, vrijedi

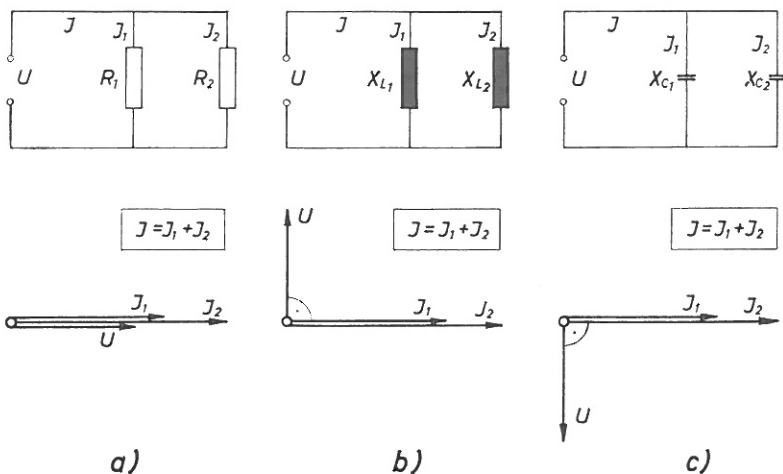
$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$$

$$\frac{U}{X_c} = \frac{U}{X_{c1}} + \frac{U}{X_{c2}} + \frac{U}{X_{c3}} + \dots$$

$$\boxed{\frac{1}{X_c} = \frac{1}{X_{c1}} + \frac{1}{X_{c2}} + \frac{1}{X_{c3}} + \dots}$$

Iz dosadašnjeg razlaganja možemo zaključiti da je kod paralelnog spajanja bilo kojih istovrsnih otpora

recipročna vrijednost ukupnog otpora jednaka zbroju recipročnih vrijednosti pojedinih otpora.



Sl. 275. Paralelno spajanje istovrsnih otpora

10.4.2. Paralelno spajanje omskog i induktivnog otpora

I pri ovom spajanju oba otpora dobivaju jednak napon zajedničkog izvora. Međutim, struja kroz omski otpor u fazi je s tim zajedničkim naponom, a struja kroz induktivni otpor zaostaje za zajedničkim naponom za kut $\varphi_L = 90^\circ$, pa zbog toga i između struja postoji fazni pomak od 90° . Tako fazno pomaknute struje ne mogu se algebarski zbrajati, već samo vektorskim putem. Iz vektorskog dijagrama (sl. 276.) proizlazi da je

$$I^2 = I_R^2 + I_L^2$$

$$\frac{U^2}{Z^2} = \frac{U^2}{R^2} + \frac{U^2}{X_L^2}$$

$$\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2}$$

$$\frac{1}{Z^2} = \frac{X_L^2 + R^2}{R^2 \cdot X_L^2}$$

$$Z^2 = \frac{R^2 \cdot X_L^2}{R^2 + X_L^2}$$

$$Z = \sqrt{\frac{R^2 \cdot X_L^2}{R^2 + X_L^2}}$$

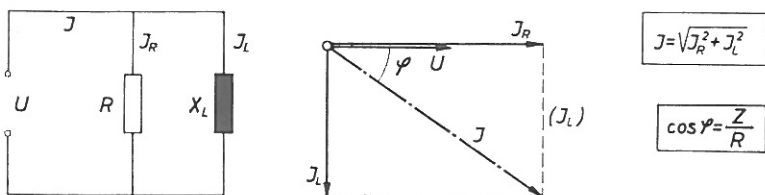
odnosno

$$Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

Iz vektorskog dijagrama može se i fazni pomak odrediti izravnim mjerenjem kuta ili računski pomoću formule

$$\cos \varphi = \frac{I_R}{I} = \frac{\frac{U}{R}}{\frac{U}{Z}} = \frac{Z}{R}$$

$\cos \varphi = \frac{Z}{R}$



Sl. 276. Paralelno spajanje omskog i induktivnog otpora

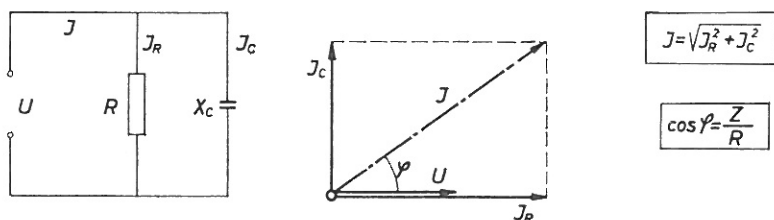
10.4.3. Paralelno spajanje omskog i kapacitivnog otpora

Oba otpora dobivaju isti napon zajedničkog izvora. Struja kroz omski otpor je u fazi s naponom, a struja kroz kapacitivni otpor zaostaje za tim naponom za 90° . Zbog toga su te struje i međusobno fazno pomaknute za 90° , pa resultantnu struju možemo dobiti samo vektorskim putem (sl. 277).

$$I^2 = I_R^2 + I_c^2$$

Sličnim izvodom kao u 10.4.2 dobijemo

$$Z = \frac{R \cdot X_c}{\sqrt{R^2 + X_c^2}}$$



Sl. 277. Paralelno spajanje omskog i kapacitivnog otpora

Fazni pomak možemo dobiti iz vektorskog dijagrama mjerenjem kuta ili računski pomoću formule

$$\cos \varphi = \frac{I_R}{I} = \frac{\frac{U}{R}}{\frac{U}{Z}} = \frac{Z}{R}$$

$\cos \varphi = \frac{Z}{R}$

Primjer. Paralelni spoj omskog otpora od 20Ω i kapacitivnog otpora od 15Ω priključen je na napon od 150 V (sl. 261). Kolike su struje kroz pojedine grane, ukupna struja, impedancija i $\cos \varphi$?

$R = 20 \Omega$	a)	$I_R = \frac{U}{R}$	$I_R = \frac{150}{20} = 7,5 \text{ A}$
$X_c = 15 \Omega$	b)	$I_c = \frac{U}{X_c}$	$I_c = \frac{150}{15} = 10 \text{ A}$
$U = 150 \text{ V}$	c)	$I = \sqrt{I_R^2 + I_c^2}$	$I = \sqrt{7,5^2 + 10^2} = 12,5 \text{ A}$
$I_R = ?$	d)	$Z = \frac{R \cdot X_c}{\sqrt{R^2 + X_c^2}}$	$Z = \frac{20 \cdot 15}{\sqrt{20^2 + 15^2}} = 12 \Omega$
$I_c = ?$	e)	$\cos \varphi = \frac{Z}{R}$	$\cos \varphi = \frac{12}{20} = 0,6$
$I = ?$			
$Z = ?$			
$\cos \varphi = ?$			

10.4.4. Paralelno spajanje omskog otpora i prividnog otpora svitka

Svaki svitak uz induktivni otpor (X_L) ima i neki omski otpor (R_L), pa je ukupni prividni otpor svitka $Z_L = \sqrt{R_L^2 + X_L^2}$ (serijsko spajanje!)

Ako je paralelno sa svitkom spojen još i neki drugi omski otpor (R_R), kroz pojedine grane takvog spoja teći će struje

$$I_R = \frac{U}{R_R} \quad \text{i} \quad I_L = \frac{U}{Z_L}$$

Struja I_R je u fazi sa zajedničkim naponom U , a struja I_L fazno je pomaknuta prema zajedničkom naponu za kut φ_L . Veličinu faznog pomaka φ_L možemo izračunati prema već izvedenoj formuli za serijsko spajanje

$$\cos \varphi_L = \frac{R_L}{Z_L}$$

Iz vektorskog dijagrama (sl. 278) možemo pomoću kosinusova poučka izračunati ukupnu struju

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2 - 2 I_R I_L \cos(180 - \varphi_L)}$$

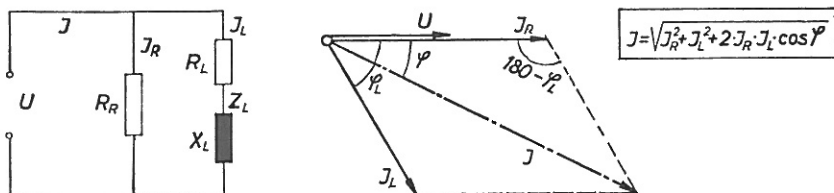
Budući da je $\cos(180 - \varphi_L) = -\cos \varphi_L$, dobijemo

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2 + 2 I_R I_L \cos \varphi_L}$$

Formula za ukupni otpor obiju grana može se izvesti iz formule za ukupnu jakost struje. Uvođenjem prikladnih izraza dobije se konačna formula za ukupni otpor

$$Z = \frac{R_R \cdot Z_L}{\sqrt{(R_R + R_L)^2 + X_L^2}}$$

gdje je R_L ... omski otpor svitka (Ω)
 R_R ... omski otpor paralelno spojen sa svitkom (Ω)
 X_L ... induktivni otpor svitka (Ω)
 Z_L ... impedancija svitka (Ω)
 Z ... ukupna impedancija paralelnog spoja (Ω)



Sl. 262. Paralelno spajanje omskog otpora i prividnog otpora svitka

Primjer. Na izvor napona 72 V priključen je mješoviti spoj (sl. 262) u čijoj se jednoj grani nalazi omski otpor od 9Ω , a u drugoj grani je serijski spojen omski otpor od 6Ω i induktivni otpor od 8Ω . Kolike su struje kroz pojedine grane i ukupna struja, koliki su naponi na pojedinim otporima i koliki je ukupni otpor?

$$\begin{aligned} U &= 72 \text{ V} \\ R_R &= 9 \Omega \\ R_L &= 6 \Omega \\ X_L &= 8 \Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_L &=? \\ I_R &=? \\ I &=? \\ U_{RR} &=? \\ U_{RL} &=? \\ U_{XL} &=? \\ Z &=? \end{aligned}$$

a) $Z_L = \sqrt{R_L^2 + X_L^2} \qquad Z_L = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \Omega$

b) $\cos \varphi_L = \frac{R_L}{Z_L} \qquad \cos \varphi_L = \frac{6}{10} = 0,6$

c) $I_R = \frac{U}{R_R} \qquad I_R = \frac{72}{9} = 8 \text{ A}$

d) $I_L = \frac{U}{Z_L} \qquad I_L = \frac{72}{10} = 7,2 \text{ A}$

e) $I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2 + 2 \cdot I_R \cdot I_L \cdot \cos \varphi_L}$
 $I = \sqrt{8^2 + 7,2^2 + 2 \cdot 8 \cdot 7,2 \cdot 0,6} = 13,6 \text{ A}$

f) $U_{RR} = I_R \cdot R_R \qquad U_{RR} = 8 \cdot 9 = 72 \text{ V}$

g) $U_{RL} = I_L \cdot R_L \qquad U_{RL} = 7,2 \cdot 6 = 43,2 \text{ V}$

h) $U_{XL} = I_L \cdot X_L \qquad U_{XL} = 7,2 \cdot 8 = 57,6 \text{ V}$

i) Kontrola:

$$U = \sqrt{U_{RL}^2 + U_{XL}^2} \qquad U = \sqrt{43,2^2 + 57,6^2} = 72 \text{ V}$$

j) $Z = \frac{Z_L \cdot R_R}{\sqrt{(R_R + R_L)^2 + X_L^2}} \qquad Z = \frac{10 \cdot 9}{\sqrt{(9 + 6)^2 + 8^2}} = 5,29 \Omega$

k) Kontrola

$$Z = \frac{U}{I} \qquad Z = \frac{72}{13,6} = 5,29 \Omega$$

10.4.5. Općenito o paralelnom spajanju otpora

Iz dosadašnjeg izlaganja o paralelnom spajanju otpora možemo zaključiti

- a) da se kod paralelnog spajanja dvaju istovrsnih otpora ukupni otpor dobiva tako da se umnožak tih dvaju otpora podijeli njihovim algebarskim zbrojem

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$X_L = \frac{X_{L1} \cdot X_{L2}}{X_{L1} + X_{L2}}$$

$$X_c = \frac{X_{c1} \cdot X_{c2}}{X_{c1} + X_{c2}}$$

- b) da se kod paralelnog spajanja dvaju raznovrsnih otpora ukupni otpor dobiva tako da se umnožak tih dvaju otpora podijeli njihovim vektorskim zbrojem

$$Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

$$Z = \frac{R \cdot X_c}{\sqrt{R^2 + X_c^2}}$$

- c) da se kod paralelnog spajanja dvaju raznovrsnih otpora kosinus faznog pomaka između struja dobiva tako da se impedancija podijeli omskim otporom

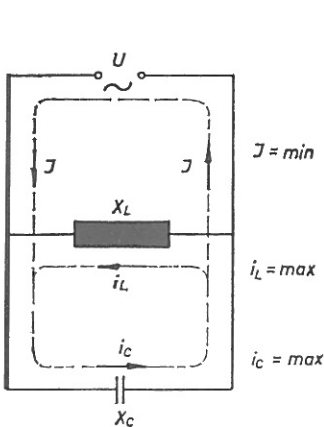
$$\cos \varphi = \frac{Z}{R}$$

(Usporedi sa serijskim spajanjem otpora na str. 203.)

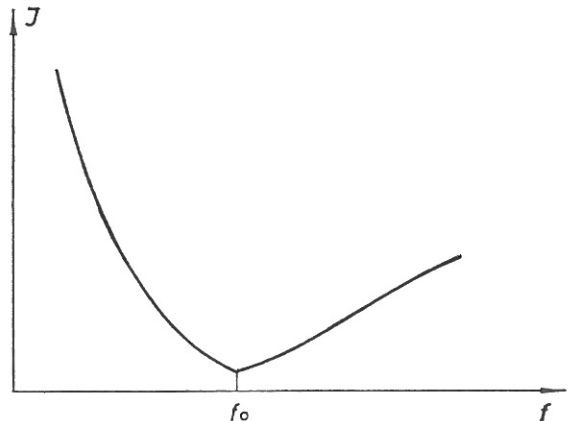
10.4.6. Paralelna rezonancija

Uz serijsku rezonanciju postoji i paralelna ili strujna rezonancija. Ona nastaje u strujnim krugovima s paralelno spojenim induktivnim i kapacitivnim otporom (sl. 279) kad su ti otpori po veličini jednaki.

Izjednačenje otpora može se postići na isti način kao i pri serijskoj rezonanciji, tj. mijenjanjem induktiviteta svitka, kapaciteta kondenzatora ili frekvencije struje.



Sl. 279. Jakosti struja pri paralelnoj rezonanciji



Sl. 280. Rezonancijska krivulja pri serijskoj rezonanciji

Kad su otpori paralelno spojeni, ne postoji fazni pomak između napona jer su svi otpori direktno spojeni na isti napon. Međutim, postoji fazni pomak između struja koje prolaze kroz pojedine otpore. Uslijed tog faznog pomaka pri paralelnoj rezonanciji nastaju ove posljedice:

- a) **Struje kroz otpore (i_L , i_C) postižu maksimalne vrijednosti, te kruže čas u jednom, čas u drugom smjeru unutar dijela strujnog kruga koji čine ta dva otpora. Do toga dolazi jer se pri rezonanciji djelovanje obaju otpora gotovo potpuno poništava.**
- b) **Struja iz izvora (I) smanjuje se na minimum i bila bi jednaka nuli kad u strujnom krugu ne bi postojali omski otpori.**

Rezonancijska krivulja pri paralelnoj rezonanciji ima oblik prikazan na sl. 280.

Paralelna rezonancija je, dakle, pojava kad se pri izvjesnoj frekvenciji (rezonancijskoj frekvenciji f_c) struja iz izvora smanji na minimum, dok se istovremeno pojača izmjenično kruženje ili titranje struje u dijelu strujnog kruga koji čine induktivni i kapacitivni otpor. Taj dio strujnog kruga zove se titrajni krug.

Zadaci

1. Kolika struja teče kroz paralelni spoj omskog otpora od $6,4 \Omega$ i induktivnog otpora od $4,8 \Omega$ ako je taj spoj priključen na napon od 96 V ?
2. Kroz paralelni spoj omskog trošila i kondenzatora teče ukupna struja od $1,5 \text{ A}$. Kolika je struja kroz kondenzator ako je struja kroz omsko trošilo $0,9 \text{ A}$?
3. Riješi vektorski i računski kolika je ukupna struja u paralelnom sklopu u kojem teče jedna struja od $3,2 \text{ A}$ kroz omski otpor, a druga struja od $2,4 \text{ A}$ kroz induktivni otpor. Koliki je fazni pomak između ukupne struje i napona?
4. Trošilo omskog otpora od 60Ω spojeno je paralelno s kondenzatorom kapaciteta $40 \mu\text{F}$. Kolika je struja kroz trošilo i struja kroz kondenzator, ukupna struja, ukupni otpor i fazni pomak ako je taj paralelni spoj priključen na napon 210 V , 50 Hz ?
5. Svitak induktiviteta 5 H i omski otpor od $1\,000 \Omega$ paralelno su spojeni na napon od 220 V , 50 Hz . Kolika je struja kroz svitak i struja kroz omski otpor i koliki je među njima fazni pomak?
6. Na napon od 120 V priključeni su paralelno spojeni omski otpor od 60Ω i induktivni otpor od 80Ω . Kolika struja teče kroz pojedine otpore, kolika je ukupna struja i ukupni otpor?
7. Koliki moramo induktivni otpor spojiti paralelno s omskim otporom od 40Ω da struje u granama budu fazno pomaknute za 60° ?
8. U jednoj grani paralelnog spoja nalazi se svitak kojemu je omski otpor 120Ω i induktivni otpor 90Ω , a u drugoj grani je omsko trošilo kojemu je otpor 125Ω . Kroz svitak teče struja od 5 A , a kroz omsko trošilo struja od 6 A .
 - a) Izračunaj kolika je impedancija svitka i koliki je fazni pomak između struje kroz svitak i napona.
 - b) Vektorski odredi kolika je ukupna struja kroz spoj i koliki je njezin fazni pomak prema naponu.
 - c) Kontroliraj dobivenu ukupnu struju računskim putem.
9. Koliki je napon potreban da kroz tri paralelno spojena svitka teče ukupna struja od 18 A ? Svici imaju induktivne otpore od 24Ω , 36Ω i 18Ω ?
10. Dva paralelno spojena kondenzatora treba da imaju ukupni kapacitivni otpor od 7Ω . Koliki mora biti kapacitivni otpor drugog kondenzatora ako prvi ima otpor od 12Ω ?

11. SNAGA I RAD IZMJENIČNE STRUJE

11.1. SNAGA IZMJENIČNE STRUJE

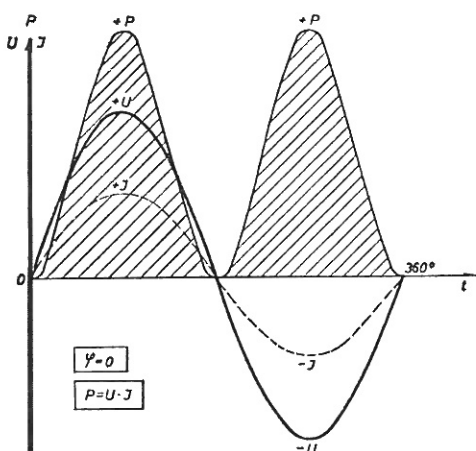
11.1.1. Djelatna snaga

Snagu istosmjerne struje izračunamo tako da pomnožimo njezinu jakost i napon. Kod izmjenične struje jakost i napon stalno se mijenjaju, a množenjem njezinih trenutnih vrijednosti dobijemo samo njezinu snagu u tom trenutku. Ako su u strujni krug uključena samo omska trošila, između jakosti i napona ne postoji fazni pomak ($\varphi = 0$), pa su jakost i napon u svakom trenutku ili oboje pozitivni ili oboje negativni (sl. 281). I množenjem pozitivnih vrijednosti i množenjem negativnih vrijednosti dobijemo pozitivnu veličinu, stoga je snaga izmjenične struje ovdje stalno pozitivna vrijednost. U elektro-tehnici to znači da se električna energija kreće samo od izvora do trošila gdje se u cjelini pretvara u neki drugi oblik energije (toplina, mehanički rad, svjetlo ili slično).

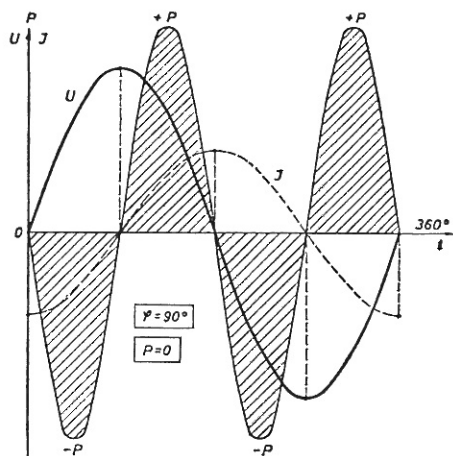
Snaga takve električne energije, koja se u trošilu pretvara u neki drugi oblik energije zove se djelatna snaga, a struja koja toj snazi pripada zove se djelatna struja.

Djelatnu snagu označujemo sa P , a jedinica za njezino mjerenje je ista kao i kod istosmjerne struje, tj. vat (1 W).

Ako na dijagramu nacrtamo sinusoide napona i struje te pomnožimo njezine trenutne vrijednosti, dobijemo krivulju električne snage. Ta je krivulja opet sinusoida, samo je njezina frekvencija dva puta veća od frekvencije napona ili struje (sl. 281).



Sl. 281. Snaga izmjenične struje pri omskom opterećenju



Sl. 282. Snaga izmjenične struje pri induktivnom ili kapacitivnom opterećenju

11.1.2. Jalova snaga

Kad bismo u strujnom krugu imali samo induktivni ili samo kapacitivni otpor, između struje i napona postojao bi fazni pomak za četvrtinu periode ($\varphi = 90^\circ$). Tada bismo množenjem trenutnih vrijednosti napona i struje dobivali i pozitivne i negativne vrijednosti snage jer vrijednosti napona i struje ne bi bile uvijek istog predznaka. Negativna snaga je snaga one električne energije koja neiskorištena prolazi kroz trošilo i vraća se u obliku električne energije natrag u izvor.

Ta energija beskorisno kruži strujnim krugom, pa se njezina snaga zove jalova snaga, a njoj pripadna struja zove se jalova struja.

Iz dijagrama na sl. 282. vidimo da je i pri čisto induktivnom i čisto kapacitivnom opterećenju ($\varphi = 90^\circ$) negativni dio krivulje snage po veličini jednak pozitivnom dijelu krivulje snage, a to znači da je trošilo svu primljenu energiju vratilo natrag u izvor. Sva je snaga, dakle, jalova, tj. ona u trošilu ne izaziva nikakav trajni učinak. Tako bi, na primjer, bilo kad bismo imali svitak bez omskog otpora. U njemu bi se električna energija za vrijeme pozitivne polovice periode pretvarala u magnetsku energiju, ali ta bi se magnetska energija u drugoj negativnoj polovici periode natrag pretvorila u električnu energiju. Struja bi, dakle, tekla, ali se električna energija ne bi trošila, niti bi se dobila trajno neka druga energija.

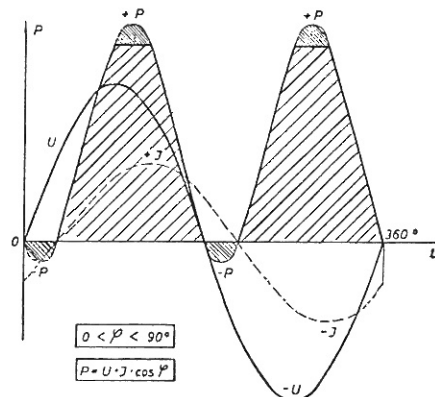
Jalova snaga označuje se sa P_x , a jedinica za njezino mjerenje je var (1 Var).

11.1.3. Prividna snaga

Stavko induktivno ili kapacitivno trošilo ima u praksi uz induktivni, odnosno kapacitivni otpor i neki omski otpor, pa je fazni pomak uvijek manji od 90° . Zbog toga pozitivni dijelovi krivulje nisu jednaki negativnim dijelovima krivulje snage. Na sl. 283. vidimo da su pozitivni dijelovi krivulje snage veći, a negativni manji. To znači da je električna energija koja dolazi u trošilo veća od električne energije koja se iz trošila neiskorištena vraća u izvor. Jedan se dio električne energije, dakle, u trošilu pretvorio u drugi oblik energije. Taj iskorišteni dio električne energije bit će to veći što je manji negativni dio krivulje snage, a on će biti manji ako je fazni pomak manji. Trošilo, dakle, bolje prerađuje električnu energiju ako je fazni pomak manji.

Snaga koju trošilo prima može, prema tome, biti

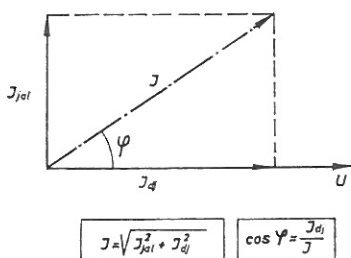
- a) potpuno iskorištena ($\varphi = 0$),
- b) djelomično iskorištena ($0 < \varphi < 90^\circ$)
- c) potpuno neiskorištena ($\varphi = 90^\circ$).



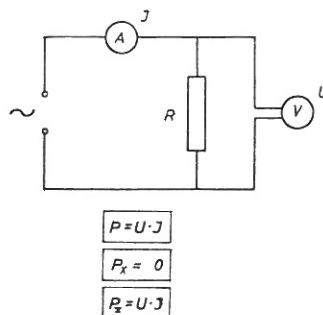
Sl. 283. Snaga izmjenične struje pri induktivno-omskom ili kapacitivno-omskom opterećenju

Djelotvornost nekog trošila, dakle, ne možemo prosuđivati samo na osnovu napona i struje što ih to trošilo prima, jer nam ovo oboje daje samo prividno njegovu vrijednost. Stoga umnožak tog napona i struje zovemo prividna snaga, a pripadnu struju zovemo prividna struja.

Prividna snaga označuje se sa P_z , a jedinica za njezino mjerenje je volt-amper (1 VA).



Sl. 284. Odnos prividne, djelatne i jalove struje



Sl. 285. Prividna, djelatna i jalova snaga pri omskom opterećenju

11.1.4. Izračunavanje snage izmjenične struje

Prividna struja je ukupna struja koja teče nekim dijelom strujnog kruga, a njezinu veličinu pokazuje uključeni ampermetar. Ona se može podijeliti na dvije komponente: djelatnu i jalovu. Djelatnu komponentu čini djelatna struja (koja je u fazi s naponom), a jalova komponenta je jalova struja (fazno pomaknuta prema naponu za 90°). Odnos prividne struje i njezinih komponenata prikazan je na sl. 284. Iz slike se vidi da je

$$I_{dj} = I \cdot \cos \varphi$$

gdje je I . . . prividna struja mjerena ampermetrom (A)
 φ . . . fazni pomak

$$I_{jal} = I \cdot \sin \varphi$$

Električnu snagu uvijek dobijemo množenjem napona s pripadnom strujom. Prema tome, djelatna snaga je umnožak napona i djelatne struje, jalova snaga je umnožak napona i jalove struje, a prividna snaga je umnožak napona i prividne struje.

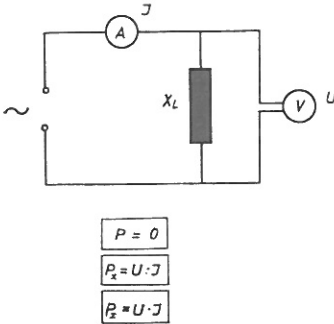
$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

gdje je P . . . djelatna snaga (W)
 P_x . . . jalova snaga (Var)
 P_z . . . prividna snaga (VA)
 U . . . električni napon (V)
 I . . . jakost struje (A)
 φ . . . fazni pomak između prividne struje i napona

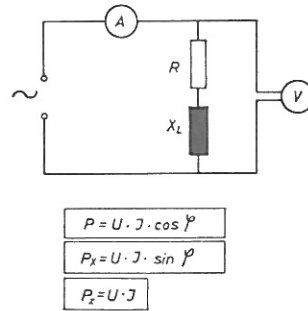
$$P_x = U \cdot I \cdot \sin \varphi$$

$$P_z = U \cdot I$$

Odnos djelatne, jalove i prividne struje ovisi o faznom pomaku između prividne struje i napona (sl. 285, sl. 286. i sl. 287). Taj pomak je pri posve omskom opterećenju jednak nuli ($\varphi = 0$), pri sasvim induktivnom ili posve kapacitivnom opterećenju je 90° ($\varphi = 90^\circ$), a pri induktivno-omskom ili kapacitivno-omskom veći je od nule, a manji od 90° ($0 < \varphi < 90^\circ$).



Sl. 286. Prividna, djelatna i jalova snaga pri induktivnom (ili kapacitivnom) opterećenju



Sl. 287. Prividna, djelatna i jalova snaga pri induktivno-omskom (ili kapacitivno-omskom) opterećenju

11.1.5. Faktor snage

U gornjim formulama izraz $U \cdot I$ predstavlja prividnu snagu P_z , pa možemo pisati

$$P = P_z \cdot \cos \varphi$$

$$P_x = P_z \cdot \sin \varphi$$

Ako obje jednačbe kvadriramo i zbrojimo, dobijemo novu jednačbu

$$P^2 + P_x^2 = P_z^2 \cdot \cos^2 \varphi + P_z^2 \cdot \sin^2 \varphi$$

$$P^2 + P_x^2 = P_z^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi)$$

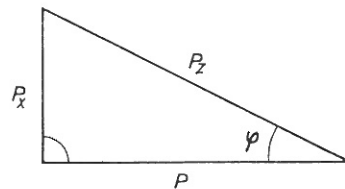
Iz trigonometrije znamo da je

$$\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1,$$

pa uvrštenjem te vrijednosti u gornju formulu imamo

$$P^2 + P_x^2 = P_z^2$$

$$P = \sqrt{P_z^2 - P_x^2}$$



Sl. 288. Odnos prividne, djelatne i jalove snage

Gornja formula daje nam međusobnu ovisnost triju snaga izmjenične struje. Oblik te formule pokazuje nam da prividnu, djelatnu i jalovu snagu možemo prikazati kao stranice pravokutnog trokuta (sl. 288), tj. da je

$$P = \sqrt{P_z^2 - P_x^2}$$

$$P_x = \sqrt{P_z^2 - P^2}$$

Iz tog trokuta je također vidljivo da je

$$\cos \varphi = \frac{P}{P_z}$$

Izraz $\cos \varphi$ zove se faktor snage, a predočuje odnos djelatne i prividne snage.

Vrijednost faktora snage može se kretati od 0 do 1, a ovisi o veličini faznog pomaka

- | | |
|---|-------------------------------------|
| a) pri čisto omskom opterećenju ($\varphi = 0$) | $\cos \varphi = \cos 0 = 1,$ |
| b) pri čisto induktivnom opterećenju
ili pri čisto kapacitivnom opterećenju ($\varphi = 90^\circ$) | $\cos \varphi = \cos 90^\circ = 0,$ |
| c) pri induktivno-omskom ili
kapacitivno-omskom opterećenju ($0 < \varphi < 90^\circ$) | $1 > \cos \varphi > 0.$ |

Primjer. Elektromotor izmjenične struje priključen je na napon od 220 V, uzima struju 2,4 A i ima faktor snage 0,72. Kolika je njegova prividna, djelatna i jalova snaga?

$U = 220 \text{ V}$	a) $P_z = U \cdot I$
$I = 2,4 \text{ A}$	$P_z = 220 \cdot 2,4 = 528 \text{ VA}$
$\cos \varphi = 0,72$	b) $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$
<hr/>	$P = 220 \cdot 2,4 \cdot 0,72 = 380 \text{ W}$
$P_z = ?$	c) $P_x = \sqrt{P_z^2 - P^2}$
$P = ?$	$P_x = \sqrt{528^2 - 380^2} = 366 \text{ Var}$
$P_x = ?$	

11.1.6. Poboljšanje faktora snage

Faktor snage pokazuje nam korisnost nekog trošila. Što je faktor snage manji, manja je djelatna snaga, a veća jalova snaga. Premda se jalova snaga ne gubi, nego se vraća natrag u izvor, ipak je ona nepoželjna jer beskorisno opterećuje vodove, trošilo i sam izvor. Zbog toga svi ti dijelovi strujnog kruga moraju biti jače dimenzionirani, a time i skuplji. Osim toga, gubici su u vodovima veći ako je jača struja, pa su pri malom faktoru snage i gubici nerazmjerno veliki prema ostvarenom učinku trošila.

Da bi se poboljšao faktor snage, odnosno smanjila jalova struja, nastoji se smanjiti fazni pomak između napona i struje. To se pri induktivnom opterećenju (elektromotori, transformatori i slično) postiže tako da se paralelno s takvim trošilom priključi prikladni kondenzator. Kapacitet kondenzatora mora biti tako određen da uz priključeni napon prouzroči jalovu struju koja je po veličini jednaka jalovoj struji induktivnog trošila. Budući da induktivna i kapacitivna struja imaju suprotan smjer, one će se međusobno poništavati i kroz strujni krug će teći samo djelatna struja.

Fazni pomak će se tada smanjiti na nulu, a faktor snage će se povisiti na 1. Takav postupak zove se poboljšanje faktora snage ili kompenzacija jalove struje.

11.1.7. Određivanje kapaciteta kompenzacionog kondenzatora

Struja kroz kondenzator potpuno je jalova, a njezinu veličinu određujemo

$$I_{xc} = \frac{U}{X_c}$$

$$I_{xc} = U : \frac{1}{2 \pi f c}$$

$$I_{xc} = 2 \pi \cdot f \cdot C \cdot U$$

Snaga te struje iznosi

$$P_{xc} = U \cdot I_{xc}$$

$$P_{xc} = 2 \pi \cdot f \cdot C \cdot U^2$$

Ako želimo postići potpunu kompenzaciju jalove struje nekog induktivnog trošila, jalova struja i jalova snaga priključenog kondenzatora moraju biti jednake jalovoj struji i jalovoj snazi tog trošila.

$$2 \pi \cdot f \cdot C \cdot U^2 = P_{XL}$$

Iz toga proizlazi da potpunu kompenzaciju možemo postići ako priključimo kondenzator čiji kapacitet iznosi

$$C = \frac{P_{XL}}{2 \pi \cdot f \cdot U^2}$$

gdje je C . . . kapacitet priključenog kondenzatora (F)
 P_{XL} . . . jalova snaga induktivnog trošila (Var)
 f . . . frekvencija struje (Hz)
 U . . . priključeni napon (V)

Primjer. Elektromotor je priključen na izmjenični napon od 220 V (50 Hz), a daje uz $\cos \varphi = 0,7$ djelatnu snagu 7,5 kW. Kolika je njegova jalova snaga? Koliki mora biti kapacitet kondenzatora koji bi potpuno kompenzirao tu jalovu snagu?

$$\begin{aligned} U &= 220 \text{ V} \\ f &= 50 \text{ Hz} \\ \cos \varphi &= 0,7 \\ P &= 7,5 \text{ kW} \\ \hline P_x &= ? \\ C &= ? \end{aligned}$$

$$\text{a) } \cos \varphi = \frac{P}{P_z}$$

$$P_z = \frac{P}{\cos \varphi}$$

$$P_z = \frac{7,5}{0,7} = 10,7 \text{ kVA}$$

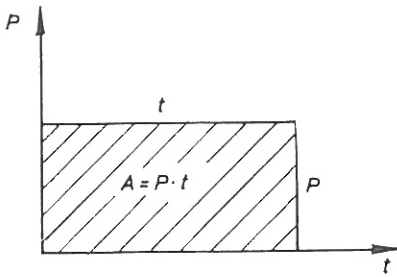
$$\text{b) } P_x = \sqrt{P_z^2 - P^2}$$

$$P_x = \sqrt{10,7^2 - 7,5^2} = 7,6 \text{ kVar}$$

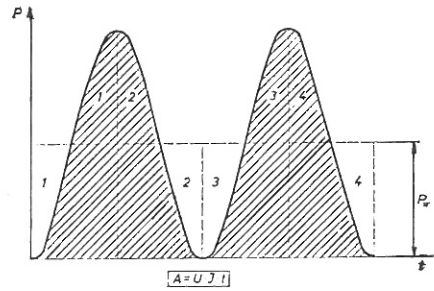
$$\text{c) } C = \frac{P_x}{2 \pi f U^2}$$

$$C = \frac{7600}{314 \cdot 220^2} = 0,000500 \text{ F}$$

$$C = 500 \mu\text{F}$$



Sl. 289. Grafičko prikazivanje električnog rada površinom pravokutnika



Sl. 290. Električni rad pri omskom opterećenju

11.2. RAD IZMJENIČNE STRUJE

Rad električne struje općenito se određuje tako da se njezina djelatna snaga pomnoži s vremenom.

$$A = P \cdot t$$

Grafički se rad može prikazati kao površina pravokutnika čija je jedna stranica djelatna snaga P , a druga stranica vrijeme t (sl. 289).

11.2.1. Čisto omsko opterećenje

Pri čisto omskom opterećenju *djelatna snaga je* $P = U \cdot I$, stoga je električni rad

$$A = U \cdot I \cdot t$$

Taj rad je grafički prikazan površinom koju omeđuje sinusoida snage i apscisna os jer je ta površina jednaka površini pravokutnika čije su stranice snaga i vrijeme (sl. 290).

11.2.2. Čisto induktivno ili čisto kapacitivno opterećenje

Pri čisto induktivnom ili čisto kapacitivnom opterećenju nema djelatne snage ($P = 0$), pa nema ni električnog rada

$$A = 0$$

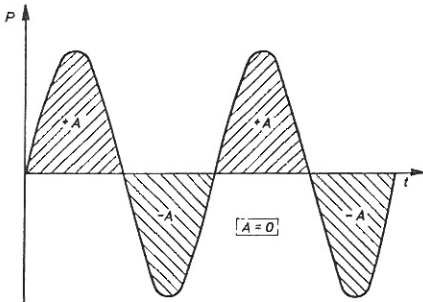
Iz dijagrama se vidi da dobijemo »pozitivni« i »negativni« rad koji su međusobno jednaki i potpuno se poništavaju (sl. 291).

11.2.3. Induktivno-omsko ili kapacitivno-omsko opterećenje

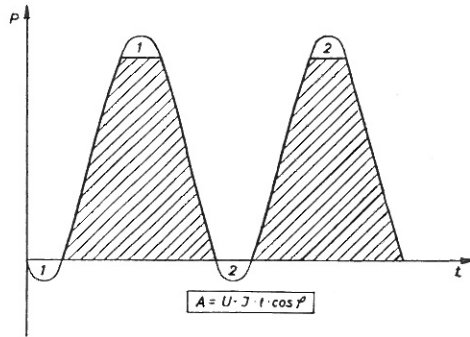
Pri induktivno-omskom ili kapacitivno-omskom opterećenju djelatna snaga izračuna se po formuli $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$, pa je električni rad

$$A = U \cdot I \cdot t \cdot \cos \varphi$$

Grafički je taj rad prikazan razlikom pozitivne i negativne površine koju omeđuju sinusoida i apscisna os (sl. 292).



Sl. 291. Električni rad pri induktivnom (ili kapacitivnom) opterećenju



Sl. 292. Električni rad pri induktivno-omskom (ili kapacitivno-omskom) opterećenju

Zadaci

1. Elektromotor priključen na izmjenični napon od 220 V uzima struju jakosti 4,5 A. Njegova djelatna snaga izmjerena vat-metrom iznosi 0,75 kW. Kolika je njegova prividna snaga, jalova snaga i faktor snage?
2. Na tablici nekog elektromotora označeno je $\cos \varphi = 0,75$, $P = 25$ kW, $U = 220$ V. Koliku struju uzima taj elektromotor iz mreže i kolika je njegova djelatna i jalova struja?
3. Prividna snaga nekog elektromotora iznosi 600 VA, a faktor snage je 0,82. Kolika je njegova djelatna i jalova snaga?
4. Snaga koju neki elektromotor predaje pri naponu od 220 V osovini iznosi 15 KS, stupanj njegova učinka je 0,9, a faktor snage 0,8. Koliku snagu i struju uzima taj elektromotor iz mreže?
5. Induktivno trošilo, građeno za 110 V, i 600 W, troši pri punom opterećenju struju jakosti 6,5 A. Kolika je djelatna, prividna i jalova snaga tog trošila, a koliki je faktor snage?
6. Na tablici elektromotora označena je snaga (10 KS), napon (220 V) i faktor snage ($\cos \varphi = 0,72$). Koliku struju troši taj elektromotor pri potpunom opterećenju? Kolika je njegova prividna i jalova snaga?
7. Kad je priključen na izmjenični napon od 220 V, neki elektromotor troši struju jakosti 25 A uz $\cos \varphi = 0,7$. Stupanj njegova učinka je 0,85.
 - a) Kolika je njegova prividna, djelatna i jalova struja?
 - b) Koliku snagu predaje osovini?
 - c) Koliki rad izvrši za 45 minuta?
8. Elektromotor izmjenične struje uzima pri naponu od 220 V iz mreže struju jakosti 12 A. Koliki je njegov faktor snage ako uz korisnost $\eta = 0,9$ predaje osovini snagu od 2 kW?
9. Koliki mora biti kompenzacioni kondenzator u uređaju čija djelatna snaga pri naponu od 220 V (50 Hz) iznosi 18 kW ako želimo faktor snage povećati od $\cos \varphi = 0,62$ na $\cos \varphi = 1$?
10. Elektromotor ima djelatnu snagu 0,8 kW, a troši pri naponu od 220 V (50 Hz) struju jakosti 5 A. Kolika je njegova prividna i jalova snaga i koliki mora biti kondenzator kojim bi se kompenzirala ta jalova snaga?
11. Induktivno trošilo troši pri naponu od 220 V, 50 Hz struju jakosti 8 A uz $\cos \varphi = 0,85$. Koliki mora biti kapacitet kondenzatora kojim bi se potpuno uklonio fazni pomak?

11. 3. TROFAZNA STRUJA

11.3.1. Pojam trofazne struje

Okretanjem petlje u homogenom magnetskom polju inducira se elektromotorna sila koja u zatvorenom strujnom krugu pokreće izmjeničnu struju. Ako se u homogenom magnetskom polju okreću tri petlje koje međusobno zatvaraju kutove od 120° , u njima će se inducirati tri elektromotorne sile. Te elektromotorne sile mogu u tri nezavisna strujna kruga pokrenuti tri izmjenične struje koje su po frekvenciji jednake, ali su jedna prema drugoj fazno pomaknute za 120° . Sva tri strujna kruga međusobno povezana čine trofazni sistem, a sve tri struje tada čine trofaznu struju. Prema tome,

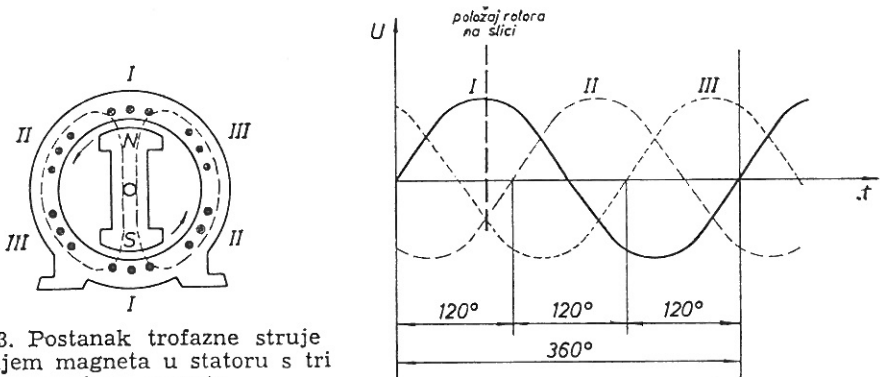
trofazna struja sastoji se od tri izmjenične struje koje su fazno pomaknute za 120° .

Struje inducirane u pojedinim petljama zovemo fazama trofazne struje, a vodove kroz koje te struje teku označujemo slovima R, S i T.

Sve tri inducirane elektromotorne sile nikada nemaju iste trenutne vrijednosti jer u svakom trenutku njihove petlje sijeku magnetske silnice pod različitim kutovima.

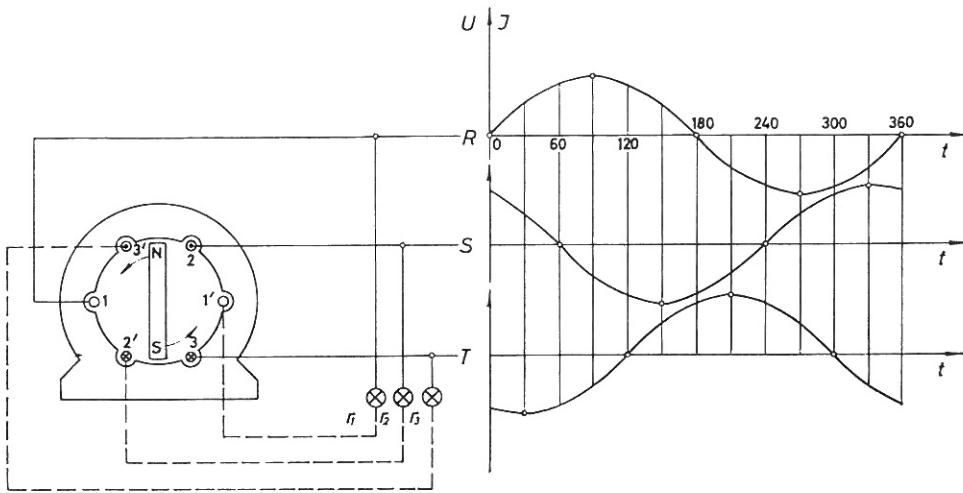
11.3.2. Dobijanje trofazne struje

Budući da je lakše odvoditi dobivene inducirane struje sa statora nego s rotora, generatori trofazne struje obično imaju namote u kojima se inducira struja na statoru, a magnete na rotoru. Princip takva trofaznog generatora prikazan je na sl. 293.



Sl. 293. Postanak trofazne struje okretanjem magneta u statoru s tri nezavisna namota

Pri okretanju rotora magnetske silnice sijeku sve tri petlje, ali veličina sječanja i smjer sječanja u svakoj su petlji različiti. Kod položaja rotora prikazanog na sl. 294. petlja 1-1' nalazi se u neutralnoj zoni magneta, pa se u njoj u tom trenutku ne inducira EMS. U petlji 2-2' inducirana EMS slabi jer se magnetsko polje od nje udaljuje. Petlji 3-3' magnetsko polje se približava, pa u njoj EMS raste. Budući da stranu 2 petlje 2-2' sijeku silnice sjevernog pola magneta, a stranu 3 petlje 3-3' sijeku silnice južnog pola magneta, u vodovima S i T inducira se elektromotorna sila suprotnog smjera.



Sl. 294. Odnos trenutnih veličina kod trofazne struje

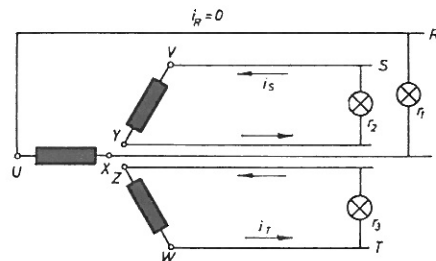
Promjena veličine i smjera induciranih elektromotornih sila u pojedinim petljama pokazuje nam dijagram na sl. 294. Kao početni položaj rotora uzet je onaj prikazan na slici, a zatim su dane veličine za svakih daljih 30° okreta rotora. Iz dijagrama vidimo da je zbroj dviju elektromotornih sila uvijek jednak trećoj, ali suprotnog predznaka. Prema tome,

zbroj svih triju elektromotornih sila trofazne struje u svakom je trenutku jednak nuli.

Ako su u sva tri strujna kruga uključena trošila jednake snage, elektromotorne sile će kroz njih pokretati jednake struje koje će međusobno biti fazno pomaknute za 120° . Tada kažemo da je trofazna struja simetrično opterećena. Odnosi iz gornjeg dijagrama vrijede tada i za struje, pa iz toga proizlazi da je

pri simetričnom opterećenju zbroj trenutnih jakosti struja kroz sva tri strujna kruga u svakom trenutku jednak nuli.

$$i_R + i_S + i_T = 0$$



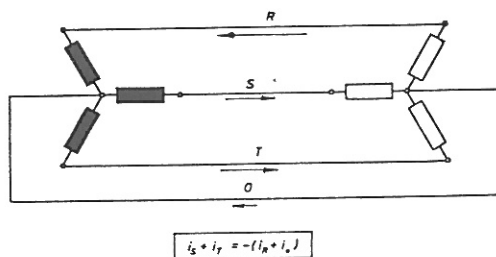
Sl. 295. Trofazni sistem s tri povratna voda

11.3.3. Spoj u zvijezdu

Na sl. 295. shematski je prikazan spoj sa sl. 294. Svici UX, VY i WZ su svici generatora na koje su preko mreže priključena tri jednaka trošila r_1 , r_2 i r_3 . Iz slike se vidi da bi za takav prijenos trofazne struje trebalo 6 vodova!

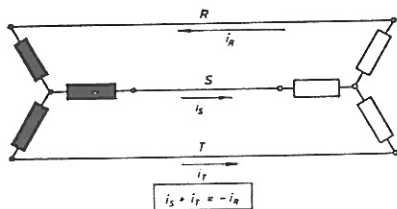
Međutim, tri unutarnja povratna voda mogu se zamijeniti jednim vodom tako da krajeve x, y i z svitaka generatora spojimo u jednu točku, a po jedan kraj svih triju trošila u drugu točku. Te dvije zajedničke točke zovu se zvjezdista ili nul-točke, a mogu se međusobno spojiti vodom koji se zove nul-vodič.

Pri nesimetričnom opterećenju kroz nul-vodič teče struja kojom se izjednačuje ukupna struja koja faznim vodičima u trošila dotječe i ukupna struja koja drugim faznim vodičima iz trošila oteče. U praksi je ta struja kroz nul-vodič vrlo mala, stoga je presjek nul-vodiča uvijek mnogo manji od presjeka faznih vodiča (sl. 296).



Sl. 296. Trofazni sistem s jednim povratnim vodom

Pri simetričnom opterećenju mreže kroz nul-vodič ne teče nikakva struja jer se sva struja, koja npr. teče jednim faznim vodičem od generatora prema jednom trošilu, vraća se preko ostala dva trošila i njihovih faznih vodiča natrag u generator. Nul-vodič je stoga nepotreban, pa se prijenos trofazne struje tada vrši s ukupno tri vodiča (sl. 297). Takav način spajanja triju faza u jednu zajedničku točku zove se spoj u zvijezdu.



Sl. 297. Trofazni sistem bez nul-vodiča

11.3.4. Naponi u trofaznom sistemu

U trofaznim generatorima sva su tri svitka međusobno jednaka, pa se u svakom od njih inducira jednaki efektivni napon. Stoga je napon između nul-vodiča i bilo kojeg faznog vodiča jednak jer su nul-vodič i svaki fazni vodič vezani na krajeve jednog od svitaka generatora.

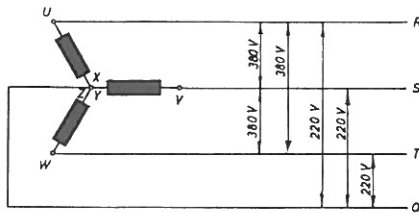
Taj napon između faznog vodiča i nul-vodiča zove se fazni napon,

a u našem trofaznom sistemu iznosi 220 V. Prema tome, fazni naponi su između O i R, O i S, O i T (sl.298).

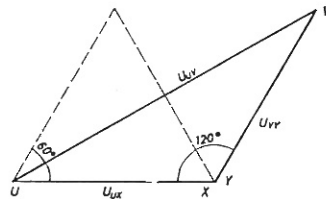
Osim faznog napona postoji i linijski napon.

Linijski napon je napon između dva fazna vodiča (R i S, R i T, S i T).

On nastaje zajedničkim djelovanjem elektromotornih sila nastalih u dva serijski spojena svitka generatora. Stoga bi se na prvi pogled činilo da je on dva puta veći od faznog napona. Međutim, zbog faznih pomaka između tih faznih napona, linijski napon ne dobija se njihovim algebarskim zbrajanjem, nego se dobija vektorskim sastavljanjem dvaju faznih napona pri čemu se uzimaju u obzir i smjerovi u kojima oni djeluju.



Sl. 298. Linijski i fazni naponi kod trofazne struje



Sl. 299. Odnos linijskog (U_{UV}) i faznog napona (U_{UX} ili U_{VY})

Iz sl. 299. vidi se da je linijski napon U_{UV} jednak dvostrukoj visini istostraničnog trokuta čija je stranica fazni napon U_{UX} ili U_{VY} .

$$U_{UV} = 2 \cdot \frac{U_{UX}}{2} \sqrt{3}$$

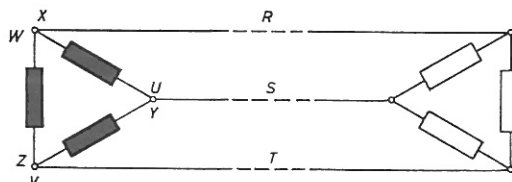
$$U_{UV} = U_{UX} \sqrt{3}$$

Linijski napon, dakle, dobijemo ako fazni napon pomnožimo sa $\sqrt{3}$.
U našem trofaznom sistemu on iznosi

$$U_{UV} = 220 \cdot 1,73 = 380 \text{ V}$$

11.3.5. Spoj u trokut

Drugi način spajanja u trofaznom sistemu je spoj u trokut. Takav spoj dobijemo ako kraj jednog svitka generatora spojimo s početkom drugog svitka, kraj drugog svitka s početkom trećeg svitka i kraj trećeg svitka s početkom prvog. Fazni vodiči mreže izlaze iz spojenih mjesta svitaka (sl. 300).



Sl. 300. Spajanje u trokut

Iz slike vidimo da pri ovom načinu spajanja nemamo nul-točaka ni nul-vodiča. U mreži imamo na raspolaganju samo jedan napon, a taj je jednak naponu koji se inducira u jednom svitku generatora. Npr.

$$U_{RS} = U_{XU}$$

Struja u faznim vodovima nije, međutim, jednaka struji induciranoj u jednom svitku generatora jer kroz svaki fazni vodič teče struja koja je sastavljena od dviju struja induciranih u dva svitka generatora. Tako, na primjer, kroz fazni vodič R teče struja iz svitaka ZW i XU . Budući da su te dvije struje fazno pomaknute za 120° , struja kroz fazni vodič nije jednaka njihovom algebarskom zbroju, nego se njezina veličina dobiva vektorskim sastavljanjem tih struja (sastavljanje napona u 10.2.3).

Takvim sastavljanjem dobijemo da je struja kroz fazni vodič $\sqrt{3}$ puta veća od struje kroz svitak generatora.

$$I_R = I_{UX} \cdot \sqrt{3}$$

Gornji odnosi vrijede samo za simetrično opterećenje mreže.

11.3.6. Priključak trošila na trofaznu struju

U našem četverovodnom trofaznom sistemu (220/380) stoji nam, dakle, na raspolaganju fazni napon od 220 V i linijski napon od 380 V. Te napone možemo primijeniti na ove načine:

- Trošilo priključimo između faznog i nul-vodiča, tj. trošilo prima fazni napon od 220 V (jednofazni elektromotori manje snage, osvjetljenje, kućanski aparati i sl.).
- Trošilo priključimo između dva fazna vodiča, tj. trošilo dobiva linijski napon od 380 V (jednofazni elektromotori veće snage).
- Trofazna trošila priključimo na sva tri fazna vodiča tako da svaki svitak trošila dobije po 380 V (trofazni elektromotori, industrijski elektroploinski uređaji velike snage i sl.).

11.3.7. Snaga trofazne struje

Kod jednofazne struje električnu snagu smo dobili po formuli:

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

Trofazna trošila su u stvari sastavljena od tri jednofazna trošila, stoga je njihova snaga tri puta veća

$$P = 3 \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

a) Spajanje u zvijezdu

Pri spajanju u zvijezdu napon (U) koji dobiva jedan namot trošila manji je 1,73 puta od linijskog napona (tj. napona između faznih vodova), a struja (I) u namotu jednaka je struji kroz fazne vodove (sl. 301).

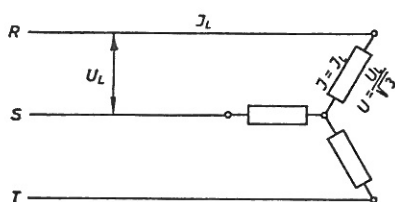
$$U = \frac{U_L}{1,73} \quad I = I_L$$

Ako te vrijednosti uvrstimo u formulu za snagu, dobijemo

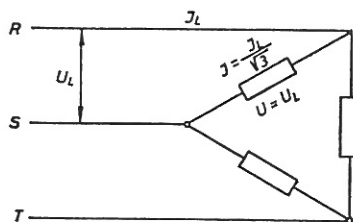
$$P = 3 \cdot \frac{U_L}{1,73} \cdot I_L \cdot \cos \varphi$$

$$P = 1,73 \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi$$

gdje je U_L linijski napon, a I_L struja kroz fazni vodič.



Sl. 301. Struje i naponi trofaznog trošila pri spoju u zvijezdu



Sl. 302. Struja i naponi trofaznog trošila pri spoju u trokut

b) Spajanje u trokut

Pri spajanju u trokut napon (U) na svakom namotu trošila jednak je linijskom naponu, ali struja (I) kroz namot je 1,73 puta manja od struje kroz fazni vodič (sl. 286).

$$U = U_L \quad I = \frac{I_L}{1,73}$$

Uvrštavanjem u prvobitnu formulu za snagu trofazne struje dobijemo

$$P = 3 \cdot U_L \cdot \frac{I_L}{1,73} \cdot \cos \varphi$$

$$P = 1,73 \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi$$

Prema tome, i

pri spajanju u zvijezdu i pri spajanju u trokut snaga trofazne struje je ista ako je kod oba spoja isti linijski napon i ista jakost struje u faznom vodiču.

Snaga trofazne struje izračuna se, dakle, po formuli

$$P = 1,73 \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

gdje je P ... snaga trofazne struje (W)
 U ... linijski napon (V)
 I ... jakost struje u faznom vodiču (A)
 $\cos \varphi$... faktor snage

Primjer. Tri jednaka omska otpora po 25Ω spojena su jedanput u zvijezdu, a drugi put u trokut na trofaznu mrežu čiji je linijski napon 380 V . Koliko je jaka struja kroz fazne vodiče i kolika je snaga trofazne struje u jednom i drugom primjeru?

$$\begin{aligned} r &= 25 \Omega \\ U_L &= 380 \text{ V} \\ \cos \varphi &= 1 \\ \hline I_L &= ? \\ P &= ? \end{aligned}$$

Spoj u zvijezdu

a) $U_L = 380 \text{ V}$

$$U = \frac{U_L}{\sqrt{3}}$$

$$U = \frac{380}{1,732} = 219,4 \text{ V}$$

b) $I = \frac{U}{r}$

$$I = \frac{219,4}{25} = 8,776 \text{ A}$$

$$I_L = I = 8,776 \text{ A}$$

c) $P = 1,732 \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi$

$$P = 1,732 \cdot 380 \cdot 8,776 \cdot 1$$

$$P = 5776 \text{ W}$$

Spoj u trokut

a) $U_L = 380 \text{ V}$

$$U = U_L$$

$$U = 380 \text{ V}$$

b) $I = \frac{U}{r}$

$$I = \frac{380}{25} = 15,2 \text{ A}$$

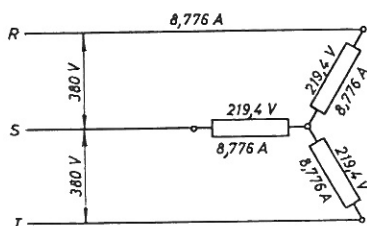
$$I_L = I \cdot \sqrt{3} = 26,3264 \text{ A}$$

c) $P = 1,732 \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi$

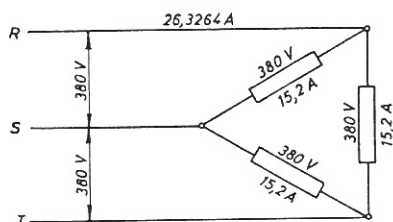
$$P = 1,732 \cdot 380 \cdot 26,3264 \cdot 1$$

$$P = 17\,327 \text{ W}$$

Snaga pri spajanju u trokut je, dakle, tri puta veća od snage pri spajanju u zvijezdu jer je pri spajanju u trokut struja kroz fazni vodič tri puta jača pri istom linijskom naponu.



Sl. 303. Veličine u trofaznom trošilu pri spoju u zvijezdu



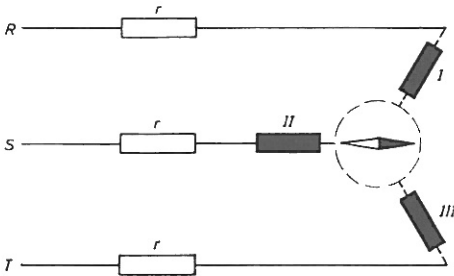
Sl. 304. Veličine u trofaznom trošilu pri spoju u trokut

11.3.8. Rotaciono magnetsko polje

Pokus

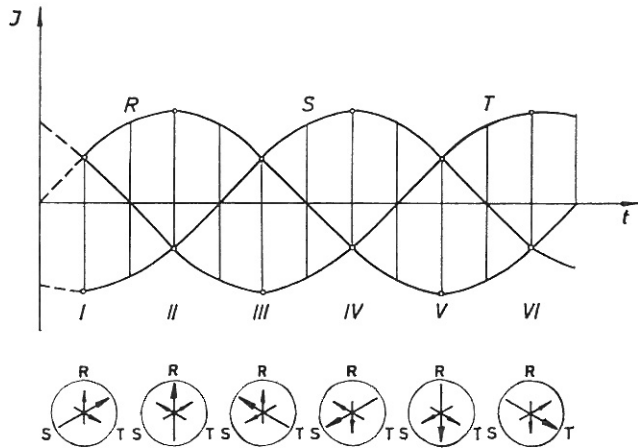
Tri svitka s velikim brojem zavoja i s jezgrama postavimo tako da međusobno zatvaraju kutove od 120° . Unutarnje krajeve svitaka spojimo zajedno (nultačka), a vanjske krajeve priključimo na faze R, S i T trofazne struje. U sredini između svitaka postavimo magnetsku iglu koja se lako može okretati oko svoje osi. Kad preko otpornika uključimo struju, igla će se početi okretati (sl. 305).

Magnetska igla se okreće zbog faznog pomaka između struja koje prolaze svicima I, II i III. Usljed toga magnetska polja tih svitaka nisu u istom trenutku jednako jaka, čas je najjače magnetsko polje jednog svitka, zatim drugog, pa trećeg, a onda opet prvog itd. Rezultantno magnetsko polje, dakle, nije stalno usmjereno u jednom smjeru, nego se njegov smjer stalno okreće. Takvo magnetsko polje zove se **okretno ili rotaciono magnetsko polje**. Magnetska igla koja se nalazi u takvu polju stalno se okreće jer nastoji ostati u smjeru rezultantnog magnetskog polja.



Sl. 305. Magnetska igla u rotacionom magnetskom polju

Mijenjanje smjera rotacionog magnetskog polja prikazano je na sl. 306. Smjer rezultantnog polja uvijek se poklapa s osi svitka kroz koji u tom trenutku prolazi najjača struja. Iz dijagrama vidimo da je u trenutku I najjača struja kroz svitak S, pa je magnetska igla okrenuta u smjeru tog svitka. Međutim, za vrijeme jedne periode kroz svitak S prolazi najjača struja još jednom, ali tada u suprotnom smjeru (IV). U tom trenutku igla će ponovno biti usmjerena prema svitku S, ali s protivnim polom. Igla će, prema tome, za vrijeme jedne periode načiniti potpuni okret od 360°.



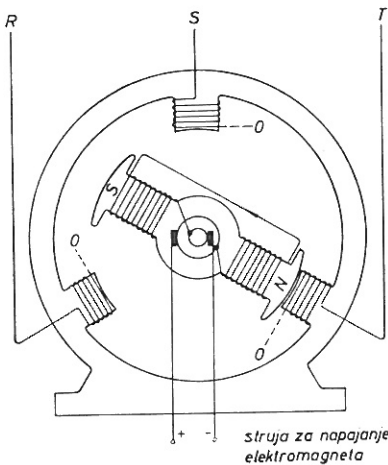
Sl. 306. Ovisnost smjera rotacionog polja o trenutnoj jakosti struja u pojedinim fazama

Iz slike se vidi da uz magnetsku uzbudu one faze koja je u tom trenutku najjača postoje još dvije slabije uzbude drugih dviju faza. Njihova rezultanta daje uzbudu koja stvara rezultantno magnetsko polje. Magnetska os tog rezultantnog polja pada zajedno s geometrijskom osi onog svitka kroz koji u tom trenutku prolazi najjača struja. Ta os, dakle, u prostoru rotira jer je struja čas najjača u jednom, čas u drugom, a čas u trećem svitku.

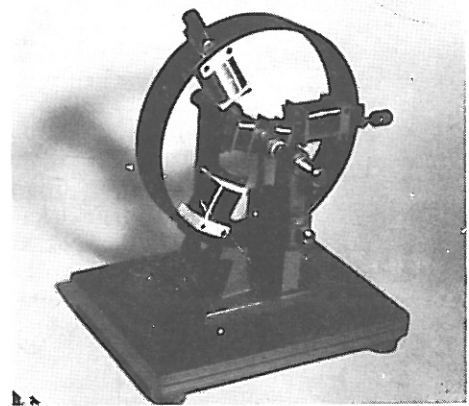
11.3.9. Trofazni sinkroni elektromotori

Sinkroni elektromotori rade na principu okretanja magneta u rotacionom polju. Najjednostavniji model takva elektromotora je uređaj s magnetskom iglom na sl. 305. U tehničkoj izvedbi njegov je rotor elektromagnet koji je preko kliznih koluta i kliznih četkica napajan istosmjernom strujom. Svici su smješteni na statoru čije željezo magnetski povezuje nastala magnetska polja te tako pojačava njihova djelovanja (sl. 307 i 308). Magnet rotora nastoji zadržati isti smjer s rotacionim magnetskim poljem, pa se uslijed okretanja rotacionog polja i sam okreće.

Brzina njegova okretanja ista je kao i brzina okretanja rotacionog polja, pa kažemo da je brzina vrtnje rotora uskladena ili sinkrona s brzinom vrtnje rotacionog polja.



Sl. 307. Princip trofaznog sinkronog elektromotora



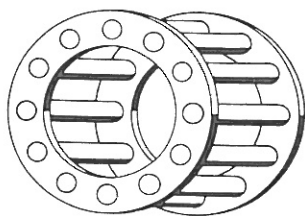
Sl. 308. Školski model trofaznog sinkronog elektromotora

Sinkroni elektromotori imaju stalnu brzinu vrtnje koja ovisi samo o frekvenciji struje i broju svitaka na statoru. Tu brzinu vrtnje ne mogu sami postići, potreban je poseban uređaj koji ih pokrene i dovede na tu sinkronu brzinu vrtnje. Osim toga, u radu treba im trofazna struja za stvaranje rotacionog polja i istosmjerna struja za napajanje elektromagneta. Sve to znatno komplicira njihovu upotrebu, zato se u praksi malo upotrebljavaju.

11.3.10. Trofazni asinkroni elektromotori

Asinkroni trofazni elektromotori također osnivaju svoj rad na rotacionom magnetskom polju koji stvaraju svici na njihovu statoru. Stator asinkronih elektromotora isti je kao i stator sinkronih elektromotora, dok rotor može biti različite konstrukcije. Najjednostavniji je kavezni rotor koji se sastoji od dva bakrena prstena međusobno spojena bakrenim šipkama, pa ima oblik kaveza ili krletke (sl. 309). Ako se takav rotor nađe u rotacionom magnetskom polju, silnice tog polja sjeći će njegove šipke, pa će se u njima inducirati elektromotorna sila. Budući da su šipke međusobno kratko spojene preko bakrenih

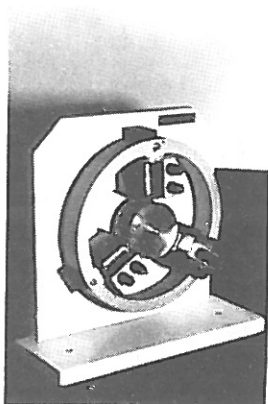
prstena, kroz njih će poteći električna struja. Ako se vodič kroz koji teče struja nalazi u magnetskom polju, magnetsko ga polje nastoji istisnuti, pa uslijed toga dobijemo okretanje rotora. To djelovanje magnetskog polja trajat će tako dugo dok kroz šipke teče struja, a struja će teći tako dugo dok su šipke sječene



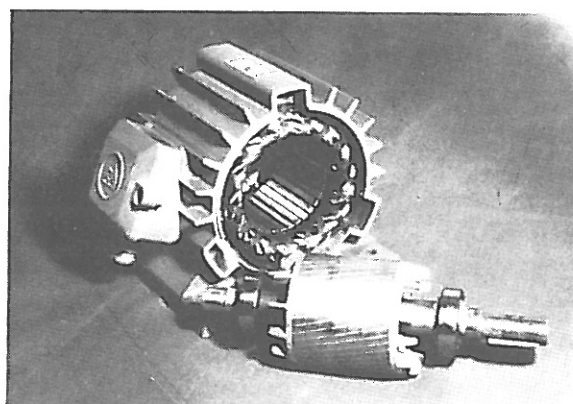
Sl. 309. Kavezni rotor

magnetskim silnicama. Kad bi se, na primjer, rotor okretao istom brzinom kao i magnetsko rotaciono polje, magnetske silnice više ne bi sjekle šipke, pa stoga struja kroz šipke više ne bi tekla, prestalo bi djelovanje magnetskog polja i rotor bi se okretao sve sporije. Uslijed sporijeg okretanja rotora ponovo bi silnice sjekle šipke, pa bi se ponovno povećala brzina rotora. Da bi, dakle, djelovanje magnetskog polja bilo stalno, rotor se mora okretati nešto sporije od rotacionog magnetskog polja.

Takvi elektromotori kod kojih brzina vrtnje rotora nije sinkrona s brzinom vrtnje rotacionog magnetskog polja zovu se asinkroni elektromotori.



Sl. 310. Školski model trofaznog asinkronog elektromotora



Sl. 311. Rotor i stator trofaznog asinkronog elektromotora

Asinkroni elektromotori vrlo su jednostavne konstrukcije, jeftini i neosjetljivi u radu, pa se u praksi vrlo često upotrebljavaju (sl. 310 i 311).

Zadaci

1. Kolika je snaga jednofazne električne peći čiji je otpor 54Ω
 - a) ako je priključena između faznog i nul-vodiča trofazne mreže 220/380 V?
 - b) ako je priključena između dva fazna vodiča trofazne mreže 220/380 V?
2. Na tablici trofaznog elektromotora nalaze se ovi podaci: $I = 2,5 \text{ A}$, $U = 380 \text{ V}$, $\cos \varphi = 0,83$. Koliku snagu predaje taj elektromotor osovini ako je njegova korisnost 0,8?
3. Grijaaće spirale nekog bojlera spojene su u trokut i priključene na trofaznu struju napona 220/380 V. Kolika struja teče kroz fazne vodiče, a kolika kroz spirale ako je ukupna snaga spirala 3,5 kW?
4. Trofazni motor daje snagu od 10 KS pri naponu od 500 V. Faktor snage mu je 0,84, a korisnost 0,86. Koliku struju uzima iz mreže?

5. Tri grijaće spirale električne peći od kojih svaka ima otpor od 70Ω spojene su u zvijezdu na trofaznu mrežu čiji je linijski napon 380 V. Kolika je jakost struje kroz fazne vodiče i kolika je snaga te peći?
6. Kolika je jakost struje i snaga peći iz prethodnog zadatka ako njezine spirale prespojimo u trokut? Koliko je puta dobivena snaga veća od snage pri spajanju u trokut?
7. Kolika struja teče kroz namote trofaznog generatora koji su spojeni u trokut ako kroz fazne vodove mreže teče struja jakosti 150 A?
8. Tri neinduktivna jednaka otpornika po 50Ω spojena su u trokut na napon od 220/380 V. Kolika je jakost struje u faznim vodovima, a kolika snaga trošila? Kolike su te veličine nakon prespajanja otpornika u zvijezdu?

12. GUBICI U KRUGU IZMJENIČNE STRUJE

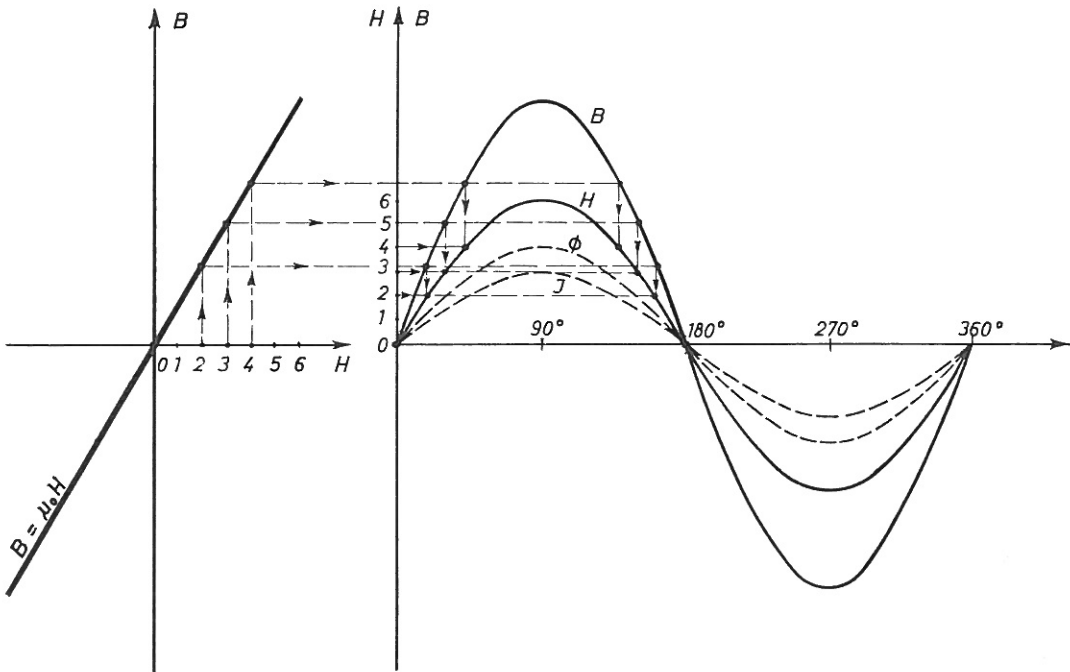
12.1. SVITAK SA ŽELJEZNOJ JEZGROM

12.1.1. Odnosi veličina u svitku bez jezgre

U razmatranjima o induktivitetu već je naglašeno da svitak bez jezgre ima stalan induktivitet jer je permeabilnost zraka stalna veličina ($\mu_0 = \text{const}$). Induktivitet takva svitka ovisi samo o dimenzijama svitka, a ne ovisi o jakosti struje koja prolazi kroz taj svitak. Zbog stalne permeabilnosti i drugi odnosi u svitku bez željezne jezgre jednostavniji su i matematički se lakše određuju.

Budući da je jakost magnetskog polja H razmjerna s jakošću struje ($H = I \cdot N/l$), magnetska indukcija B_0 razmjerna s jakošću magnetskog polja ($B_0 = \mu_0 \cdot H$), a magnetski tok Φ razmjernan s magnetskom indukcijom ($\Phi = B \cdot S$), sve se te veličine u svitku bez jezgre mijenjaju po istom zakonu. Ako se npr. jakost struje mijenja po zakonu sinusa, po zakonu sinusa mijenjat će se i jakost magnetskog polja i magnetska indukcija i magnetski tok.

Na sl. 312. prikazan je odnos magnetske indukcije B_0 i jakosti magnetskog polja H pomoću krivulje magnetiziranja i pomoću vremenskog dijagrama. Kri-



Sl. 312. Grafički prikaz veličina u svitku bez jezgre

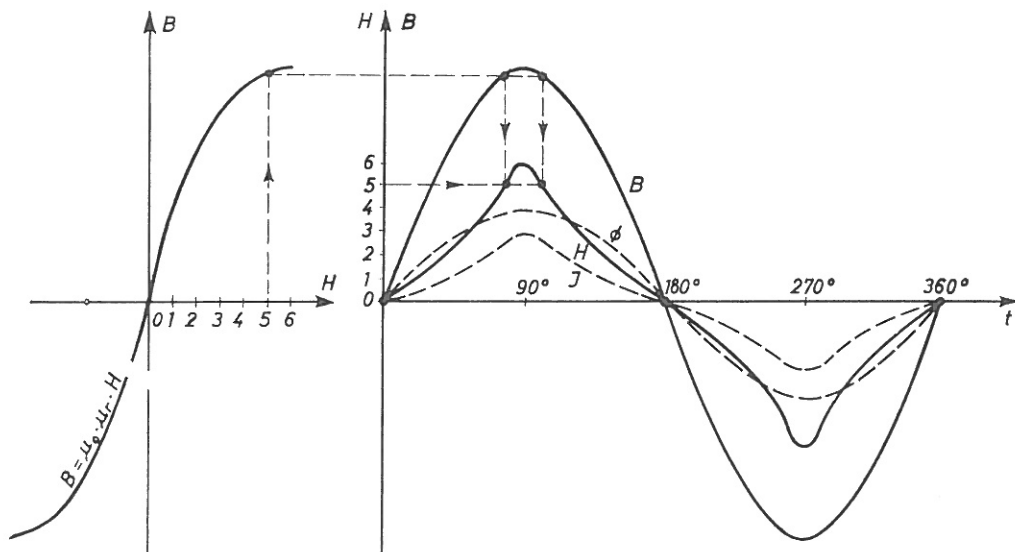
vulja magnetiziranja u ovom slučaju je pravac, jer je u svitku bez jezgre magnetska indukcija linearno ovisna o jakosti magnetskog polja. Taj pravac prolazi kroz ishodište koordinantnog sustava jer u zraku prilikom mijenjanja smjera magnetskog polja ne zaostaje remanentni magnetizam. Iz zadane krivulje magnetiziranja i zadane sinusoide magnetske indukcije dobijemo pomoću prikazane konstrukcije pojedine točke krivulje koja nam u vremenskom dijagramu prikazuje tok promjene jakosti magnetskog polja. Polazne točke konstrukcije jednake su jakosti magnetskog polja na oba dijagrama (npr. 2—2, 3—3, 4—4).

Iz dosadašnjeg izlaganja možemo zaključiti da svitak bez jezgre karakterizira:

- a) permeabilnost i induktivitet su stalne veličine,
- b) ne javlja se remanentni magnetizam,
- c) sve se veličine mijenjaju po zakonu sinusa,
- d) I , H , Φ i B su međusobno u fazi ($\varphi = 0$).

12.1.2. Odnosi u svitku sa željeznom jezgrom (bez pojave histereze)

To je idealiziran slučaj jer u svakoj željeznoj jezgri nakon smanjenja struje svitka na nulu ostaje nešto remanentnog magnetizma, pa se troši koercitivna sila za njegovo poništavanje, tj. proces magnetiziranja i demagnetiziranja odvija se po krivulji koja se zove petlja histereze. Ipak, kod nekih mekih čelika ta je petlja tako tanka da možemo zanemariti remanentni magnetizam i njegovo poništavanje, te uzeti da se proces magnetiziranja i demagnetiziranja odvija po istoj krivulji — po početnoj krivulji magnetiziranja onog čelika iz kojeg je ta jezgra napravljena.



Sl. 313. Grafički prikaz veličina u svitku sa željeznom jezgrom
(bez pojave histereze)

Ako se u svitku nalazi željezna jezgra, permeabilnost željeza se mijenja promjenom struje, pa magnetska indukcija nije ovisna samo o jakosti magnetskog polja već i o toj promjenljivoj permeabilnosti ($B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H$). Taj odnos magnetske indukcije i jakosti magnetskog polja pri promjenljivoj permeabilnosti pokazuje nam vremenski dijagram u kojem smo iz zadane krivulje magnetiziranja i zadane sinusoide magnetske indukcije konstruirali krivulju jakosti magnetskog polja (sl. 313). Iz dijagrama vidimo da krivulja jakosti magnetskog polja nema sinusni oblik. To je odstupanje od sinusnog oblika to manje što je indukcija manja, tj. krivulja jakosti magnetskog polja ima gotovo sinusni oblik kod vrlo malenih magnetskih indukcija.

Budući da je magnetski tok razmjernan s magnetskom indukcijom ($\Phi = \Psi/S$), krivulja magnetskog toka bit će kao i krivulja magnetske indukcije sinusnog oblika. Jakost struje je razmjerna jakošću magnetskog polja ($H = I \cdot N/l$), pa je krivulja jakosti struje nesinusnog oblika kao i krivulja jakosti magnetskog polja.

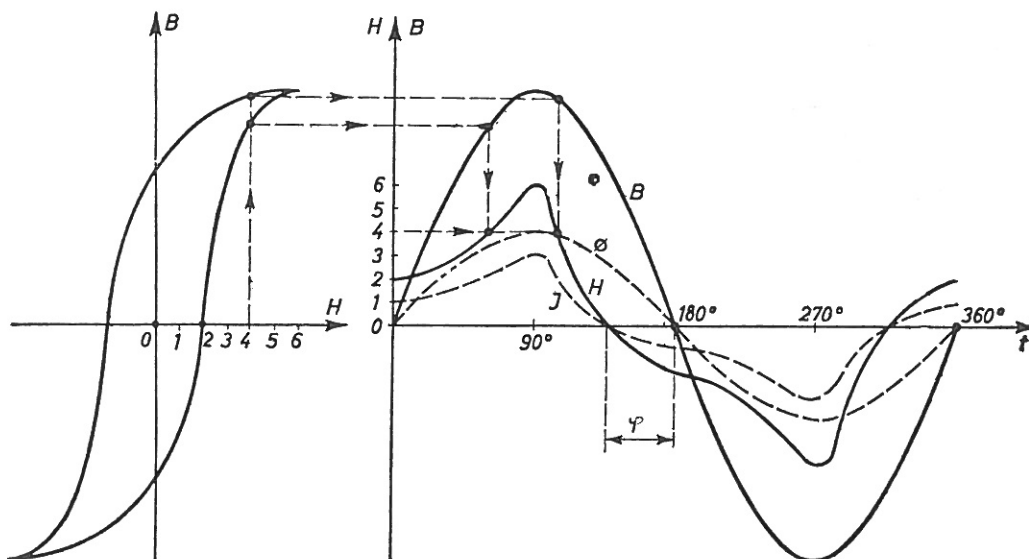
Na osnovi izlaganja možemo zaključiti da svitak sa željeznom jezgrom bez histereze karakterizira:

- permeabilnost i induktivitet nisu stalne velične,
- nema remanentnog magnetizma,
- Φ i B su sinusnog oblika, a I i H su nesinusnog oblika,
- I , H , Φ i B su međusobno u fazi ($\varphi = 0^\circ$).

12.1.3. Odnosi u svitku sa željeznom jezgrom

(uz pojavu histereze)

Ako u svitku sa željeznom jezgrom ne možemo zanemariti remanentni magnetizam, i moramo misliti na koercitivne sile kojima uklanjamo taj remanentni magnetizam, tada proces magnetiziranja i demagnetiziranja jezgre pri-



Sl. 314. Grafički prikaz veličina u svitku sa željeznom jezgrom (uz pojavu histereze)

kazujemo petljom histereze. U tom slučaju odnosi između veličina u procesu postaju još složeniji, jer magnetska indukcija ne ovisi samo o jakosti magnetskog polja i promjenljivoj permeabilnosti već i o veličini i smjeru remanentnog magnetizma.

Poznatom konstrukcijom dobivamo iz zadane petlje histereze i zadane sinusoidne magnetske indukcije krivulju jakosti magnetskog polja u vremenskom dijagramu (Sl. 314). Iz tog dijagrama vidimo da promjene jakosti magnetskog polja, a time i promjene jakosti struje, nisu sinusnog oblika, dok su promjene magnetskog toka i promjene magnetske indukcije sinusnog oblika. Osim toga, iz dijagrama vidimo da su jakost struje i jakost magnetskog polja međusobno u fazi ($\varphi = 0$), a u fazi je i magnetski tok s magnetskom indukcijom. Međutim, jakost struje i jakost magnetskog polja fazno su pomaknute prema magnetskom toku i magnetskoj indukciji ($0 < \varphi < 90^\circ$).

Prema tome, za takav svitak sa željeznom jezgrom u kojem dolazi do histereze karakteristično je da:

- a) permeabilnost i induktivitet nisu stalne veličine,
- b) u jezgri zaostaje remanentni magnetizam,
- c) Φ i B su sinusnog oblika, a I i H su nesinusnog oblika,
- d) Φ je u fazi s B , I je u fazi s H , a Φ i B su fazno pomaknuti prema I i H .

12.2 GUBICI ENERGIJE U SVITKU

12.2.1 Ovisnost energije magnetskog polja o H i B

Pri izvođenju formule za energije magnetskog polja (139) imali smo:

$$W_m = \frac{I \cdot N}{2} \cdot \frac{L \cdot I}{N}$$

Ako to dalje izvodimo, dobijemo

$$W_m = \frac{I \cdot N}{2} \cdot \Phi \quad \left(\frac{L \cdot I}{N} = \Phi \right)$$

$$W_m = \frac{I \cdot N}{2} \cdot B \cdot S \quad (\Phi = B \cdot S)$$

$$W_m = \frac{H \cdot l}{2} \cdot B \cdot S \quad (I \cdot N = H \cdot l)$$

$$W_m = \frac{l \cdot S}{2} \cdot H \cdot B$$

- gdje je W_m . . . energija magnetskog polja (J)
 H . . . jakost magnetskog polja (A/m)
 B . . . magnetska indukcija (T)
 l . . . duljina magnetskog toka (m)
 S . . . površina presjeka toka (m²).

Time smo uz oblik na str. 139 dobili i drugi oblik formule za energiju magnetskog polja. U toj formuli su H i B veličine koje se u toku procesa magnetiziranja mijenjaju, a $l \cdot S/2$ je konstantna veličina određena dimenzijama svitka.

12.2.2. Grafičko prikazivanje energije magnetskog polja

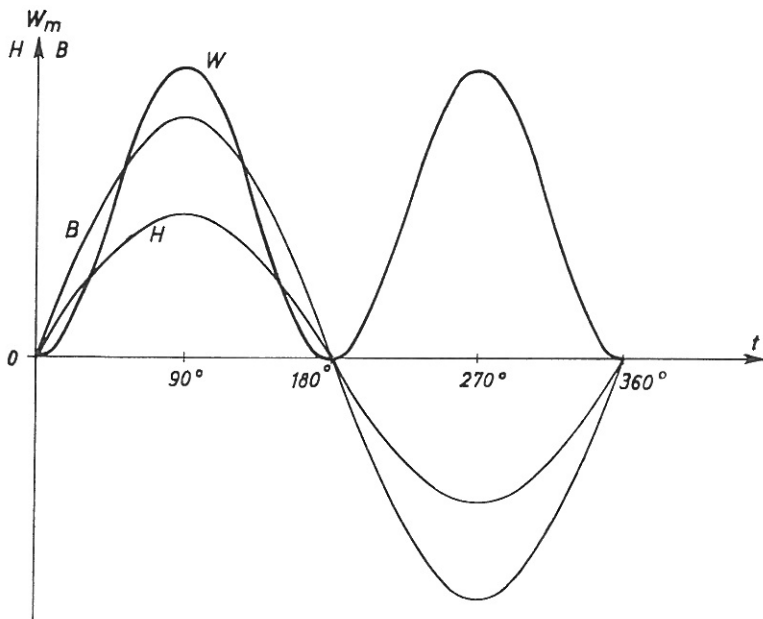
Iz navedene formule izlazi da je trenutna energija koju magnetsko polje ima u procesu magnetiziranja i demagnetiziranja jednaka umnošku trenutne jakosti magnetskog polja (H), trenutne magnetske indukcije (B) i određene pozitivne konstante ($l \cdot S/2$). Ako to primijenimo na vremenskim dijagramima, kojima je prikazan vremenski tok promjena H i B (sl. 312, sl. 313, sl. 314), tj. ako u što gušćim vremenskim intervalima unesemo u dijagrame točke koje odgovaraju trenutnoj vrijednosti spomenutog umnoška, onda su tim točkama određene krivulje koje nam prikazuju vremenski tok promjena energije magnetskog polja.

Na sl. 315 prikazan je primjer kad su jakost magnetskog polja H i magnetska indukcija B u fazi ($\varphi = 0$). Njihov umnožak je tada stalno pozitivna vrijednost, pa iz toga izlazi da je i energija magnetskog polja stalno »pozitivna«.

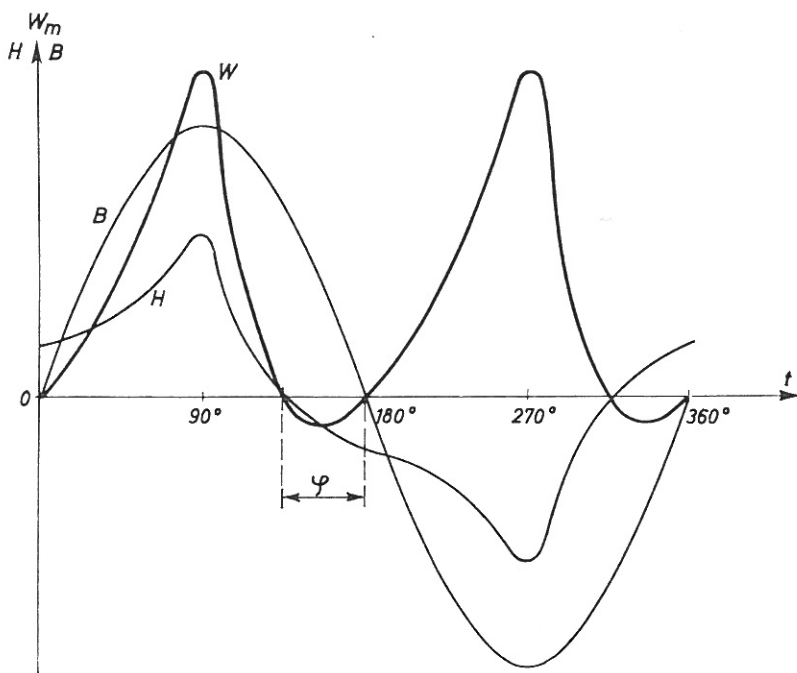
»Pozitivna« je ona energija strujnog kruga koja se pri stvaranju magnetskog polja pretvara u energiju magnetskog polja, ali se pri slabljenju magnetskog polja bez gubitaka vraća strujnom krugu.

Na sl. 316. imamo primjer kada između magnetske indukcije i jakosti magnetskog polja postoji fazni pomak ($0 < \varphi < 90^\circ$). Tada je njihov umnožak u toku periode pozitivan dok su H i B istog predznaka, a negativan dok su H i B suprotnog predznaka. Prema tome, energija magnetskog polja je za neko vrijeme periode »negativna«.

Pojava »negativne« energije znači da je svitak pri stvaranju magnetskog polja primio iz strujnog kruga veću količinu energije nego što ju je pri rastvaranju magnetskog polja vratio strujnom krugu.



Sl. 315. Energija magnetskog polja kad su H i B u fazi



Sl. 316. Energija magnetskog polja kad između H i B postoji fazni pomak

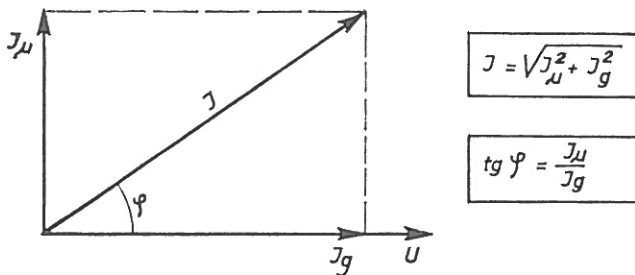
Razlika između primljene i vraćene energije utrošena je u jezgri svitka na svladavanju otpora koji nastaju zbog histereze i vrtložnih struja pri promjeni magnetskog polja. Prema tome, energija koju svitak prima ima dvije komponente: korisnu i nekorisnu. Korisnu komponentu čini onaj dio energije koji se neprestano giba između izvora i svitka, te stvara i rastvara magnetsko polje svitka. Beskorisna komponenta je onaj dio energije koji se nepovratno troši na stvaranju topline u jezgri.

12.2.3. Struja magnetiziranja i struja gubitaka

Struja koja teče kroz svitak također se može rastaviti na dvije komponente:

- Induktivna komponenta struje (struja magnetiziranja I_{μ})**, je onaj dio struje čija se energija troši na stvaranju magnetskog polja svitka, ali se ona u potpunosti vraća izvoru pri rastvaranju toga magnetskog polja.
- Radna komponenta struje (struja gubitaka I_g)** je onaj dio struje čija se energija troši na svladavanju otpora koji remanentni magnetizam i vrtložne struje pružaju promjeni magnetskog polja. Ta se energija nepovratno pretvara u toplinu, tj. gubi se u jezgri.

Znamo da je radna komponenta struje uvijek u fazi s naponom, a induktivna komponenta struje zaostaje za naponom za 90° (sl. 317). Iz toga proizlazi da je ukupna struja kroz svitak jednaka geometrijskom zbroju obiju komponenata.



Sl. 317. Struja magnetiziranja i struja gubitaka

Iz dijagrama se također vidi da fazni pomak između ukupne struje kroz svitak i napona na svitku ovisi o omjeru između induktivne i radne komponente struje. Ako je radna komponenta (struja gubitaka) jednaka nuli, tj. ako u jezgri nema vrtložnih struja ni pojave histereze, onda je fazni pomak između ukupne struje i napona jednak 90° . U tom slučaju nemamo pojave »negativne« energije jer se sva energija primljena iz izvora pri stvaranju magnetskog polja vraća u izvor pri rastvaranju tog polja. Na kraju treba napomenuti da smo pri prednjim razmatranjima pretpostavili da je omski otpor svitka (otpor žice) tako neznatan da ga možemo zanemariti.

12.2.4. Uzrok gubitaka zbog histereze

Gubici energije koji u svitku sa željeznom jezgrom nastaju pri poništavanju remanentnog magnetizma zovu se gubici zbog histereze. Naime, pojava da u željezu zaostaje remanentni magnetizam, tj. da magnetska indukcija fazno zaostaje za jakošću magnetskog polja, zove se magnetska histereza.

Do te pojave dolazi zbog trenja među molekulama željeza (elementarnih magnetića) kada se to željezo nalazi u izmjeničnom magnetskom polju. Pri jačanju takvog magnetskog polja sve veći broj elementarnih magnetića usmjeruje se u pravcu tog polja, a pri slabljenju tog polja slabi i sila koja elementarne magnetiče drži usmjerene, pa se oni postepeno vraćaju u svoj prvobitni neusmjereni položaj. Ipak, jedan dio magnetića ostaje zbog međusobnog trenja u više ili manje usmjerenom položaju i nakon što magnetsko polje potpuno oslabi ($H = 0$). Rezultantni magnetizam tih magnetića zaostalih u usmjerenom položaju jest remanentni magnetizam.

Kada magnetsko polje počne jačati u suprotnom smjeru ($-H$), ono postepeno usmjeruje i elementarne magnetiče u protivnom smjeru, pa se javlja sve jača magnetska indukcija suprotnog smjera ($-B$). Međutim, nasuprot toj magnetskoj indukciji suprotnog smjera djeluje magnetska indukcija remanentnog magnetizma, pa je resultantna magnetska indukcija u svakom trenutku jednaka njihovoj razlici. Ipak, sve jače magnetsko polje postepeno usmjeruje u suprotan smjer i one magnetiče koji su ostali usmjereni u prvobitnom smjeru, pa remanentni magnetizam postaje sve slabiji.

Pri preokretanju remanentnih magnetića potrebno je svladati otpor trenja, tj. potrebno je utrošiti energiju, a ta se energija pri trenju pretvara u toplinu. Ta energija je izgubljena energija, a nastaje zbog histereze, pa je zato zovemo gubitak energije zbog histereze.

12.2.5. Određivanje veličine gubitaka zbog histereze

Gubici zbog histereze nastaju zbog trenja do kojeg dolazi pri preokretanju elementarnih magnetiča čas u jednom, čas u drugom smjeru. Razumljivo je stoga da će veličina tih gubitaka biti veća što se okreće veća množina magnetiča u jedinici mase (tj. što je postignuta veća magnetska indukcija) i što je više tih jedinica mase (tj. što je ukupna masa jezgre veća). Osim toga, veličina gubitaka ovisit će i o unutrašnjoj građi materije iz koje je jezgra napravljena (tj. o određenom svojstvu materije) i o broju preokretanja magnetiča u jedinici vremena (tj. o frekvenciji struje). Prema tome, gubici zbog histereze bit će to veći što je:

- veća magnetska indukcija,
- veća masa jezgre,
- veće unutarnje trenje u jezgri,
- veća frekvencija struje.

Veličinu gubitaka zbog histereze obično se prikazuje pomoću gubitka snage (P_H), a taj gubitak snage pomnožen s vremenom daje gubitak energije zbog histereze (W_H).

$$W_H = P_H \cdot t$$

Gubitak snage zbog histereze ovisi o istim faktorima o kojima ovisi i gubitak energije zbog histereze, pa formula za gubitak snage sadrži te faktore:

$$P_H = \varepsilon \cdot f \cdot B_m^2 \cdot m$$

gdje je P_H . . . gubitak snage (W)

f . . . frekvencija struje (Hz)

B_m . . . maksimalna magnetska indukcija (T)

m . . . masa jezgre (kg)

ε . . . faktor ovisan o vrsti materijala i debljini lima jezgre (tablica na ovoj stranici)

Primjer. Na jezgri od trafo-limova debljine 0,35 mm i težine 1,6 kg nalazi se svitak priključen na izmjenični napon frekvencije 50 Hz. Kolika smije biti maksimalna magnetska indukcija da gubitak snage zbog histereze ne prijeđe 2,5 W?

Trafo-lim

$$d = 0,35 \text{ mm}$$

$$m = 1,6 \text{ kg}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$P_H = 2,5 \text{ W}$$

$$B_m = ?$$

$$P_H = \varepsilon \cdot f \cdot B_m^2 \cdot m$$

$$B_m = \sqrt{\frac{P_H}{\varepsilon \cdot f \cdot m}}$$

$$B_m = \sqrt{\frac{2,5}{0,024 \cdot 50 \cdot 1,6}} = \sqrt{1,3021} = 1,14 \text{ T}$$

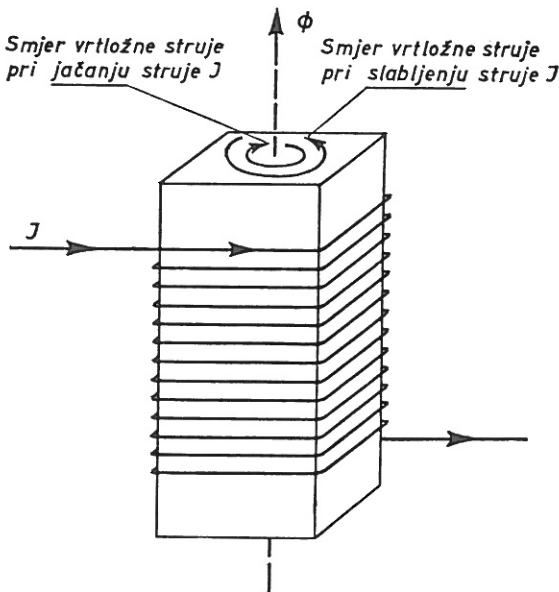
Tablica: Veličina faktora ε i σ

Vrsta lima	Debljina lima (mm)	Veličina faktora	
		ε	σ
Običan dinamo-lim	1,0	0,044	0,00224
	0,5	0,044	0,00056
	0,35	0,047	0,00032
Visokolegirani trafo-lim	0,5	0,030	0,00012
	0,35	0,024	0,00006

12.2.6. Gubici zbog vrtložnih struja

Ako u željeznoj jezgri dolazi do promjene magnetskog toka, u njoj će se inducirati elektromotorna sila koja će pokrenuti slobodne elektrone i u jezgri će se pojaviti električna struja. Ti slobodni elektroni vratit će se okolnim putem natrag na mjesto svog polaska (jer je tu njihovim odlaskom nastao manjak elektrona!), pa struje koje oni stvaraju imaju kružni oblik i zovu se vrtložne struje. Prema Lencovu zakonu svaka inducirana struja – pa prema tome i vrtložna struja – ima takav smjer da svojim magnetskim poljem nastoji spriječiti promjene koje se stvaraju. Budući da one nastaju zbog promjene magnetskog polja, one će nastojati spriječiti jačanje i slabljenje tog polja, tj. one će pri jačanju osnovnog magnetskog polja stvarati magnetsko polje suprotnoga smjera, a pri slabljenju osnovnog polja stvarat će polje istog smjera. Da bi stvorila ta polja, vrtložne struje imaju smjer koji je prikazan na sl. 318.

U masivnim jezgrama i najslabije elektromotorne sile pokreću jake struje jer je električni otpor malen zbog velikog presjeka kroz koji te struje teku. Stoga u takvim jezgrama i pri induciranju malih elektromotornih sila možemo dobiti vrtložne struje od nekoliko stotina ampera. Tako jake struje stvaraju velike količine topline (Jouleov zakon!), koja je u jezgrama ne samo beskorisna već i štetna, pa stoga znači gubitak električne energije.



Sl. 318. Smjer vrtložnih struja

12.2.7. Određivanje gubitaka zbog vrtložnih struja

Vidjeli smo da se zbog vrtložnih struja dio električne energije gubi pretvaranjem u beskorisnu toplinu. Količina stvorene topline razmjerna je s jakošću struje, pa je prema tome gubitak električne energije to veći što su jače vrtložne struje. Jakost vrtložnih struja ovisi o veličini inducirane elektromotorne sile koja ih pokreće i o otporu koji na svom putu moraju svladati.

Napokon, inducirana elektromotorna sila veća je ako je veća promjena magnetskog toka i kraće vrijeme promjene.

Iz toga izlazi da će gubici zbog vrtložnih struja biti to veći što je:

- veća promjena magnetskog toka, odnosno veća promjena magnetske indukcije,
- brža promjena magnetskog toka, odnosno veća frekvencija struje koja stvara magnetski tok,
- manji otpor na putu vrtložnih struja, odnosno manji specifični otpor materijala i veće dimenzije jezgre.

Izvedeni zaključci osnova su formule pomoću koje možemo približno odrediti veličinu gubitaka snage zbog vrtložnih struja, a iz izračunanih gubitaka snage možemo izračunati i veličinu gubitka energije ($W_v = P_v \cdot t$).

$$P_v = \sigma \cdot f^2 \cdot B_m^2 \cdot m$$

gdje je P_v . . . gubitak snage zbog vrtložnih struja (W)
 f . . . frekvencija struje (Hz)
 B_m . . . maksimalna magnetska indukcija (T)
 m . . . masa jezgre (kg)
 σ . . . faktor ovisan o vrsti materijala i debljini lima jezgre (tablica na str. 240).

Primjer. Troroga jezgra sastavljena je od dinamo-limova debelih 0,35 mm. Presjek jezgre je 20 cm², specifična masa 7,8 kg/dm³, a duljina magnetskog toka dana je na sl. 319. Koliki su gubici u jezgri zbog vrtložnih struja ako kroz srednji rog jezgre teče izmjenični magnetski tok maksimalne vrijednosti 2 mWb?

dinamo-lim

$$d = 0,35 \text{ mm}$$

$$S = 20 \text{ cm}^2$$

$$\gamma = 7,8 \text{ kg/dm}^3$$

$$\Phi_m = 0,002 \text{ Wb}$$

$$P_v = ?$$

$$a) l_1 = 60 \text{ mm} = 6 \text{ cm}$$

$$b) \Phi_1 = 0,002 \text{ Wb}$$

$$c) B_1 = \frac{\Phi_1}{S} = \frac{0,002}{0,002} = 1 \text{ T}$$

$$d) m_1 = l_1 \cdot S \cdot \gamma = 0,6 \cdot 0,2 \cdot 7,8 = 0,94 \text{ kg}$$

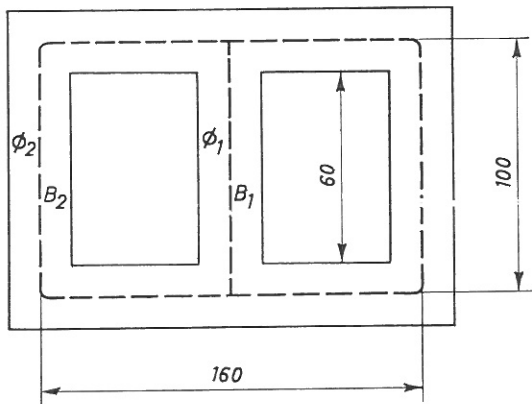
$$e) P_v = \sigma \cdot f^2 \cdot (B_1^2 \cdot m_1 + B_2^2 \cdot m_2) = 0,00032 \cdot 50^2 \cdot (1^2 \cdot 0,94 + 0,5^2 \cdot 8,11) = 2,374 \text{ W}$$

$$l_2 = 520 \text{ mm} = 52 \text{ cm}$$

$$\Phi_2 = 0,001 \text{ Wb}$$

$$B_2 = \frac{\Phi_2}{S} = \frac{0,001}{0,002} = 0,5 \text{ T}$$

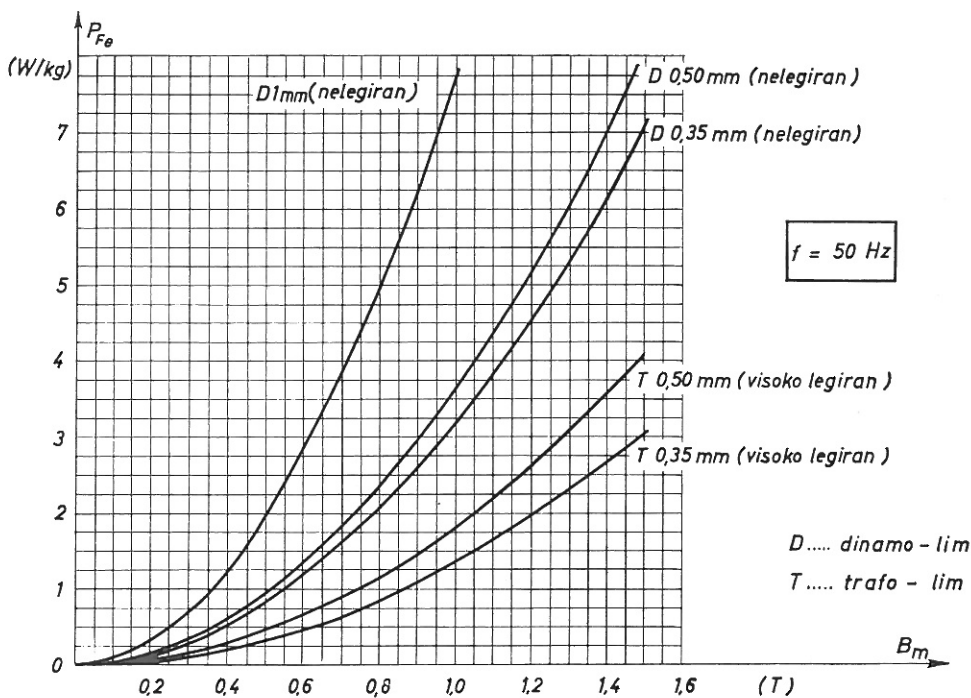
$$m_2 = l_2 \cdot S \cdot \gamma = 5,2 \cdot 0,2 \cdot 7,8 = 8,11 \text{ kg}$$



Sl. 319. Troroga jezgra

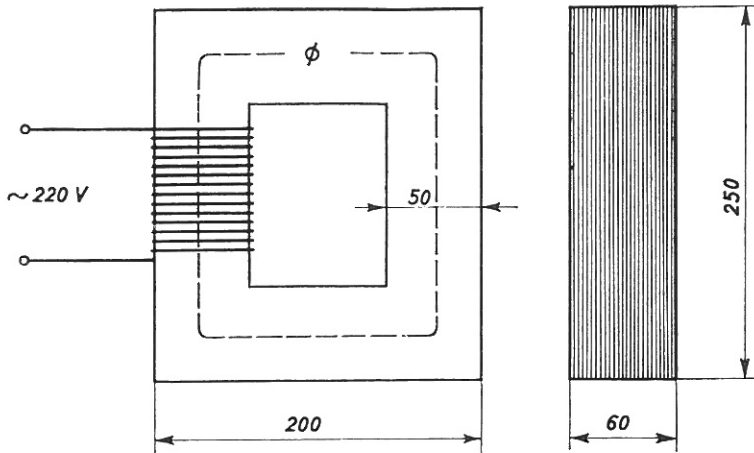
12.2.8. Ukupni gubici u željezu

Pri prolazu izmjenične struje kroz svitak sa željeznom jezgrom pojavljuju se, dakle, uz gubitke zbog histereze i gubici zbog vrtložnih struja. I jedni i drugi nastaju zbog promjena u željezu jezgre, pa ih zajedno zovemo *gubici u željezu*. Ukupni gubici u željezu u W/kg za pojedine vrste limova pri određenim magnetskim indukcijama mogu se dobiti iz priloženoga dijagrama (sl. 320). Običan dinamo-lim izrađen je od čelika bez posebnih dodataka. On ima relativno velike gubitke, ali su mu mehanička svojstva dobra, pa se upotrebljava za izradu jezgara koje su u radu mehanički opterećene (jezgre kod generatora i elektromotora). Visokolegirani trafo-lim jest čelik s dodatkom silicija (do 4%) pa je zbog toga povećan njegov specifični otpor i smanjene vrtložne struje, ali je ujedno povećana i njegova tvrdoća i krhkost. Stoga se upotrebljava samo tamo gdje želimo smanjiti gubitke u željezu, a nisu prisutna velika mehanička naprezanja (jezgre transformatora).



Sl. 320. Dijagram ukupnih gubitaka u željezu

Primjer. Na jezgri od dinamo-lima debljine 0,5 mm, čije su dimenzije dane na sl. 321, nalazi se svitak s 300 zavoja priključen na napon od 220 V, 50 Hz. Koliki je magnetski tok kroz jezgru, koliki su gubici zbog histereze i vrtložnih struja, kolika je struja magnetiziranja, struja gubitaka i ukupna struja, te koliki je fazni pomak između ukupne struje i napona?



Sl. 321. Dimenzije jezgre iz primjera

dinamo-lim
 $d = 0,5 \text{ mm}$
 $N = 300$
 $U = 220 \text{ V}$
 $f = 50 \text{ Hz}$

$\Phi = ?$

$P_H = ?$

$P_V = ?$

$I_\mu = ?$

$I_g = ?$

$I = ?$

$\varphi = ?$

a) Dimenzije jezgre

$$l = 2 \cdot 150 + 2 \cdot 200 = 700 \text{ mm} = 7 \text{ dm} = 0,7 \text{ m}$$

$$S = 50 \cdot 60 = 3\,000 \text{ mm}^2 = 0,3 \text{ dm}^2 = 0,003 \text{ m}^2$$

$$m = l \cdot S \cdot \gamma = 7 \cdot 0,3 \cdot 7,8 = 16,38 \text{ kg}$$

b) Maksimalni magnetski tok

$$\Phi_m = \frac{U}{4,44 \cdot f \cdot N} = \frac{220}{4,44 \cdot 50 \cdot 300} = 0,0033 \text{ Wb}$$

c) Maksimalna magnetska indukcija

$$B_m = \frac{\Phi_m}{S} = \frac{0,0033}{0,003} = 1,1 \text{ T}$$

d) Gubici zbog histereze

$$P_H = \varepsilon \cdot f \cdot B_m^2 \cdot m = 0,044 \cdot 50 \cdot 1,1^2 \cdot 16,38 = 43,6 \text{ W}$$

e) Gubici zbog vrtložnih struja

$$P_V = \sigma \cdot f^2 \cdot B_m^2 \cdot m = 0,00056 \cdot 50^2 \cdot 1,1^2 \cdot 16,38 = 27,75 \text{ W}$$

f) Gubici u željezu

$$P_{Fe} = P_H + P_V = 43,6 + 27,75 = 71,35 \text{ W}$$

g) Kontrola prema dijagramu (sl. 320)

$$P_{Fe} = P_{Fe/kg} \cdot m = 4,35 \cdot 16,38 = 71,25 \text{ W}$$

h) Efektivna magnetska indukcija

$$B = \frac{B_m}{\sqrt{2}} = \frac{1,1}{1,41} = 0,78 \text{ T}$$

i) Jakost magnetskog polja

$$H = 175 \text{ A/m (iz dijagrama na sl. 134)}$$

j) Struja magnetiziranja

$$I_\mu = \frac{H \cdot l}{N} = \frac{175 \cdot 0,7}{300} = 0,408 \text{ A}$$

k) Struja gubitaka

$$I_g = \frac{P_{Fe}}{U} = \frac{71,35}{220} = 0,323 \text{ A}$$

l) Ukupna struja

$$I = \sqrt{I_u^2 + I_g^2} = \sqrt{0,408^2 + 0,323^2} = 0,52 \text{ A}$$

m) Fazni pomak

$$\cos \varphi = \frac{I_g}{I} = \frac{0,323}{0,52} = 0,621$$

$$\varphi = 51^\circ 35'$$

12.2.9. Gubici u bakru

Osim gubitaka zbog histereze i vrtložnih struja (gubici u željezu), u svitku sa željeznom jezgrom postoje i gubici u bakru. Naime, električna struja pri prolazu kroz bakrene zavoje svitka nailazi u njima na omski otpor, pa se za svladavanje tog otpora bakra troši dio električne energije. Ta se električna energija pretvara u toplinu koja u svitku ne samo što nije korisna već je i štetna. Prema tome, takvo trošenje električne energije također je gubitak energije.

Prema Jouleovu zakonu količina topline koja se u nekom otporu dobije iz električne energije razmjerna je s kvadratom jakosti struje, veličinom otpora i vremenom:

$$Q = I^2 \cdot R \cdot t$$

To je zapravo i formula za gubitak energije u bakru. Iz nje možemo izvesti i formulu za gubitak snage, jer je gubitak snage jednak gubitku energije u jedinici vremena:

$$p = \frac{I^2 \cdot R \cdot t}{t}$$

$$P = I^2 \cdot R$$

Ta formula — kako ćemo u poglavlju o gubicima u vodovima vidjeti — vrijedi i za istosmjernu struju i za izmjeničnu struju. Kod izmjenične struje na veličinu gubitaka u bakru utječe ukupna struja bez obzira na to kolika je djelatna, a kolika jalova komponenta struje.

Zadaci

1. Ako se na zatvorenoj jezgri dugoj 48 cm nalazi svitak s 300 zavoja, u jezgri se pri naponu od 180 V stvara magnetsko polje jako 120 A/m. Kolika je struja magnetiziranja, struja gubitaka i ukupna struja ako su ukupni gubici u jezgri 27 W?
2. Kolika je težina jezgre od dinamo-lima debelog 0,5 mm ako u njoj maksimalna magnetska indukcija od 1,3 T stvara pri frekvenciji 50 Hz gubitke zbog histereze od 37,18 W?
3. Kolika je maksimalna magnetska indukcija koja u jezgri teškoj 8,4 kg sastavljene od trafo-limova debelih 0,35 mm uzrokuje pri frekvenciji od 50 Hz gubitke zbog vrtložnih struja od 1,815 W?

4. Koliki su gubici zbog histereze i zbog vrtložnih struja u jezgri od dinamo-limova debelih 1 mm, ako je njezina težina 4,5 kg, a izmjenična struja frekvencije 50 Hz u njoj proizvodi maksimalnu magnetsku indukciju od 0,9 T. Obavite kontrolu pomoću dijagrama za ukupne gubitke u željezu.
5. Jezgra sastavljena od trafo-limova debelih 0,35 mm teška je 12 kg. Pri maksimalnoj magnetskoj indukciji od 1,1 T u njoj su gubici zbog histereze 17,42 W. Koliki su ukupni gubici u željezu i koliki su gubici zbog vrtložnih struja, te kolika je frekvencija struje?
6. Na jezgri od trafo-limova debelih 0,5 mm i teškoj 8 kg nalazi se svitak priključen na napon 220 V, 50 Hz. Koliki su ukupni gubici i kolika je struja gubitaka pri maksimalnoj magnetskoj indukciji od 1,2 T?
7. Zatvorena jezgra od dinamo-limova ($\gamma = 7800 \text{ kg/m}^3$) debelih 0,35 mm ima presjek 12 cm^2 i duljinu 30 cm. Koliki su gubici zbog histereze, gubici zbog vrtložnih struja i ukupni gubici u željezu ako kroz jezgru pri frekvenciji od 50 Hz prolazi maksimalni magnetski tok od 0,001 5 Wb? Provedite kontrolu pomoću dijagrama za ukupne gubitke u željezu.
8. Zatvorena jezgra od dinamo-limova debelih 0,5 mm ima površinu presjeka 30 cm^2 i težinu 16,38 kg. Na jezgri se nalazi svitak koji priključen na napon od 200 V, 50 Hz stvara maksimalni magnetski tok od 3 mWb. Koliki su:
 - a) maksimalna magnetska indukcija,
 - b) gubitak zbog histereze,
 - c) gubitak zbog vrtložnih struja,
 - d) ukupni gubici u željezu,
 - e) broj zavoja svitka,
 - f) duljina magnetskog toka ($\gamma = 7,8 \text{ kg/dm}^3$)
 - g) jakost magnetskog polja,
 - h) struja magnetiziranja,
 - i) struja gubitaka,
 - j) ukupna struja kroz svitak,
 - k) energija magnetskog polja pri B_m
9. Oko jezgre od dinamo-limova debelih 0,5 mm i teškoj 7,5 kg nalazi se svitak omskog otpora 6Ω . Koliki su ukupni gubici u svitku (gubici u željezu i gubici u bakru) ako u svitku struja od 8 A, 50 Hz stvara maksimalnu magnetsku indukciju od 1,25 T?

12.3. GUBICI ENERGIJE U VODOVIMA

12.3.1. Općenito o gubicima u vodovima

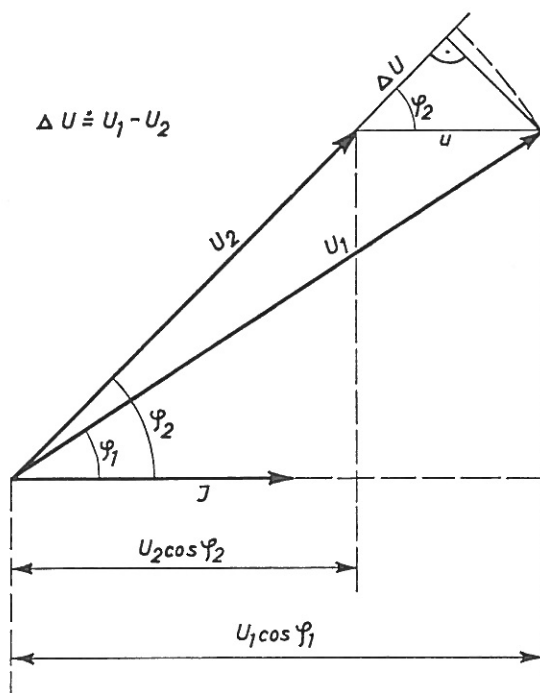
Pri prolazu struje kroz vod mora se svladati otpor tog voda, pa je pri tome potrebno izvršiti određeni rad i utrošiti određenu energiju. Ta utrošena električna energija pretvara se u vodovima u nekorisnu i nepoželjnu toplinu pa stoga predstavlja gubitak energije. Zbog gubitka energije dolazi i do gubitka napona, pa trošila ne dobivaju onaj napon koji daje izvor i ne ostvaruju onaj učinak koji bi ostvarili pri naponu za koji su građena (»nazivni napon«).

Pri proračunu vodova treba misliti i na gubitak energije (snage) i gubitak napona. Visina dopuštenoga gubitka energije nije uvijek ista, već ovisi o cijeni električne energije i troškovima instaliranih vodova. Naime, povećanjem presjeka voda smanjuju se gubici energije, ali se istovremeno povećavaju troškovi instalacije. Ponekad se, stoga, dozvoljavaju i veći gubici energije ako je ušteda na tanjim vodovima veća od cijene izgubljene energije. Pri proračunu vodova treba paziti da ni gubitak napona ne prijeđe dopuštenu granicu (2⁰/₁₀₀)

odnosno 5%), jer pri većim gubicima napona trošila dobivaju toliko smanjen napon da se njihov stvarni učinak osjetljivo razlikuje od predviđenoga. Tako već pri smanjenju napona od 5% žarulje daju oko 20% manje svjetlosti, fluorescentne cijevi se teško pale, elektromotori se teško pokreću, elektrotoplinski uređaji znatno smanjuju količinu topline, u elektronskim uređajima se pojavljuju smetnje i nepravilnosti u radu, itd.

12.3.2. Gubitak napona

Kod istosmjerne struje pad napona u nekom vodu jednak je algebarskoj razlici između napona na početku voda i napona na kraju voda. Kod izmjenične struje to vrijedi samo kad nema faznog pomaka između struje i napona ($\varphi = 0$). Ako postoji fazni pomak, pad napona nije jednak algebarskoj razlici između napona na početku i na kraju voda, već je jednak geometrijskoj razlici tih napona. Geometrijska konstrukcija te razlike dana je na sl. 322.



Sl. 322. Pad napona i razlika napona

- U_1 . . . napon na početku voda
- U_2 . . . napon na kraju voda
- ΔU . . . algebarska razlika napona («razlika napona»)
- u . . . geometrijska razlika napona («pad napona»)
- $U_1 \cos \varphi_1$. . . djelatna komponenta napona U_1
- $U_2 \cos \varphi_2$. . . djelatna komponenta napona U_2

Iz dijagrama vidimo:

- da je pad napona u vodu veći od razlike napona između krajeva vodova (hipotenuza i kateta pravokutnog trokuta!),
- da je fazni pomak na početku voda (φ_1) manji od faznog pomaka na kraju voda (φ_2), jer u strujnom krugu od početka voda uz omski otpor trošila djeluje i omski otpor voda, pa je odnos omskog i induktivnog opterećenja povoljniji, tj. fazni pomak je manji,
- da je pad napona (u) jednak razlici djelatnih komponenta napona U_1 i U_2 , odnosno jednak omskom padu napona

$$u = U_1 \cos \varphi_1 - U_2 \cos \varphi_2$$

$$u = I \cdot R$$

- da je razlika napona (ΔU) približno jednaka umnošku pada napona i faktora snage (pravokutni trokut!)

$$\Delta U = u \cdot \cos \varphi_2$$

$$\Delta U = I \cdot R \cdot \cos \varphi_2$$

Iz izlaganja izlazi da kod izmjenične struje treba razlikovati **pad napona** u vodu i **razliku napona** između početka i kraja voda. U praksi nas najčešće zanima koliki napon dobiva trošilo, tj. kakvo je stanje na kraju voda i iz toga zaključujemo koliko smo napona izgubili od početka do kraja voda. Stoga

pod gubitkom napona kod izmjenične struje razumijevamo razliku napona (ΔU).

Gubitak napona (razlika napona) ovisan je o otporu voda (R) i djelatnoj komponenti struje ($I \cdot \cos \varphi$), a pad napona u vodu ovisan je o otporu voda (R) i ukupnoj struji (I).

12.3.3. Proračun gubitka napona

Pri proračunavanju gubitka napona u vodovima izmjenične struje ne smijemo zaboraviti fazni pomak i faktore koji na njega utječu. Ti faktori su otpori vodova i otpori trošila, pa s obzirom na njihov utjecaj postoje ove mogućnosti:

- Nema faznog pomaka između struje i napona ($\varphi = 0$)**

U strujni krug je priključeno čisto omsko trošilo, a induktivni i kapacitivni otpori vodova tako su maleni da ih možemo zanemariti. Kapacitivni otpor vodova možemo zanemariti gotovo uvijek (osim kod vrlo dugih vodova visokog napona), a induktivni otpor vodova možemo zanemariti onda kad su dovodni i odvodni vodovi vrlo blizu, npr. u kabelima i vodovima kućnih instalacija). U tom se slučaju protivna magnetska polja oko vodova međusobno poništavaju, pa ne dolazi do samoindukcije, a time ni do pojave induktivnog otpora u samim vodovima.

Ako nema faznog pomaka, osnovna formula za gubitak napona se pojednostavnjuje pa dobivamo

$$\Delta U = I \cdot R \cdot \cos \varphi \quad (\cos \varphi = 0)$$

$$\Delta U = I \cdot R$$

Primjer. Koliki mora biti presjek bakrenog voda da omska trošila snage 1,1 kW udaljena 600 metara od izvora izmjeničnog napona 220 V dobiju napon najmanje 210 V?

Budući da nema faznog pomaka (omska trošila!), postupak i formule su iste kao i kod istosmjerne struje, tj. određivanje presjeka je isto kao i na str. 69.

$$P = 1,1 \text{ kW}$$

$$U_1 = 220 \text{ V}$$

$$U_2 = 210 \text{ V}$$

$$\varepsilon = 0,0175$$

$$l = 1200 \text{ m}$$

$$S = ?$$

$$\Delta U = ?$$

a) Iz snage i napona odredimo jakost struje

$$I = \frac{P}{U} = \frac{1100}{220} = 5 \text{ A}$$

b) Iz tablice na str. 68. određujemo najmanji presjek s obzirom na zagrijavanje vodova

$$S = 0,75 \text{ mm}^2$$

c) Kontrola s obzirom na gubitak napona

$$(S = 0,75 \text{ mm}^2)$$

$$R = \frac{\varepsilon \cdot l}{S} = \frac{0,0175 \cdot 1200}{0,75} = 28 \Omega$$

$$\Delta U = I \cdot R = 5 \cdot 28 = 140 \text{ V}$$

Budući da je gubitak napona 14 puta veći od dozvoljenog, treba uzeti presjek voda najmanje 14 puta veći, tj. $S = 16 \text{ mm}^2$

d) Kontrola s obzirom na gubitak napona

$$(S = 16 \text{ mm}^2)$$

$$R = \frac{\varepsilon \cdot l}{S} = \frac{0,0175 \cdot 1200}{16} = 1,3125 \Omega$$

$$\Delta U = I \cdot R = 5 \cdot 1,3125 = 6,56 \text{ V}$$

b) Postoji fazni pomak ovisan samo o otporima trošila

Ako u strujnom krugu postoje trošila koja izazivaju fazni pomak (induktivna i kapacitivna trošila), tada kroz strujni krug teče struja sastavljena od djelatne i jalove komponente. Prema osnovnoj formuli na gubitak napona utječe samo djelatna komponenta struje, tj. gubitak napona određuje se po formuli

$$\Delta U = I \cdot R \cos \varphi_2$$

Treba napomenuti da ovo vrijedi samo kad su induktivni i kapacitivni otpori vodova tako maleni da ih možemo zanemariti.

Primjer. Bakrenim vodom presjeka 10 mm^2 teče struja jakosti 5 A uz $\cos \varphi = 0,8$. Napon na kraju 360 metara dugog voda je 220 V. Koliki je gubitak napona i koliki je napon na početku voda?

$$\begin{aligned} \zeta &= 0,0175 \\ S &= 10 \text{ mm}^2 \\ l &= 720 \text{ m} \\ U_2 &= 220 \text{ V} \\ I &= 5 \text{ A} \\ \cos \varphi &= 0,8 \\ \hline \Delta U &= ? \\ U_1 &= ? \end{aligned}$$

Budući da postoji fazni pomak, u formuli za gubitak napona dolazi faktor snage.

$$\text{a) } R = \frac{\zeta \cdot l}{S} = \frac{0,0175 \cdot 720}{10} = 1,26 \Omega$$

$$\text{b) } \Delta U = I \cdot R \cdot \cos \varphi = 5 \cdot 1,26 \cdot 0,8 = 5,04 \text{ V}$$

$$\text{c) } U_1 = U_2 + \Delta U = 220 + 5,04 = 225,04 \text{ V}$$

c) Postoji fazni pomak ovisan o otporima trošila i vodova

Ako udaljenost između dovodnih i odvodnih vodova nije vrlo malena (npr. kod slobodnih zračnih vodova), javlja se u samim vodovima značajan induktivni otpor, pa uz otpore trošila i on utječe na fazni pomak, a time i na gubitak napona. Izračunavanje veličine tog induktivnog otpora vodova i njime uzrokovanoga faznog pomaka prilično je složeno, pa se u praksi pri proračunu gubitaka napona primjenjuju tablice, koje omogućuju znatno jednostavniji postupak. Naime, gubitak napona izračuna se po osnovnoj formuli za gubitak napona, a dobiveni rezultat tada se pomnoži s faktorom iz tablice:

$$\Delta U = I \cdot R \cdot \cos \varphi \quad \times \quad \text{faktor iz tablice}$$

Iz tablice vidimo da taj faktor ovisi o presjeku voda, o razmaku između vodova i o veličini faznog pomaka. On je osobito značajan pri vodovima velikog presjeka, međusobno udaljenim vodovima i velikim faznim pomacima. On je to značajniji:

- što su vodovi većeg presjeka,
- što je razmak između vodova veći,
- što je fazni pomak veći.

Tablica: Faktor pri proračunu vodova s induktivitetom

Presjek voda (mm ²)	cos φ = 0,9			cos φ = 0,8			cos φ = 0,7			cos φ = 0,6		
	Udaljenost vodova (cm)			Udaljenost vodova (cm)			Udaljenost vodova (cm)			Udaljenost vodova (cm)		
	40	50	60	40	50	60	40	50	60	40	50	60
6	—	1,08	—	—	1,10	—	—	1,13	—	—	1,17	—
10	1,10	1,10	1,10	1,15	1,16	1,16	1,21	1,21	1,22	1,27	1,28	1,29
16	1,15	1,15	1,16	1,23	1,24	1,25	1,31	1,32	1,34	1,41	1,43	1,44
25	1,22	1,23	1,24	1,34	1,36	1,37	1,47	1,49	1,50	1,61	1,63	1,65
35	1,30	1,31	1,32	1,47	1,48	1,50	1,63	1,66	1,68	1,83	1,86	1,89
50	1,41	1,43	1,45	1,64	1,67	1,70	1,87	1,91	1,94	2,14	2,19	2,24
70	1,56	1,59	1,61	1,86	1,90	1,94	2,17	2,23	2,28	2,54	2,62	2,68
95	1,73	1,77	1,80	2,13	2,19	2,24	2,54	2,61	2,68	3,02	3,12	3,20

Primjer. Koliki mora biti presjek slobodnih bakrenih vodova međusobno udaljenih 40 cm ako njima želimo povezati jednofazni motor od 2,28 kW, 380 V, $\cos \varphi = 0,75$, $\eta = 0,8$ sa 600 metara udaljenom trafo-stanicom, a gubitak napona ne smije biti veći od 4%?

$$\begin{aligned} \rho &= 0,0175 \\ l &= 1200 \text{ m} \\ a &= 40 \text{ cm} \\ P_d &= 2,28 \text{ kW} \\ U &= 380 \text{ V} \\ \cos \varphi &= 0,75 \\ \eta &= 0,8 \\ \Delta U &< 4\% \\ \hline S &= ? \\ \Delta U &= ? \end{aligned}$$

Budući da u ovom primjeru ne možemo zanemariti induktivitet vodova, izračunani gubitak napona morat ćemo pomnožiti još s faktorom iz tablice na str. 250.

a) Iz korisnosti izračunamo snagu koju motor prima iz mreže

$$P = \frac{P_d}{\eta} = \frac{2280}{0,8} = 2850 \text{ W}$$

$$I = \frac{P}{U \cdot \cos \varphi} = \frac{2850}{380 \cdot 0,75} = 10 \text{ A}$$

$$S = 0,75 \text{ mm}^2 \text{ (iz tablice na str. 68)}$$

b) Kontrola s obzirom na gubitak napona za $S = 0,75 \text{ mm}^2$

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S} = \frac{0,0175 \cdot 1200}{0,75} = 28 \Omega$$

$$\Delta U' = I \cdot R \cdot \cos \varphi = 10 \cdot 28 \cdot 0,75 = 210 \text{ V}$$

$$\Delta U' (\%) = \frac{210 \cdot 100}{380} = 55,3\%$$

Gubitak napona je gotovo 14 puta veći od dozvoljenog, pa treba uzeti presjek voda najmanje 14 puta veći, tj. $S = 16 \text{ mm}^2$

c) Kontrola s obzirom na gubitak napona za $S = 16 \text{ mm}^2$

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S} = \frac{0,0175 \cdot 1200}{16} = 1,31 \Omega$$

$$\Delta U = I \cdot R \cdot \cos \varphi = 10 \cdot 1,31 \cdot 0,75 = 9,825 \text{ V}$$

$$\Delta U = \Delta U' \cdot \text{faktor iz tablice} = 9,825 \cdot 1,27 = 12,48 \text{ V}$$

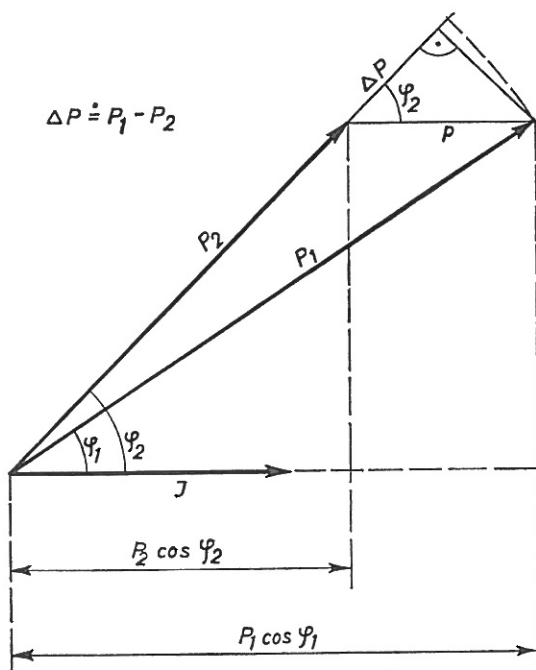
$$\Delta U (\%) = \frac{12,48 \cdot 100}{380} = 3,3\%$$

Prema tome, postavljenim zahtjevima zadovoljava presjek $S = 16 \text{ mm}^2$.

12.3.4. Proračun gubitka snage

Pri prenošenju električne energije na veće udaljenosti ili pri prenošenju većih snaga potrebno je uz proračun gubitka napona izvršiti i proračun gubitka snage.

Kao što treba razlikovati pad napona u vodu (u) i razliku napona između početka i kraja voda (ΔU), tako je potrebno razlikovati pad snage u vodu (p) i razliku snage na početku i na kraju voda (ΔP). Razlika snage je algebarska razlika snage na početku voda i snage na kraju voda, a pad snage je geometrijska razlika tih snaga. Na sl. 323 grafički je prikazana razlika tih pojmova.



Sl. 323. Pad snage i razlika snage

- P_1 ... snaga na početku voda
- P_2 ... snaga na kraju voda
- ΔP ... algebarska razlika snaga (»razlika snaga«)
- p ... geometrijska razlika snaga (»pad snage«)
- $P_1 \cdot \cos \varphi_1$... djelatna komponenta snage P_1
- $P_2 \cdot \cos \varphi_2$... djelatna komponenta snage P_2

Iz dijagrama se vidi da je pad snage (p) jednak razlici djelatnih komponenta snage P_1 i P_2 :

$$\begin{aligned}
 p &= P_1 \cdot \cos \varphi_1 - P_2 \cdot \cos \varphi_2 = \\
 &= U_1 \cdot I \cdot \cos \varphi_1 - U_2 \cdot I \cdot \cos \varphi_2 = \\
 &= I (U_1 \cdot \cos \varphi_1 - U_2 \cdot \cos \varphi_2)
 \end{aligned}$$

U 12.3.2. (c) izveli smo da je $U_1 \cdot \cos \varphi_1 - U_2 \cdot \cos \varphi_2 = I \cdot R$ pa izlazi da je

$$p = I \cdot I \cdot R$$

$$p = I^2 \cdot R$$

gdje je p ... pad snage (W)

Iz pravokutnog trokuta sa stranicama p i ΔP dobijemo

$$\Delta P = p \cdot \cos \varphi_2$$

$$\Delta P = I^2 \cdot R \cdot \cos \varphi_2$$

gdje je ΔP ... razlika snage (W).

Kod proračuna gubitka snage u vodu ne zanima nas stanje na kraju voda, već koliko smo snage utrošili na svladavanje otpora u samom vodu, pa na osnovi toga određujemo izgublenu energiju. Prema tome kod izmjenične struje

pod gubitkom snage razumijevamo pad snage u vodu (p).

$$p = I^2 \cdot R$$

gdje je $p \dots$ gubitak snage (W).

Gubitak snage je, dakle, ovisan o omskom otporu voda i ukupnoj struji koja teče kroz taj vod. Budući da u trošilu vrši koristan rad samo djelatna komponenta ukupne struje, a na gubitke snage (energije) u vodovima utječe cijela struja s djelatnom i jalovom komponentom poželjno je da u prenošenoj električnoj energiji bude što manja jalova komponenta. Ako je ona velika, odnos između iskorištene energije u trošilu i izgubljene energije u vodovima nepovoljan je i neekonomičan. Smanjenje jalove komponente provodi se kompenzacijom jalove snage (poboljšanjem faktora snage), o čemu smo već govorili.

Primjer. Snaga od 76,8 kW prenosi se na udaljenost 3,6 km pod naponom od 6 000 V uz faktor snage $\cos \varphi = 0,8$. Koliki mora biti presjek bakrenih vodova da gubitak snage ne bude veći od 8%, a gubitak napona veći od 5%?

$$P = 76,8 \text{ kW}$$

$$U = 6\,000 \text{ V}$$

$$\cos \varphi = 0,8$$

$$l = 7,2 \text{ km}$$

$$\varsigma = 0,0175$$

$$p < 8\%$$

$$\Delta U < 5\%$$

$$S = ?$$

$$p = ?$$

$$\Delta U = ?$$

a) Jakost struje dobijemo iz snage

$$I = \frac{P}{U \cdot \cos \varphi} = \frac{76\,800}{6\,000 \cdot 0,8} = 16 \text{ A}$$

b) Najmanji presjek s obzirom na zagrijavanje (tablica str. 68)

$$S = 1,5 \text{ mm}^2$$

c) Kontrola s obzirom na gubitak snage za

$$S = 1,5 \text{ mm}^2$$

$$R = \frac{\varsigma \cdot l}{S} = \frac{0,0175 \cdot 7\,200}{1,5} = 84 \, \Omega$$

$$p = I^2 \cdot R = 16^2 \cdot 84 = 21\,504 \text{ W}$$

$$p (\%) = \frac{21\,504 \cdot 100}{76\,800} = 28\%$$

Gubitak snage je 3,5 puta veći od dozvoljenog, pa treba uzeti najmanje 3,5 puta veći presjek voda tj.

$$S = 6 \text{ mm}^2$$

d) Kontrola s obzirom na gubitak snage za

$$S = 6 \text{ mm}^2$$

$$R = \frac{\varsigma \cdot l}{S} = \frac{0,0175 \cdot 7\,200}{6} = 21 \, \Omega$$

$$p = I^2 \cdot R = 16^2 \cdot 21 = 5\,376 \text{ W}$$

$$p = \frac{5\,376 \cdot 100}{76\,800} = 7\%$$

e) Kontrola s obzirom na gubitak napona za

$$S = 6 \text{ mm}^2$$

$$\Delta U = I \cdot R \cdot \cos \varphi = 16 \cdot 21 \cdot 0,8 = 268,8 \text{ V}$$

$$\Delta U (\%) = \frac{268,8 \cdot 100}{6\,000} = 4,48\%$$

- f) Kad struja i napon nisu u fazi, procentualni gubitak napona manji je od procentualnog gubitka snage za $\cos^2 \varphi$ — puta, pa smo mogli procentualni gubitak napona dobiti i po formuli

$$\Delta U (\%) = p (\%) \cdot \cos^2 \varphi = 7,0,8^2 = 4,48\%$$

Prema tome, postavljenim zahtjevima zadovoljava presjek $S = 6 \text{ mm}^2$.

Zadaci

1. Na udaljenosti od 150 m od izvora izmjeničnog napona 220 V nalazi se skupina om-skih trošila ukupne snage 3,3 kW. Koliki treba biti presjek bakrenog voda da gubitak napona ne bude veći od 2%?
2. Trošilo je bakrenim vodom presjeka 6 mm^2 spojeno s 75 metara udaljenim izvorom izmjeničnog napona 220 V. Koliki je gubitak napona u vodu ako trošilo troši struju od 10 A?
3. Snagu od 210 kW treba bakrenim vodom prenijeti na udaljenost 7,5 km pod naponom od 6000 V i uz fazni pomak $\cos \varphi = 0,7$. Koliki mora biti presjek voda da gubitak napona ne bude veći od 500 V?
4. Elektromotor udaljen 80 m od razvodne ploče uzima iz mreže napona 220 V struju jakosti 12 A uz faktor snage $\cos \varphi = 0,75$. Koliki mora biti presjek bakrenog voda da gubitak napona ne bude veći od 5%?
5. Pogon čiji strojevi troše snagu od 12,16 kW pri naponu od 380 V uz $\cos \varphi = 0,8$ treba vezati slobodnim bakrenim vodovima s 300 metara udaljenom trafo-stanicom. Odredite presjek vodova ako je međusobni razmak vodova 50 cm, a gubitak napona ne smije biti veći od 5%.
6. Koliki bi bio gubitak napona kad bismo slobodnim bakrenim vodovima presjeka 25 mm^2 međusobno udaljenim 50 cm prenosili na udaljenost 3 km snagu od 6,08 kW pod naponom 380 V i uz faktor snage $\cos \varphi = 0,8$? Koliki bi napon dobila trošila?
7. Kroz bakrene vodove presjeka 35 mm^2 i duge 200 metara teče struja od 60 A uz $\cos \varphi = 0,8$. Koliki je gubitak napona i gubitak snage ako je napon na početku voda 220 V, a vodovi su zračni i međusobno udaljeni 40 cm?
8. Koliki treba biti presjek bakrenih vodova da njima pod naponom od 6000 V na udaljenost 1,8 km presenesemo snagu od 27 kW uz $\cos \varphi = 0,7$. Gubitak snage ne smije biti veći od 5%.
9. Aluminijskim vodom presjeka 50 mm^2 prenosi se snaga od 40,5 kW uz $\cos \varphi = 0,75$ na udaljenost 6 km. Koliki su gubitak snage i gubitak napona ako se prijenos obavlja naponom od 3 kV?

13. SIMBOLIČKA METODA U ELEKTROTEHNICI IZMJENIČNIH STRUJA

U dosadašnjim izlaganjima govorili smo kako se struje, naponi, otpori, snage i druge veličine u krugu izmjenične struje mogu odrediti pomoću vektorskih dijagrama. Prednost je te metode da daje zornu sliku međusobnih odnosa pojedinih veličina te nas tako navodi na primjenu odgovarajućih matematskih relacija, odnosno, pokazuje nam put za dobivanje i računskih rezultata. Međutim, predočavanje izmjeničnih veličina vektorima samo je pomoćno računsko sredstvo bez fizikalnog smisla, pa takvo predočavanje zovemo »simboličko«. Vektor napona je, dakle, samo simbol napona, a vektor struje samo simbol struje.

Matematika nam pruža još jedno pomoćno sredstvo pomoću kojeg možemo samo računskim putem rješavati probleme u krugu izmjenične struje. Ta je metoda još više simbolička od vektorske metode, a osniva se na predočavanju izmjeničnih električnih veličina kompleksnim brojevima.

13. 1. MATEMATIČKE OSNOVE SIMBOLIČKE METODE

13.1.1. POJAM KOMPLEKSNOG BROJA

Kompleksni broj je složeni broj sastavljen od realnog i imaginarnog broja, a ima algebarski oblik

$$z = a + bj$$

gdje je z ... kompleksni broj
 a ... realni dio kompleksnog broja
 bj ... imaginarni dio kompleksnog broja

Faktor »j« u imaginarnom dijelu kompleksnog broja zove se **imaginarna jedinica**, a predočuje izraz koji bi kvadriranjem dao rezultat »-1«, tj.

$$j^2 = -1$$

odnosno

$$j = \sqrt{-1}$$

Dva su kompleksna broja jednaka ako su im jednaki i realni i imaginarni dijelovi. Dva kompleksna broja koja se razlikuju samo po predznaku imaginarnog dijela zovu se konjugirano kompleksni brojevi (npr. $2 + 5j$, $2 - 5j$). Ako se u kompleksnom broju imaginarni dio smanji na nulu, nastane realni broj, a ako se realni dio smanji na nulu, ostane potpuno imaginarni broj.

Kompleksne brojeve matematski dobijemo kao rezultate pri rješavanju nekih kvadratnih jednadžbi.

13.1.2. PREDOČAVANJE KOMPLEKSNIH BROJEVA

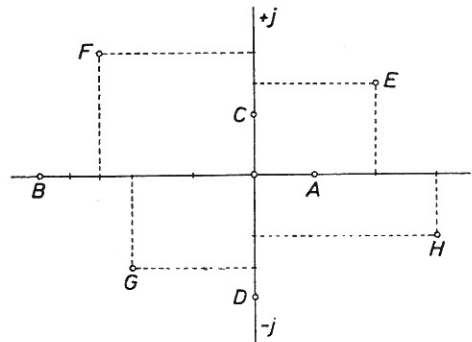
Kompleksne brojeve predočujemo točkama u ravnini koja je po matematičaru Gaussu [Gaus] nazvana Gaussova brojevnna ravnina ili kompleksna ravnina. Dvije međusobno okomite osi koje zovemo realna os (horizontalna) i imaginarna os (vertikalna) dijele tu ravninu na četiri kvadranta.

Svi pozitivni i negativni realni brojevi kompleksni su brojevi čiji je imaginarni dio jednak nuli, a nalaze se na realnoj osi desno i lijevo od ishodišta. Svi imaginarni brojevi su kompleksni brojevi čiji je realni dio jednak nuli, a predočeni su u Gaussovoj ravnini točkama koje se nalaze na imaginarnoj osi gore i dolje od ishodišta. Sve ostale točke te ravnine pripadaju kompleksnim brojevima s realnim i imaginarnim dijelom, tj.

kompleksni brojevi s realnim i imaginarnim dijelom predočeni su u Gaussovoj ravnini točkama koje nisu ni na realnoj ni na imaginarnoj osi.

Na sl. 324 predočuje:

- točka A...realan broj (1)
- točka B...realan broj (-3,5)
- točka C...imaginaran broj (j)
- točka D...imaginaran broj (-2j)
- točka E...kompleksan broj (2 + 1,5j)
- točka F...kompleksan broj (-2,5 + 2j)
- točka G...kompleksan broj (-2 - 1,5j)
- točka H...kompleksan broj (3 - j).



Sl. 324. Brojevi u Gaussovoj ravnini

13.1.3. Oblici kompleksnog broja

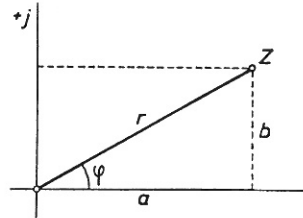
Svakom kompleksnom broju pripada određena točka u Gaussovoj ravnini. Položaj te točke određivali smo do sada koordinatama »a« i »b« u pravokutnom koordinatnom sustavu, pa smo imali kompleksne brojeve u obliku kojeg smo nazvali algebarski oblik:

$$Z = a + j b$$

...algebarski oblik kompleksnog broja.

Međutim, položaj točke koja predočuje neki kompleksni broj možemo u kompleksnoj ravnini odrediti i polarnim koordinatama, tj. možemo odrediti dužinom koja spaja tu točku s ishodištem koordinatnog sustava (r) i kutem kojeg ta dužina zatvara s pozitivnim smjerom realne osi (φ). U tom slučaju vrijede relacije (sl. 325):

$$\begin{aligned}
 a &= r \cos \varphi \\
 b &= r \sin \varphi \\
 r &= \sqrt{a^2 + b^2} \\
 \operatorname{tg} \varphi &= \frac{b}{a} .
 \end{aligned}$$



Sl. 325. Odnosi u kompleksnom broju

Uvrstimo li u algebarski oblik kompleksnog broja spomenute izraze »a« i »b« dobijemo trigonometrijski oblik kompleksnog broja:

$$Z = a + bj = r \cos \varphi + j r \sin \varphi,$$

$Z = r \cos \varphi + j r \sin \varphi,$

... trigonometrijski oblik kompleksnog broja.

U matematici postoji izvod kojim se može dokazati da je

$$\cos \varphi + j \sin \varphi = e^{j\varphi}.$$

Pomnožimo li obje strane jednadžbe s r, dobijemo

$$r \cos \varphi + r j \sin \varphi = r e^{j\varphi}, \text{ gdje je } e = 2,7182 \dots \text{ (baza prirodnog logaritma)}$$

Lijeva strana dobivene jednadžbe predstavlja trigonometrijski oblik kompleksnog broja, pa iz tog slijedi da kompleksni broj možemo pisati i u obliku:

$Z = r e^{j\varphi}$

... eksponencijalni oblik kompleksnog broja.

U već spomenutim formulama »r« je apsolutna vrijednost ili modul kompleksnog broja, a kut »φ« je argument kompleksnog broja.

↳ **Primjer 1:** Kompleksan broj čiji je algebarski oblik $z = 2 + j0,5$ treba prikazati u trigonometrijskom i eksponencijalnom obliku.

$$\text{a) } r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2^2 + 0,5^2} = \sqrt{4,25} = 2,1$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{a} = \frac{0,5}{2} = 0,25 \quad \varphi = 14^{\circ}2'$$

$$\text{b) } z = r \cos \varphi + j r \sin \varphi = 2,1 \cos 14^{\circ}2' + j 2,1 \sin 14^{\circ}2'$$

$$\text{c) } z = r e^{j\varphi} = 2,1 e^{j14^{\circ}2'}$$

Primjer 2: Kompleksan broj $Z = 5 e^{j60^{\circ}}$ treba pretvoriti u trigonometrijski i algebarski oblik ($r = 5$, $\varphi = 60^{\circ}$).

$$\text{a) } z = r \cos \varphi + j r \sin \varphi = 5 \cos 60^{\circ} + j 5 \sin 60^{\circ}$$

$$\text{b) } a = r \cos \varphi = 5 \cos 60^{\circ} = 5 \cdot 0,5 = 2,5$$

$$b = r \sin \varphi = 5 \sin 60^{\circ} = 5 \cdot 0,866 = 4,33$$

$$z = a + j b = 2,5 + j 4,33$$

13.1.4. Zbrajanje i odbijanje kompleksnih brojeva

Kompleksni brojevi zbrajaju se tako da se posebno zbroje njihovi realni dijelovi, a posebno njihovi imaginarni dijelovi.

$$Z_1 + Z_2 = (a + jb) + (c + jd) = (a + c) + j(b + d)$$

Primjer: $Z_1 = 3 - j4$ $Z_1 + Z_2 = (3 - j4) + (9 + j7) =$
 $Z_2 = 9 + j7$ $= (3 + 9) + j(-4 + 7) =$
 $Z_1 + Z_2 = ?$ $= \underline{12 + j3}$

Kompleksni brojevi odbijaju se tako da se posebno odbiju njihovi realni dijelovi, a posebno njihovi imaginarni dijelovi.

$$Z_1 - Z_2 = (a + jb) - (c + jd) = (a - c) + j(b - d)$$

Primjer: $Z_1 = 8 + j3$ $Z_1 - Z_2 = (8 + j3) - (5 - j12) =$
 $Z_2 = 5 - j12$ $= (8 - 5) + j(3 + 12) =$
 $Z_1 - Z_2 = ?$ $= \underline{3 + j15}$

13.1.5. Množenje i dijeljenje kompleksnih brojeva

Kompleksne brojeve množimo na isti način kao što množimo binom s binomom:

$$Z_1 \cdot Z_2 = (a + jb) \cdot (c + jd) = ac + jbc + jad + j^2bd =$$
$$= ac + jbc + jad - bd = (ac - bd) + j(bc + ad)$$

$$Z_1 \cdot Z_2 = (ac - bd) + j(bc + ad)$$

Primjer: $Z_1 = 0,8 - j2$ $Z_1 \cdot Z_2 = (ac - bd) + j(bc + ad) =$
 $Z_2 = -5 + j2,5$ $= (-3 + 5) + j(10 + 1,5) =$
 $Z_1 \cdot Z_2 = ?$ $= \underline{2 + j11,5}$

Ako su kompleksni brojevi u eksponencijalnom obliku, postupak množenja je jednostavniji.

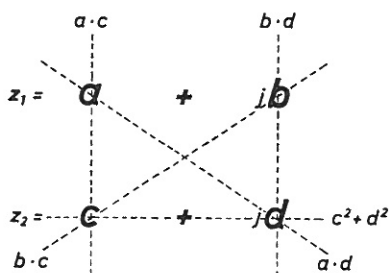
$$Z_1 \cdot Z_2 = (r_1 e^{j\varphi_1}) \cdot (r_2 e^{j\varphi_2}) = r_1 r_2 e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

Primjer: Pomnožite kompleksne brojeve iz prednjeg primjera tako da ih pretvorite u eksponencijalni oblik. Izvršite kontrolu upoređivanjem obaju rezultata.

$$Z_1 = 0,6 - j2$$

$$Z_2 = -5 + j2,5$$

$$Z_1 \cdot Z_2 = ?$$



Sl. 326. Postupak dijeljenja

$$a) r_1 = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{0,6^2 + 2^2} = \sqrt{4,36} = 2,09$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{b}{a} = \frac{-2}{0,6} = -3,33 \quad \varphi_1 = 286^\circ 42'$$

$$b) r_2 = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{5^2 + 2,5^2} = \sqrt{31,25} = 5,6$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{b}{a} = \frac{2,5}{-5} = -0,5 \quad \varphi_2 = 153^\circ 26'$$

$$c) Z_1 \cdot Z_2 = r_1 r_2 e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)} = 11,7 e^{j440^\circ 8'} = 11,7 e^{j80^\circ 8'}$$

d) Kontrola (uspoređenje rezultata):

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2^2 + 11,5^2} = \sqrt{136,25} = 11,7$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{a} = \frac{11,5}{2} = 5,75 \quad \varphi = 80^\circ 8'$$

$$Z = r e^{j\varphi} = 11,7 e^{j80^\circ 8'}$$

Kompleksne brojeve dijelimo tako da najprije racionaliziramo nazivnik, a zatim dijelimo brojnik s tako dobivenim realnim nazivnikom.

$$\begin{aligned} Z_1 : Z_2 &= \frac{a + jb}{c + jd} = \frac{(a + jb) \cdot (c - jd)}{(c + jd) \cdot (c - jd)} = \frac{ac + jbc - jad - j^2bd}{c^2 - j^2d^2} \\ &= \frac{ac + jbc - jad + bd}{c^2 + d^2} = \frac{(ac + bd) + j(bc - ad)}{c^2 + d^2} \end{aligned}$$

$$Z_1 : Z_2 = \frac{(ac + bd) + j(bc - ad)}{c^2 + d^2}$$

$$\text{Primjer: } Z_1 = 2,5 + j5$$

$$Z_2 = 4 + j3$$

$$Z_1 : Z_2 = ?$$

$$Z_1 : Z_2 = \frac{(ac + bd) + j(bc - ad)}{c^2 + d^2} =$$

$$= \frac{(10 + 15) + j(20 - 7,5)}{4^2 + 3^2} =$$

$$= \frac{25 + j12,5}{25} = 1 + j0,5$$

Dijeljenje kompleksnih brojeva jednostavnije je ako se oni nalaze u eksponencijalnom obliku.

$$Z_1 : Z_2 = (r_1 e^{j\varphi_1}) : (r_2 e^{j\varphi_2}) = \frac{r_1}{r_2} e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$$\text{Primjer: } Z_1 = 0,75 e^{j60^\circ}$$

$$Z_2 = 1,5 e^{j42^\circ 30'}$$

$$Z_1 : Z_2 = ?$$

$$Z_1 : Z_2 = \frac{r_1}{r_2} e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)} =$$

$$= \frac{0,75}{1,5} e^{j(60^\circ - 42^\circ 30')} = 0,5 e^{j17^\circ 30'}$$

13.1.6. Potenciranje i radiciranje kompleksnih brojeva

Postupci potenciranja i radiciranja kompleksnih brojeva su najjednostavniji ako su kompleksni brojevi u eksponencijalnom obliku.

$Z^n = (r e^{j\varphi})^n = r^n e^{jn\varphi}$	$\sqrt[n]{Z} = \sqrt[n]{r e^{j\varphi}} = \sqrt[n]{r} e^{j \frac{\varphi}{n}}$
--	--

Primjer 1: $Z = 1,8 e^{j32^\circ 20'}$
 $Z^3 = ?$

$$Z^3 = (1,8 e^{j32^\circ 20'})^3 =$$

$$= 1,8^3 e^{j \cdot 3 \cdot (32^\circ 20')} = \underline{5,832 e^{j97^\circ}}$$

Primjer 2: $Z = 81 e^{j72^\circ 48'}$
 $\sqrt[4]{Z} = ?$

$$\sqrt[4]{Z} = \sqrt[4]{81 e^{j72^\circ 48'}} =$$

$$= \sqrt[4]{81} e^{j \frac{72^\circ 48'}{4}} = 3 e^{j18^\circ 12'}$$

Zadaci:

1. Zbrojte kompleksne brojeve $Z_1 = 15 + j6$ i $Z_2 = 8,5 - j$. Zadane kompleksne brojeve i njihovu sumu prikažite grafički u Gaussovoj ravnini.
2. Od kompleksnog broja $Z_1 = 7 + j5$ oduzmite broj $Z_2 = 5 - j3$ te dobiveni rezultat prikažite u trigonometrijskom i eksponencijalnom obliku.
3. Pomnožite kompleksne brojeve $Z_1 = 2 - j3$ i $Z_2 = 4,5 + j5$ u algebarskom i eksponencijalnom obliku.
4. Podijelite kompleksne brojeve $Z_1 = 28 + j43$ i $Z_2 = 48 - j25$ tako da racionalizirate nazivnik. Pretvorite ih u eksponencijalni oblik i podijelite ih u tom obliku. Izvršite kontrolu uspoređivanjem obaju rezultata.
5. Kompleksni broj $Z = 3,8 + j2,5$ pretvorite u eksponencijalni oblik, a zatim ga dignite na treću potenciju.

13. 2. KOMPLEKSNI BROJEVI KAO SIMBOLI ELEKTRIČNIH VELIČINA

13.2.1. Osnove simboličke metode

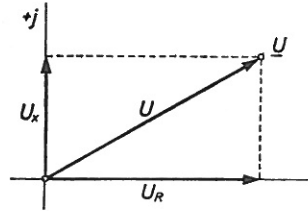
Predočavanje vektora izmjeničnih električnih veličina kompleksnim brojevima omogućava značajno pojednostavljenje proračuna složenih krugova izmjenične struje, jer se komplicirani postupci s vektorima zamjenjuju relativno jednostavnim algebarskim operacijama s kompleksnim brojevima. Osim toga, primjenom kompleksnih brojeva ostvaren je jedinstven postupak pri proračunu istosmjernih i izmjeničnih električnih krugova. Naime, sve formule i metode proračuna izvedene u krugu istosmjerne struje mogu se primjenjivati i u krugu izmjenične struje ako su izmjenične veličine izražene u kompleksnom obliku.

Osnova simboličke metode je predočavanje izmjeničnih električnih veličina u obliku kompleksnog broja. Trebamo znati da

svaku veličinu koju smo prikazali pomoću vektora možemo prikazati i pomoću kompleksnog broja.

Pri tome vektor postavljen u Gaussovoj ravnini razlažemo na dvije komponente: jedna komponenta leži u realnoj osi i daje realan dio kompleksnog broja, a druga komponenta leži u imaginarnoj osi i daje imaginaran dio kompleksnog broja. Tako na primjer, vektor izmjeničnog napona na sl. 327 možemo rastaviti na njegovu realnu komponentu U_R i imaginarnu komponentu U_X . Taj napon možemo prikazati kompleksnim brojem

$$\underline{U} = U_R + j U_X$$



Sl. 327. Rastavljanje izmjenične veličine na komponente

Na isti način moguće je svaku izmjeničnu električnu veličinu rastaviti na realnu i imaginarnu komponentu i prikazati je prikladnim kompleksnim brojem. Time je omogućeno da se složene električne veličine u krugu izmjenične struje mogu prikazati u relativno jednostavnim matematskim oblicima, pa se zatim pomoću osnovnih matematskih operacija može odrediti njihov rezultantni učinak. Na kraju je potrebno znati taj matematski rezultat u obliku kompleksnog broja prevesti na jezik elektrotehnike, tj. potrebno je znati uočiti električne odnose koje predočuje taj kompleksni broj.

13.2.2. Značenje imaginarne jedinice

Kompleksnim brojem \underline{U} predočili smo izmjenični napon s određenom realnom i imaginarnom komponentom.

Imaginarna jedinica (+j) u tom izrazu znači da je imaginarna komponenta napona zakrenuta prema realnoj komponenti za 90° u pozitivnom smjeru,

tj. u smjeru suprotnom od smjera kretanja kazaljke na satu. Ako bi imaginarna jedinica u tom izrazu bila negativna (-j), imaginarna komponenta bila bi zaokrenuta od realne komponente za 90° u negativnom smjeru, tj. u smjeru kretanja kazaljke na satu. Kad bi u izrazu bio kvadrat imaginarne jedinice (j²), značio bi dvostruki zaokret po 90° u pozitivnom ili negativnom smjeru

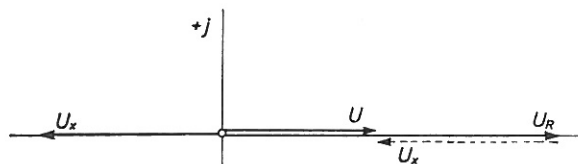
$$j^2 = (+j) \cdot (+j) = (-j) \cdot (-j)$$

tj. predstavljao bi imaginarnu komponentu zaokrenutu za 180° prema realnoj komponenti. U tom slučaju imaginarna komponenta pada u realnu os, pa dobiva realan smisao. Napon \underline{U} postaje tada sasvim realan i jednak je razlici dviju komponenata (sl. 328):

$$\underline{U} = U_R + j^2 U_X$$

$$\underline{U} = U_R + (-1) \cdot U_X$$

$$\underline{U} = U_R - U_X$$



Sl. 328. Značenje imaginarne jedinice

13.2.3. Predočavanje izmjeničnog napona

Izmjenični napon u praksi gotovo uvijek predstavljamo njegovom efektivnom vrijednošću, tj. stalnom vrijednošću koju možemo prikazati vektorom koji miruje. Duljinom tog vektora dana je apsolutna vrijednost efektivnog napona, a kutom φ dan je fazni pomak tog napona prema struji koja pri tom naponu protječe kroz strujni krug (sl. 329).

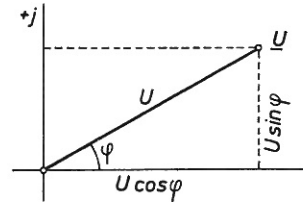
Vektor efektivnog napona možemo simbolički predočiti pomoću kompleksnog broja čiji je realni dio jednak projekciji vektora na realnu os, a imaginarni dio projekciji vektora na imaginarnu os. Taj realni dio kompleksnog broja predstavlja djelatnu komponentu efektivnog napona, a imaginarni dio jalovu komponentu tog napona, pa kompleksni broj ima algebarski oblik:

$$\underline{U} = U_R + j U_X.$$

Iz slike se vidi da je

$$U_R = U \cos \varphi$$

$$U_X = U \sin \varphi$$



Sl. 329. Izmjenični napon

Prema tome, kompleksni broj koji predstavlja efektivni napon ima trigonometrijski oblik:

$$\underline{U} = U \cos \varphi + j U \sin \varphi$$

ili eksponencijalni oblik: gdje je \underline{U} ... kompleksni broj kao simbol efektivnog napona

$$\underline{U} = U e^{j\varphi}$$

U ... apsolutna vrijednost efektivnog napona

φ ... fazni pomak između napona i struje.

Primjer 1: Predstavite kompleksnim brojem efektivnu vrijednost napona čija je trenutna vrijednost dana izrazom

$$u = 120 \sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ) \text{ V.}$$

$$\frac{U_m = 120 \sqrt{2} \text{ V}}{\varphi = 30^\circ}$$

$$\underline{U} = ?$$

$$\text{a) } U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{120 \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 120 \text{ V}$$

$$\text{b) } \underline{U} = U \cos \varphi + j U \sin \varphi = 120 \cos 30^\circ + j 120 \sin 30^\circ$$

$$\text{c) } \underline{U} = U e^{j\varphi} = 120 e^{j30^\circ} \text{ V}$$

Primjer 2: Kolika je djelatna, a kolika jalova komponenta napona iz prethodnog primjera. Napišite algebarski oblik kompleksnog broja koji predstavlja taj napon.

$$\text{a) } U_R = U \cos \varphi = 120 \cos 30^\circ = \underline{103,92 \text{ V}}$$

$$U_X = U \sin \varphi = 120 \sin 30^\circ = \underline{60 \text{ V}}$$

$$\text{b) } \underline{U} = U_R + j U_X = \underline{103,92 + j 60 \text{ V}}$$

13.2.4. Predočavanje izmjenične struje

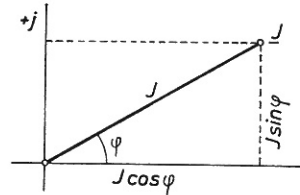
Na sličan način kao i u prethodnoj točki možemo izvesti da se efektivna jakost izmjenične struje može simbolički prikazati kompleksnim brojem čiji realni dio predstavlja djelatnu komponentu efektivne jakosti struje, a imaginarni dio jalovu komponentu te struje. Prema tome, taj kompleksan broj ima algebarski oblik:

$$\underline{I} = I_R + j I_X$$

Iz slike 330 vidi se da je

$$I_R = I \cos \varphi$$

$$I_X = I \sin \varphi,$$



Sl. 330. Izmjenična struja

pa dobijemo trigonometrijski oblik:

$$\underline{I} = I \cos \varphi + j I \sin \varphi$$

gdje je I ... kompleksni broj kao simbol jakosti struje

ili eksponencijalni oblik

I ... apsolutna vrijednost efektivne jakosti struje,

φ ... fazni pomak struje prema naponu.

$$\underline{I} = I e^{j\varphi}$$

Primjer 1: Kolika je djelatna i jalova komponenta struje predstavljene kompleksnim brojem $\underline{I} = 8,4 e^{j36^\circ}$ A?

$$\underline{I} = 8,4 \text{ A} \quad \text{a) } I_R = I \cos \varphi = 8,4 \cos 36^\circ = \underline{6,8 \text{ A}}$$

$$\varphi = 36^\circ$$

$$\text{b) } I_X = I \sin \varphi = 8,4 \sin 36^\circ = \underline{4,94 \text{ A}}$$

$$I_R = ?$$

$$I_X = ?$$

Primjer 2: Predstavite kompleksnim brojem u algebarskom, trigonometrijskom i eksponencijalnom obliku efektivnu jakost struje, čija je djelatna komponenta 2 A, a jalova komponenta 1,5 A.

$$I_R = 2 \text{ A}$$

$$I_X = 1,5 \text{ A}$$

$$\underline{I} = ?$$

a) Algebarski oblik:

$$\underline{I} = I_R + j I_X = \underline{2 + j 1,5 \text{ A}}$$

b) Trigonometrijski oblik:

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_X^2} = \sqrt{2^2 + 1,5^2} = \sqrt{6,25} = 2,5 \text{ A}$$

$$\cos \varphi = \frac{I_R}{I} = \frac{2}{2,5} = 0,8 \quad \varphi = 36^\circ 51'$$

$$\underline{I} = I \cos \varphi + j I \sin \varphi = \underline{2,5 \cos 36^\circ 51' + j 2,5 \sin 36^\circ 51'}$$

c) Eksponencijalni oblik:

$$\underline{I} = I e^{j\varphi} = \underline{2,5 e^{j36^\circ 51'}}$$

13.2.5. Predočavanje impedancije

Impedancija se može prikazati vektorom čija je duljina određena apsolutnom vrijednošću impedancije, a veličina kuta φ ovisna je o odnosu djelatne i jalove komponente impedancije. Kut φ zapravo predstavlja fazni pomak između struje i napona kojeg uzrokuje ta impedancija svojom jalovom komponentom. Budući da se svaki vektor može simbolički predočiti kompleksnim brojem, impedanciji također pripada kompleksni broj čiji je algebarski oblik:

$$\underline{Z} = R + j X$$

Iz sl. 331 možemo odrediti izraz za djelatnu i jalovu komponentu impedancije:

$$R = Z \cos \varphi \qquad X = Z \sin \varphi$$

Uvrštavanjem tih izraza u algebarski oblik dobijemo trigonometrijski oblik:

$$\underline{Z} = Z \cos \varphi + j Z \sin \varphi$$

gdje je $\underline{Z} \dots$ kompleksni broj kao simbol impedancije

odnosno eksponencijalni oblik:

$Z \dots$ apsolutna vrijednost impedancije

$$\underline{Z} = Z e^{j\varphi}$$

$\varphi \dots$ fazni pomak između struje i napona.

Predznak imaginarne jedinice ovisi o vrsti jalovog otpora. Ako je impedancija s induktivnim otporom, predznak je pozitivan (+ j), ako sadrži kapacitivni otpor, predznak je negativan (− j).

Primjer 1: Napišite kompleksni broj u eksponencijalnom obliku koji predstavlja impedanciju s omskim otporom od 15Ω i induktivnim otporom od 20Ω .

$$\begin{aligned} R &= 15 \Omega & \text{a) } Z &= \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25 \Omega \\ \frac{X_L = 20 \Omega}{Z = ?} & & \text{b) } \cos \varphi &= \frac{R}{Z} = \frac{15}{25} = 0,6 \quad \varphi = 53^\circ 6' \\ & & \text{c) } \underline{Z} &= Z e^{j\varphi} = 25 e^{j53^\circ 6'} \end{aligned}$$

Primjer 2: Neka impedancija predočena je kompleksnim brojem

$$\underline{Z} = 100 \cos 42^\circ + j 100 \sin 42^\circ \Omega.$$

Koliki je njezin djelatni i jalovi otpor, a kolika je njezina apsolutna vrijednost?

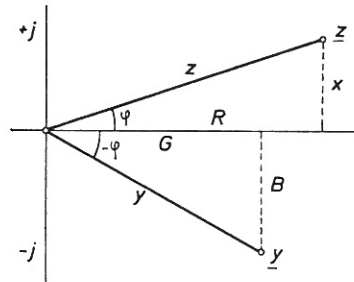
$$\begin{aligned} \text{a) } R &= Z \cos \varphi = 100 \cos 42^\circ = 100 \cdot 0,743 = \underline{74,3 \Omega} \\ \text{b) } X &= Z \sin \varphi = 100 \sin 42^\circ = 100 \cdot 0,669 = \underline{66,9 \Omega} \\ \text{c) } Z &= \underline{100 \Omega} \\ \text{d) } \text{Kontrola: } Z &= \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{74,3^2 + 66,9^2} = \underline{100 \Omega} \end{aligned}$$

13.2.6. Predočavanje admitancije

U mnogim zadacima lakše je i jednostavnije računati s električnom vodljivošću umjesto s električnim otporom. Kod izmjenične struje i električni otpor i električna vodljivost mogu imati i djelatnu i jalovu komponentu. Električni otpor s djelatnom komponentom (R) i jalovom komponentom (X) zove se impedancija (Z), a električna vodljivost s djelatnom komponentom (G) i jalovom komponentom (B) zove se admitancija (Y).

Ako admitanciju želimo predočiti kompleksnim brojem, moramo uzeti recipročnu vrijednost kompleksnog broja kojim smo predočili impedanciju.

$$\begin{aligned} \underline{Y} &= \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R - jX}{(R + jX) \cdot (R - jX)} = \\ &= \frac{R - jX}{R^2 - j^2 X^2} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2} = \\ &= \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2} \end{aligned}$$



Sl. 331. Impedancija i admitancija

$$\underline{Y} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2}$$

gdje je \underline{Y} ... kompleksni broj kao simbol admitancije,
 R ... djelatna komponenta impedancije,

ili

X ... jalova komponenta impedancije.
 Z ... apsolutna vrijednost impedancije.

$$\underline{Y} = \frac{R}{Z^2} - j \frac{X}{Z^2}$$

U kompleksnom broju realan dio djelatna je komponenta admitancije (G), a imaginarni dio je jalova komponenta (B).

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2} = \frac{R}{Z^2} \quad B = \frac{X}{R^2 + X^2} = \frac{X}{Z^2}$$

Prema tome, admitanciju možemo predočiti kompleksnim brojem u algebarskom, trigonometrijskom ili eksponencijalnom obliku (sl. 331):

$$\underline{Y} = G - jB$$

$$\underline{Y} = Y \cos \varphi - j Y \sin \varphi$$

$$\underline{Y} = Y e^{-j\varphi}$$

Primjer: 1 Kolika je admitancija nekog strujnog kruga i kolika je njezina djelatna i jalova komponenta, ako je impedancija tog kruga

$$\underline{Z} = 25 e^{j 30^\circ} \Omega.$$

$$Z = 25 \Omega$$

$$\begin{aligned} \varphi &= 30^\circ \\ \underline{Y} &= ? \\ G &= ? \\ B &= ? \end{aligned}$$

$$\text{a) } \underline{Y} = \frac{1}{Z} = \frac{1}{25} = 0,04 \text{ S}$$

$$\text{b) } G = Y \cos(-\varphi) = 0,04 \cos 30^\circ = \underline{0,03464 \text{ S}}$$

$$\text{c) } B = Y \sin(-\varphi) = 0,04 \sin(-30^\circ) = \underline{-0,02 \text{ S}}$$

$$\text{d) Kontrola } \underline{Y} = \sqrt{G^2 + B^2} = \sqrt{0,03464^2 + 0,02^2} = 0,04 \text{ S}$$

Primjer: 2 Predstavite kompleksnim brojem u algebarskom obliku admitanciju uređaja čija je impedancija 625Ω , a faktor snage 0,8.

$$\begin{aligned} Z &= 625 \Omega \\ \cos \varphi &= 0,8 \\ \underline{Y} &= ? \end{aligned}$$

$$\text{a) } R = Z \cos \varphi = 625 \cdot 0,8 = 500 \Omega$$

$$X = Z \sin \varphi = 625 \cdot 0,6 = 375 \Omega$$

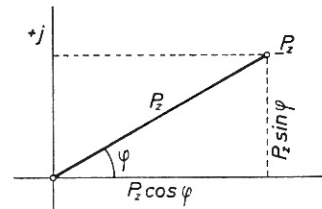
$$\begin{aligned} \text{b) } \underline{Y} &= \frac{R}{Z^2} - j \frac{X}{Z^2} = \frac{500}{625^2} - j \frac{375}{625^2} = \\ &= \underline{0,00128 - j 0,00096 \text{ S}} \end{aligned}$$

13.2.7. Predočavanje električne snage

Električnu snagu možemo također predočiti kompleksnim brojem čiji je realni dio djelatna snaga (P), a imaginarni dio jalova snaga (P_x). Iz sl. 332 proizlazi da je

$$P = P_z \cos \varphi$$

$$P_x = P_z \sin \varphi$$



Sl. 332. Električna snaga

Kompleksni broj koji predočuje električnu snagu može imati algebarski, trigonometrijski ili esponencijalni oblik:

$$\underline{P}_z = P + j P_x$$

gdje je $\underline{P}_z \dots$ kompleksni broj kao simbol električne snage

$$\underline{P}_z = P_z \cos \varphi + j P_x \sin \varphi$$

$P_z \dots$ apsolutna vrijednost električne snage

$$\underline{P}_z = P_z e^{j\varphi}$$

$P \dots$ djelatna snaga

$P_x \dots$ jalova snaga

Primjer 1: Kojim kompleksnim brojevima možemo predočiti snagu čija je djelatna komponenta 640 W, a jalova komponenta 480 Var?

$$\begin{array}{l} P = 640 \text{ W} \\ P_x = 480 \text{ Var} \\ \underline{P_z} = ? \end{array}$$

$$a) \underline{P_z} = P + j P_x = \underline{640 + j 480 \text{ VA}}$$

$$b) P_z = \sqrt{P^2 + P_x^2} = \sqrt{640^2 + 480^2} = 800 \text{ VA}$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{P_z} = \frac{640}{800} = 0,8 \quad \varphi = 36^\circ 52'$$

$$\begin{aligned} \underline{P_z} &= P_z \cos \varphi + j P_z \sin \varphi = \\ &= 800 \cos 36^\circ 52' + j 800 \sin 36^\circ 52' \text{ VA} \end{aligned}$$

$$c) \underline{P_z} = P_z e^{j\varphi} = \underline{800 e^{j36^\circ 52'} \text{ VA}}$$

Primjer 2: Električna snaga nekog uređaja predočena je kompleksnim brojem $\underline{Z} = 144 - j 108 \text{ VA}$. Kolika je djelatna, jalova i prividna snaga tog uređaja, te koliki je faktor snage?

$$a) P = 144 \text{ W} \qquad P_x = 108 \text{ Var}$$

$$b) P_z = \sqrt{P^2 + P_x^2} = \sqrt{144^2 + 108^2} = 180 \text{ VA}$$

$$c) \cos \varphi = \frac{P}{P_z} = \frac{144}{180} = 0,8$$

Zadaci:

1. Predstavite kompleksnim brojem u eksponencijalnom obliku napon čiji je algebarski oblik $\underline{U} = 200 + j 150 \text{ V}$.
2. Maksimalna vrijednost izmjenične struje je 28,28 A, a njezin fazni pomak prema naponu iznosi 32° . Predstavite kompleksnim brojem u algebarskom obliku efektivnu vrijednost te struje.
3. Uređaj troši struju predstavljenu kompleksnim brojem $\underline{I} = 2,56 + j 1,92 \text{ A}$. Kolika je jakost te struje, kolika je njezina jalova i djelatna komponenta i koliki je faktor snage?
4. Impedancija nekog trošila iznosi 3500Ω , a omski otpor 2800Ω . Predstavite otpor tog trošila kompleksnim brojem u algebarskom obliku.
5. Kolika je admitancija strujnog kruga, a kolika je njezina djelatna i jalova komponenta, ako je impedancija tog kruga $\underline{Z} = 16 e^{j60^\circ} \Omega$.
6. Predstavite kompleksnim brojem u algebarskom obliku admitanciju strujnog kruga u kojem se nalazi omski otpor od 16Ω i induktivni otpor od 23Ω .
7. Stroj daje djelatnu snagu od 3,5 kW uz faktor snage 0,74. Predstavite snagu tog stroja kompleksnim brojem u eksponencijalnom obliku.

13.3. PRIMJENA SIMBOLIČKE METODE PRI PRORAČUNU STRUJNOG KRUGA

13.3.1. Ohmov zakon

Jedna od osnovnih prednosti primjene kompleksnog računa u elektrotehnici je u tome što formule za istosmjernu struju vrijede u potpunosti i za izmjeničnu struju, ako su veličine u njima predočene kompleksnim brojevima. Tako se, na primjer, formule Ohmovog zakona za istosmjernu struju mogu u istom obliku primijeniti i za izmjeničnu struju:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}$$

$$\underline{U} = \underline{I} \cdot \underline{Z}$$

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$$

Primjer 1: Na napon od 220 V priključen je svitak čiji je omski otpor 10Ω , a induktivni otpor 15Ω . Kolika je struja kroz svitak, kolika je njezina djelatna i jalova komponenta, a koliki je njezin fazni pomak prema naponu?

$$\begin{aligned}
 R &= 10 \Omega & \text{a) } \underline{Z} &= R + jX = 10 + j15 \Omega \\
 X_L &= 15 \Omega \\
 U &= 220 \text{ V} \\
 \underline{I} &= ? & \text{b) } \underline{I} &= \frac{U}{\underline{Z}} = \frac{220}{10 + j15} = \frac{220(10 - j15)}{10^2 + 15^2} = \\
 \underline{I}_R &= ? & &= \frac{2200 - j3300}{325} = \underline{6,77 - j10,15 \text{ A}} \\
 \underline{I}_X &= ? \\
 \varphi &= ? & \underline{I}_R &= \underline{6,77 \text{ A}} & \underline{I}_X &= \underline{10,15 \text{ A}} \\
 & & \underline{I} &= \sqrt{I_R^2 + I_X^2} = \sqrt{6,77^2 + 10,15^2} = \underline{12,2 \text{ A}} \\
 & & \text{c) } \text{tg } \varphi_i &= \frac{I_X}{I_R} = \frac{10,15}{6,77} = 1,499 & \varphi_i &= \underline{56^\circ 18'}
 \end{aligned}$$

Primjer 2: Koliki je pad napona na impedanciji $\underline{Z} = 25 (\cos 35^\circ + j \sin 35^\circ)$ kad kroz nju teče struja $\underline{I} = 10 (\cos 25^\circ + j \sin 25^\circ)$? Kolika je djelatna i jalova komponenta tog pada napona, a koliki je fazni pomak tog napona prema struji?

$$\begin{aligned}
 \underline{U} &= \underline{I} \cdot \underline{Z} = 10 (\cos 25^\circ + j \sin 25^\circ) \cdot 25 (\cos 35^\circ + j \sin 35^\circ) = \\
 &= 250 [\cos (35 + 25)^\circ + j \sin (35 + 25)^\circ] = \\
 &= 250 (\cos 60^\circ + j \sin 60^\circ) = \\
 &= 250 \cdot 0,5 + j 250 \cdot 0,866 = \underline{125 + j 217 \text{ V}} \\
 \underline{U}_R &= \underline{125 \text{ V}} & \underline{U}_X &= \underline{217 \text{ V}} \\
 \underline{U} &= \sqrt{U_R^2 + U_X^2} = \sqrt{125^2 + 217^2} = \underline{250 \text{ V}} \\
 \text{tg } \varphi_u &= \frac{U_X}{U_R} = \frac{217}{125} = 1,736 & \varphi_u &= \underline{60^\circ}
 \end{aligned}$$

13.3.2. Kirchhoffov zakon za struje

Ako izmjenične struje iz nekog čvorišta otječu granama u kojima se nalaze istovrsni otpori (samo omski otpori, ili samo induktivni otpori, ili samo kapacitivni otpori), primijetiti ćemo da je algebarski zbroj tih struja jednak algebarskom zbroju struja koje dotječu u to čvorište.

$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots = I_4 + I_5 + I_6 + \dots$$

Ako izmjenične struje iz nekog čvorišta otječu raznovrsnim otporima, algebarski zbroj tih struja neće biti jednak algebarskom zbroju struja koje dotječu u to čvorište jer su struje u granama zbog djelovanja raznovrsnih otpora različito fazno pomaknute prema zajedničkom naponu, pa i između njih samih postoji fazni pomak. Od ranije znamo da se fazno pomaknute veličine ne mogu zbrajati algebarski, već samo vektorski. Budući da se svaki vektor može predočiti kompleksnim brojem, vektorski zbroj možemo predočiti zbrojem pripadnih kompleksnih brojeva.

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 + \dots = \underline{I}_4 + \underline{I}_5 + \underline{I}_6 + \dots$$

Prema tome,

zbroj svih kompleksnih brojeva koji predočuju izmjenične struje koje dotječu u neko čvorište jednak je zbroju sviju kompleksnih brojeva koji predočuju izmjenične struje koje otječu iz tog čvorišta.

Primjer 1: Struje \underline{I}_1 i \underline{I}_2 dotječu u čvorište, a struje \underline{I}_3 , \underline{I}_4 , i \underline{I}_5 otječu iz tog čvorišta. Kolika je struja \underline{I}_4 , ako su ostale struje poznate?

$$\underline{I}_1 = 7,2 + j 6,5 \text{ A}$$

$$\underline{I}_2 = 0,7 + j 1,2 \text{ A}$$

$$\underline{I}_3 = 4,3 + j 2,8 \text{ A}$$

$$\underline{I}_5 = 2,4 + j 3,6 \text{ A}$$

$$\underline{I}_4 = ?$$

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \underline{I}_3 + \underline{I}_4 + \underline{I}_5$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_4 &= \underline{I}_1 + \underline{I}_2 - \underline{I}_3 - \underline{I}_5 = 7,2 + j 6,5 + 0,7 + \\ &+ j 1,2 - 4,3 - j 2,8 - 2,4 - j 3,6 = \\ &= \underline{1,2 + j 1,3 \text{ A}} \end{aligned}$$

Primjer 2: U neko čvorište dotječe struja jakosti 12 A fazno pomaknuta prema zajedničkom naponu za 30° i struja jakosti 15 A fazno pomaknuta prema naponu za $77^\circ 30'$. Kolika je rezultantna struja koja iz čvorišta otječe, kolika je njezina djelatna i jalova komponenta, a koliki je njezin fazni pomak prema naponu?

$$I_1 = 12 \text{ A}$$

$$\varphi_1 = 30^\circ$$

$$I_2 = 15 \text{ A}$$

$$\varphi_2 = 77^\circ 30'$$

$$\underline{I} = ?$$

$$I_R = ?$$

$$I_X = ?$$

$$\varphi_i = ?$$

$$\begin{aligned} \text{a) } \underline{I}_1 &= I_1 (\cos \varphi_1 + j \sin \varphi_1) = 12 (\cos 30^\circ + \\ &+ j \sin 30^\circ) = 12 (0,866 + j 0,5) = \\ &= \underline{10,4 + j 6 \text{ A}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_2 &= I_2 (\cos \varphi_2 + j \sin \varphi_2) = 15 (\cos 77^\circ 30' + \\ &+ j \sin 77^\circ 30') = 15 (0,216 + j 0,976) = \\ &= \underline{3,25 + j 14,64 \text{ A}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \underline{I} &= \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 10,4 + j 6 + 3,25 + j 14,64 = \\ &= \underline{13,65 + j 20,64 \text{ A}} \end{aligned}$$

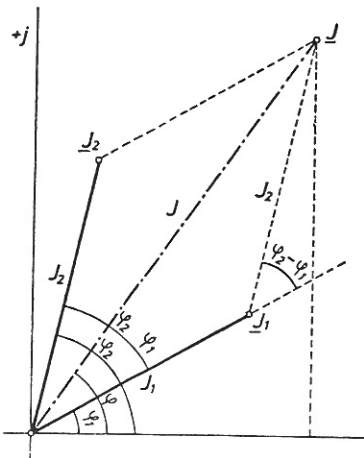
$$I_R = \underline{13,65 \text{ A}} \quad I_X = \underline{20,64 \text{ A}}$$

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_X^2} = \sqrt{13,65^2 + 20,64^2} = \underline{24,74 \text{ A}}$$

$$\text{c) } \operatorname{tg} \varphi_i = \frac{I_X}{I_R} = \frac{20,64}{13,65} = 1,512 \quad \varphi_i = \underline{56^\circ 30'}$$

d) Kontrola (sl. 333):

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2 \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \cos (\varphi_2 - \varphi_1)} = \\ &= \sqrt{12^2 + 15^2 + 2 \cdot 12 \cdot 15 \cdot \cos 47^\circ 30'} = \underline{24,74 \text{ A}} \end{aligned}$$



Sl. 333. Uz primjer 2

$$\begin{aligned} \underline{Z}_1 &= 8 - j6 \Omega \\ \underline{Z}_2 &= 15 + j12 \Omega \\ \underline{Z}_3 &= 10 \Omega \\ \underline{I} &= 5 + j4 \text{ A} \\ \underline{U}_1 &= 200 + j200 \text{ V} \\ \underline{U}_2 &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } \underline{Z} &= \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 = 8 - j6 + 15 + \\ &= + j12 + 10 = \underline{33 + j6 \Omega} \\ \text{b) } \underline{U} &= \underline{I} \underline{Z} = (5 + j4) \cdot (33 + j6) = \\ &= \underline{141 + j162 \text{ V}} \\ \text{c) } \underline{U}_2 &= \underline{U}_1 - \underline{U} = (200 + j200) - (141 + j162) = \\ &= \underline{59 + j38 \text{ V}} \end{aligned}$$

13.3.4. Izračunavanje električne snage

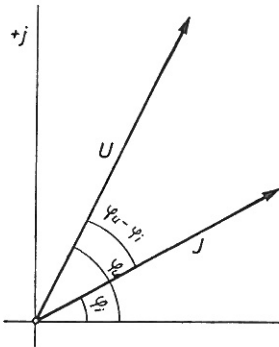
Znamo da snagu izmjenične struje možemo predočiti kompleksnim brojevima u sljedećim oblicima:

$$\underline{P}_z = P + jP_x = P_z \cos \varphi + jP_z \sin \varphi = P_z e^{j\varphi}.$$

Kut φ je kut kojeg zatvara vektor napona s vektorom struje. Iz sl. 334. proizlazi da je $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$, pa snagu možemo pisati i u obliku:

$$\underline{P}_z = P_z e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = P_z \frac{e^{j\varphi_u}}{e^{j\varphi_i}}.$$

Ako iz tog eksponencijalnog oblika prijeđemo u trigonometrijski oblik, dobijemo:



Sl. 334. Fazni pomak

$$\begin{aligned} \underline{P}_z &= P_z \frac{\cos \varphi_u + j \sin \varphi_u}{\cos \varphi_i + j \sin \varphi_i} = \\ &= P_z \frac{(\cos \varphi_u + j \sin \varphi_u) \cdot (\cos \varphi_i - j \sin \varphi_i)}{\cos^2 \varphi_i + \sin^2 \varphi_i} = \\ &= U \cdot I \cdot \frac{(\cos \varphi_u + j \sin \varphi_u) \cdot (\cos \varphi_i - j \sin \varphi_i)}{1} = \\ &= U (\cos \varphi_u + j \sin \varphi_u) \cdot I (\cos \varphi_i - j \sin \varphi_i). \end{aligned}$$

Prvi dio izraza na desnoj strani jednadžbe kompleksni je broj koji predočuje napon (\underline{U}), a drugi dio izraza konjugirano je kompleksna vrijednost broja koji predočuje struju (\underline{I}^k). Na isti način izveli bismo formulu kad bi bilo $\varphi = \varphi_i - \varphi_u$. Tada bi dobili formulu:

$$\underline{P}_z = I (\cos \varphi_i + j \sin \varphi_i) \cdot U (\cos \varphi_u - j \sin \varphi_u),$$

Prema tome,

snagu izmjenične struje dobijemo tako da kompleksni broj koji predočuje napon ili jakost struje, (\underline{U} ili \underline{I}) pomnožimo s konjugirano kompleksnom vrijednošću broja koji predočuje drugu od tih veličina (\underline{I}^k ili \underline{U}^k).

$$\underline{P}_z = \underline{U} \cdot \underline{I}^K$$

$$\underline{P}_z = \underline{I} \cdot \underline{U}^K$$

gdje je $\underline{P}_z \dots$ kompleksni broj koji predoduje snagu (VA),

$\underline{U} \dots$ kompleksni broj koji predoduje napon (V),

$\underline{I}^K \dots$ konjugirano kompleksna vrijednost broja koji predoduje jakost struje (A).

Primjer 1: Na napon od 220 V, 50 Hz priključen je uređaj u kojem su serijski spojeni induktivitet od 1 H, kapacitet od $12 \mu\text{F}$ i omski otpor od 200Ω . Kolika struja teče kroz uređaj i kolika je snaga tog uređaja?

$$U = 220 \text{ V}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$c = 12 \mu\text{F}$$

$$L = 1 \text{ H}$$

$$R = 200 \Omega$$

$$\underline{I} = ?$$

$$\underline{P}_z = ?$$

$$\text{a) } X_L = 2 \pi f L = 314 \cdot 1 = 314 \Omega$$

$$X_c = \frac{1}{2 \pi f c} = \frac{1000000}{314 \cdot 12} = 265 \Omega$$

$$\underline{Z} = R + j X_L - j X_c = 200 + j 314 - j 265 = 200 + j 49 \Omega$$

$$\text{b) } \underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{220}{200 + j 49} = \frac{220 \cdot 200 - j 220 \cdot 49}{200^2 + 49^2} = \frac{44000 - j 10780}{42401} = 1,04 - j 0,25 \text{ A}$$

$$\text{c) } \underline{P}_z = \underline{U} \cdot \underline{I}^K = 220 \cdot (1,04 + j 0,25) = 228,8 + j 55 \text{ VA}$$

$$P_z = \sqrt{228,8^2 + 55^2} = 235,3 \text{ VA}$$

$$P = 228,8 \text{ W} \quad P_x = 55 \text{ Var}$$

Primjer 2: Na koji je napon priključeno trošilo koje pri struji jakosti $\underline{I} = 15 e^{j 36^\circ}$ A ima snagu $P_z = 750 e^{j 24^\circ}$ VA? Kolika je djelatna i jalova komponenta tog napona?

$$\underline{I} = 15 e^{j 36^\circ} \text{ A}$$

$$\underline{P}_z = 750 e^{j 24^\circ} \text{ VA}$$

$$\underline{U} = ?$$

$$\underline{U} = \frac{\underline{P}_z}{\underline{I}^K} = 750 e^{j 24^\circ} : 15 e^{-j 36^\circ} =$$

$$= 50 e^{j 60^\circ} =$$

$$= 50 \cos 60^\circ + j \sin 60^\circ =$$

$$= 50 \cdot 0,5 + j 50 \cdot 0,866 =$$

$$= 25 + j 43,3 \text{ V}$$

$$U_R = 25 \text{ V}$$

$$U_x = 43,3 \text{ V}$$

Zadaci:

1. Uređaj impedancije $\underline{Z} = 45 - j 28 \Omega$ priključen je na napon od 110 V. Kolika struja protječe kroz uređaj, kolika je njezina djelatna i jalova komponenta i kolik je njezin fazni pomak prema naponu?
2. Kroz trošilo pri naponu $\underline{U} = 200 e^{j 54^\circ}$ V teče struja jačine $\underline{I} = 16 e^{j 29^\circ}$ A. Kolika je impedancija tog trošila te koliki je njegov djelatni i jalovi otpor?
3. U čvorište dotječe struja $\underline{I}_1 = 10 (\cos 45^\circ + j \sin 45^\circ)$ A i $\underline{I}_2 = 4,8 (\cos 60^\circ + j \sin 60^\circ)$ A. Predstavite kompleksnim brojem struju koja otječe iz čvorišta, odredite njezinu djelatnu i jalovu komponentu te njezin fazni pomak.

4. Predstavite kompleksnim brojem struju \underline{I}_2 koja mora dotjecati u čvorište zajedno sa strujom $\underline{I}_1 = 6,93 - j4$ A da bi struja koja otječe iz čvorišta imala djelatnu komponentu 9,7 A i jalovu komponentu 9,32 A.
5. Kolika je djelatna, jalova i prividna snaga trošila kroz koje pri naponu 220 V teče djelatna struja 12 A i jalova struja od 5 A (induktivna)?
6. Svitak induktiviteta 62,5 mH i omskog otpora $17,4 \Omega$ priključen je na napon 500 V, 50 Hz. Kolika struja teče kroz svitak? Kolika je njegova djelatna i jalova snaga te koliki je faktor snage?
7. Kroz uređaj priključen na napon $\underline{U} = 200 e^{j68^\circ}$ V protječe struja jakosti $\underline{I} = 12 e^{j36^\circ}$ A. Kolika je djelatna, jalova i prividna snaga tog uređaja?

13.3.5. Serijsko spajanje kompleksnih otpora

Kod serijskog spajanja kompleksnih otpora dolazi do dijeljenja napona, pa je prema Kirchhoffovom zakonu:

$$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 + \dots$$

Ako te napone zamijenimo odgovarajućim izrazima iz Ohmova zakona, prednja jednadžba dobiva oblik

$$\underline{I} \cdot \underline{Z} = \underline{I} \cdot \underline{Z}_1 + \underline{I} \cdot \underline{Z}_2 + \underline{I} \cdot \underline{Z}_3 + \dots$$

Podijelimo li cijelu jednadžbu s \underline{I} , dobijemo

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \dots$$

Dakle

kompleksan broj koji će predočiti impedanciju cijelog strujnog kruga dobije se tako da se zbroje kompleksni brojevi koji predočuju impedancije pojedinih kompleksnih otpora.

Primjer 1: Koliki otpor \underline{Z}_2 treba serijski vezati otporu $\underline{Z}_1 = 3 - j5 \Omega$ da pri naponu od 100 V kroz strujni krug teče struja jakosti 15 A fazno pomaknuta prema naponu za 30° ?

$$\underline{Z}_1 = 3 - j5 \Omega$$

$$\underline{U} = 100 \text{ V}$$

$$I = 15 \text{ A}$$

$$\varphi = 30^\circ$$

$$\underline{Z}_2 = ?$$

$$\begin{aligned} \text{a) } \underline{I} &= I (\cos \varphi + j \sin \varphi) = \\ &= 15 (\cos 30^\circ + j \sin 30^\circ) = 13 + j7,5 \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \underline{Z} &= \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{100}{13 + j7,5} = \frac{100 \cdot 13 - j100 \cdot 7,5}{13^2 + 7,5^2} = \\ &= \frac{1300 - j750}{225,25} = \underline{5,77 - j3,33 \Omega} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \underline{Z}_2 &= \underline{Z} - \underline{Z}_1 = (5,77 - j3,33) - (3 - j5) = \\ &= \underline{2,77 + j1,67 \Omega} \end{aligned}$$

Primjer 2: Na napon od 100 V, 400 Hz priključena su serijski dva svitka induktiviteta 0,07 H i 0,11 H, dva omska otpora od 100Ω i 500Ω , te dva kondenzatora kapaciteta $0,6 \mu\text{F}$ i $1,6 \mu\text{F}$. Kolika je ukupna impedancija struj-

nog kruga, kolika je struja koja teče tim krugom i kolika je njezina snaga? Za svaku traženu veličinu odredite prividnu vrijednost te njezinu djelatnu i jalovu komponentu.

$$\begin{aligned} U &= 100 \text{ V} \\ f &= 400 \text{ Hz} \\ L_1 &= 0,07 \text{ H} \\ L_2 &= 0,11 \text{ H} \\ R_1 &= 100 \Omega \\ R_2 &= 500 \Omega \\ C_1 &= 0,4 \mu\text{F} \\ C_2 &= 1,6 \mu\text{F} \\ \underline{Z} &= ? \\ \underline{I} &= ? \\ \underline{P}_z &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } X_{L1} &= 2 \pi f L_1 = 2 \cdot 3,14 \cdot 400 \cdot 0,07 = 176 \Omega \\ X_{L2} &= 2 \pi f L_2 = 2 \cdot 3,14 \cdot 400 \cdot 0,11 = 276 \Omega \\ X_{C1} &= \frac{1}{2 \pi f C_1} = \frac{1000000}{2 \cdot 3,14 \cdot 400 \cdot 0,4} = 995 \Omega \\ X_{C2} &= \frac{1}{2 \pi f C_2} = \frac{100000}{2 \cdot 3,14 \cdot 400 \cdot 1,6} = 249 \Omega \\ \underline{Z} &= \Sigma R + j \Sigma X = (100 + 500) + j(176 + \\ &\quad + 276 - 995 - 249) = \underline{600 - j 792 \Omega} \\ Z &= \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{600^2 + 792^2} = \underline{999 \Omega} \\ R &= \underline{600 \Omega} \quad X = \underline{792 \Omega} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \underline{I} &= \frac{U}{\underline{Z}} = \frac{100}{600 - j 792} = \frac{100 \cdot 600 - j 100 \cdot 792}{600^2 + 792^2} = \\ &= \frac{60000 - j 79200}{997264} = \underline{0,06 - j 0,079 \text{ A}} \end{aligned}$$

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_X^2} = \sqrt{0,06^2 + 0,079^2} = \underline{0,099 \text{ A}}$$

$$I_R = \underline{0,060 \text{ A}} \quad I_X = \underline{0,079 \text{ A}}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \underline{P}_z &= \underline{U} \cdot \underline{I}^* = 100 (0,06 + j 0,079) = \\ &= \underline{6 + j 7,9 \text{ VA}} \end{aligned}$$

$$P_z = \sqrt{P^2 + P_X^2} = \sqrt{6^2 + 7,9^2} = \underline{9,92 \text{ VA}}$$

$$P = \underline{6 \text{ W}} \quad P_X = \underline{7,9 \text{ Var}}$$

13.3.6. Paralelno spajanje kompleksnih otpora

Pri paralelnom spajanju otpora dolazi do grananja struje pri čemu vrijedi Kirchhoffov zakon za struje:

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 + \dots$$

Uvrstimo li u tu jednadžbu umjesto struje odgovarajuće izraze iz Ohmovog zakona, dobijemo

$$\frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_3} + \dots \quad / : \underline{U}$$

$$\boxed{\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3} + \dots}$$

Računski postupak po formuli dosta je složen, pa je jednostavnije i praktičnije umjesto impedancije otpora (Z) uzeti njihove admitancije (Y). Tada formula ima oblik

$$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 + \dots$$

Dakle

kompleksni broj koji predočuje ukupnu admitanciju paralelno spojenih kompleksnih otpora dobije se tako da se zbroje kompleksni brojevi koji predstavljaju admitancije pojedinih kompleksnih otpora.

Ako su paralelno spojena samo dva kompleksna otpora, može se primijeniti i formula:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$$

Primjer 1: Na naponu od 200 V, 600 Hz paralelno su priključena dva svitka: $R_1 = 1200 \Omega$, $L_1 = 0,32 \text{ H}$ i $R_2 = 2400 \Omega$, $L_2 = 0,14 \text{ H}$. Kolike su struje u tom sklopu i koliki su njihovi fazni pomaci prema naponu?

$$\begin{aligned} U &= 200 \text{ V} \\ f &= 600 \text{ Hz} \\ R_1 &= 1200 \Omega \\ R_2 &= 2400 \Omega \\ L_1 &= 0,32 \text{ H} \\ L_2 &= 0,14 \text{ H} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I} &= ? \\ \underline{I}_1 &= ? \\ \underline{I}_2 &= ? \\ \varphi_1 &= ? \\ \varphi_2 &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } X_{L1} &= 2 \pi f L_1 = 2 \cdot 3,14 \cdot 600 \cdot 0,32 = 1206 \Omega \\ X_{L2} &= 2 \pi f L_2 = 2 \cdot 3,14 \cdot 600 \cdot 0,14 = 528 \Omega \\ \underline{Z}_1 &= R_1 + j X_{L1} = 1200 + j 1206 \Omega \\ \underline{Z}_2 &= R_2 + j X_{L2} = 2400 + j 528 \Omega \end{aligned}$$

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1} = \frac{1}{1200 + j 1206} = \frac{1200 - j 1206}{1200^2 + 1206^2} = 0,000414 - j 0,000417 \text{ S}$$

$$\underline{Y}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2} = \frac{1}{2400 + j 528} = \frac{2400 - j 527}{2400^2 + 527^2} = 0,000398 - j 0,000087 \text{ S}$$

$$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 = 0,000812 - j 0,000504 \text{ S}$$

$$\text{b) } \underline{I} = \underline{U} \cdot \underline{Y} = 200 \cdot (0,000812 - j 0,000504) = 0,162 - j 0,1 \text{ A}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \frac{U}{\underline{Z}_1} = \frac{200}{1200 + j 1206} = \frac{200 \cdot 1200 - j 200 \cdot 1206}{1200^2 + 1206^2} = \\ &= \frac{240000 - j 241200}{2894436} = 0,083 - j 0,083 \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_2 &= \frac{U}{\underline{Z}_2} = \frac{200}{2400 + j 528} = \frac{200 \cdot 2400 - j 200 \cdot 528}{2400^2 + 528^2} = \\ &= \frac{480000 - j 105600}{6038784} = 0,079 - j 0,017 \text{ A} \end{aligned}$$

c) Kontrola:

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 0,83 - j 0,83 + 0,079 - j 0,017 = 0,162 - j 0,1 \text{ A}$$

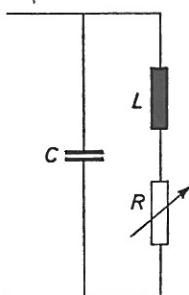
$$\text{d) } \text{tg } \varphi_1 = \frac{I_x}{I_R} = \frac{0,083}{0,083} = 1 \quad \underline{\varphi_1 = 45^\circ}$$

$$\text{tg } \varphi_2 = \frac{I_x}{I_R} = \frac{0,017}{0,079} = 0,2152 \quad \underline{\varphi_2 = 12^\circ 8'}$$

$$\text{tg } \varphi = \frac{I_x}{I_R} = \frac{0,100}{0,162} = 0,6173 \quad \underline{\varphi = 31^\circ 41'}$$

Primjer 2: Sklop na sl. 335 može služiti za reguliranje faznog pomaka. U kojim se granicama pri frekvenciji od 50 Hz može regulirati fazni pomak, ako je kapacitet kondenzatora $4 \mu\text{F}$, induktivitet svitka $1,5 \text{ H}$, a otpor potencijometra se može mijenjati od 10Ω do 2250Ω ?

$$\begin{aligned} C &= 4 \mu\text{F} \\ L &= 1,5 \text{ H} \\ f &= 50 \text{ Hz} \\ R_1 &= 10 \Omega \\ R_2 &= 2250 \Omega \\ \varphi_1 &= ? \\ \varphi_2 &= ? \end{aligned}$$



Sl. 335. Uz primjer 2

$$\begin{aligned} \text{a) } X_L &= 2 \pi f L = 314 \cdot 1,5 = 471 \Omega \\ X_C &= \frac{1}{2 \pi f C} = \frac{1000000}{414 \cdot 4} = 796 \Omega \\ \underline{Y}_{RL} &= \frac{1}{\underline{Z}_{RL}} = \frac{1}{R_1 + j X_L} = \frac{1}{10 + j 471} = \\ &= \frac{10 - j 471}{10^2 + 471^2} = 0,000045 - j 0,002122 \text{ S} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{Y}_C &= \frac{1}{\underline{Z}_C} = \frac{1}{-j 796} = \frac{j}{796} = j 0,001256 \text{ S} \\ \underline{Y} &= \underline{Y}_{RL} + \underline{Y}_C = 0,000045 - j 0,002122 + \\ &\quad + j 0,001256 = 0,000045 - \\ &\quad - j 0,000866 \text{ S} \end{aligned}$$

$$\text{tg } \varphi_1 = \frac{B}{G} = \frac{-0,000866}{0,000045} = -19,244 \quad \underline{\varphi_1 = -87^\circ}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \underline{Y}_{RL} &= \frac{1}{\underline{Z}_{RL}} = \frac{1}{R_2 + j X_L} = \frac{1}{2250 + j 471} = \\ &= \frac{2250 - j 471}{2250^2 + 471^2} = 0,000426 - j 0,000089 \text{ S} \end{aligned}$$

$$\underline{Y} = \underline{Y}_{Rc} + \underline{Y}_C = 0,000426 - j 0,000089 + \\ + j 0,001256 = 0,000426 + j 0,001167 \text{ S}$$

$$\text{tg } \varphi_2 = \frac{B}{G} = \frac{0,001167}{0,000426} = 2,739 \quad \underline{\varphi_2 = +70^\circ}$$

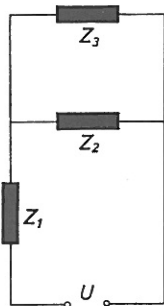
Dakle, fazni pomak se može tim potencijetrom regulirati između -87° i $+70^\circ$.

13.3.7. Mješovito spajanje kompleksnih otpora

Pri rješavanju krugova s mješovito spojenim kompleksnim otporima potrebno je postepeno pojedine parove serijski ili paralelno spojenih otpora zamijeniti ekvivalentnim otporom i time svoditi zadani sklop na sve jednostavniji oblik. Postupak je, dakle, isti kao i kod istosmjerne struje, samo su sada veličine izražene kompleksnim brojevima.

Primjer 1: U mješovitom spoju na sl. 336 prvi svitak ima omski otpor od 10Ω i induktivni otpor od $2,51 \Omega$, drugi svitak ima omski otpor od 10Ω i induktivni otpor od $4,71 \Omega$, a treći svitak ima omski otpor od 6Ω i induktivni otpor od $9,42 \Omega$. Kolike struje teku tim spojem i koliki su naponi na svicima, ako je spoj priključen na napon od 250 V ?

$$\begin{aligned} R_1 &= 10 \Omega \\ R_2 &= 10 \Omega \\ R_3 &= 6 \Omega \\ X_{L1} &= 2,51 \Omega \\ X_{L2} &= 4,71 \Omega \\ X_{L3} &= 9,42 \Omega \\ U &= 250 \text{ V} \\ \underline{I}_1 &= ? \\ \underline{I}_2 &= ? \\ \underline{I}_3 &= ? \\ \underline{U}_1 &= ? \\ \underline{U}_2 &= ? \\ \underline{U}_3 &= ? \end{aligned}$$



Sl. 336. Uz primjer 2

$$\begin{aligned} \text{a) } \underline{Z}_1 &= R_1 + j X_{L1} = 10 + j 2,51 \Omega \\ \underline{Z}_2 &= R_2 + j X_{L2} = 10 + j 4,71 \Omega \\ \underline{Z}_3 &= R_3 + j X_{L3} = 6 + j 9,42 \Omega \\ \underline{Z}_{23} &= \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{(10 + j 4,71) \cdot (6 + j 9,42)}{10 + j 4,71 + 6 + j 9,42} = \\ &= \frac{1980 + j 1738,5}{455,66} = 4,35 + j 3,82 \Omega \\ \underline{Z} &= \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{23} = 10 + j 2,51 + 4,35 + j 3,82 = \\ &= 14,35 - j 6,33 \Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \underline{I}_1 &= \frac{U}{\underline{Z}} = \frac{250}{14,35 + j 6,33} = \\ &= \frac{250 \cdot 14,35 - j 250 \cdot 6,33}{14,35^2 + 6,33^2} = \\ &= \frac{3587,5 - j 1582,5}{246} = 14,58 - j 6,43 \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_1 = (14,58 - j 6,43) \cdot (10 + j 2,51) = \\ &= 162 - j 27,7 \text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_2 = \underline{U}_3 &= \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_{23} = (14,58 - j 6,43) \cdot \\ &\cdot (4,346 + j 3,815) = 88 + j 27,7 \text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_2 &= \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_2} = \frac{88 + j 27,7}{10 + j 4,71} = \frac{1010,47 - j 137,48}{122,18} = \\ &= 8,27 - j 1,12 \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_3 &= \frac{\underline{U}_3}{\underline{Z}_3} = \frac{88 + j 27,7}{6 + j 9,42} = \frac{788,9 - j 662,7}{124,74} = \\ &= 6,32 - j 5,31 \text{ A} \end{aligned}$$

c) Kontrola

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 8,27 - j 1,12 + 6,32 - j 5,31 = \\ &= 14,59 - j 6,43 \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U} &= \underline{U}_1 + \underline{U}_2 = 162 - j 27,7 + 88 + j 27,7 = \\ &= 250 \text{ V} \end{aligned}$$

Primjer 2: Omski otpori od 200Ω (R_1) i 274Ω (R_2), te svitak induktiviteta 3 H (L_1) i kondenzator kapaciteta $6,5 \mu\text{F}$ (C_1) spojeni su u mješoviti spoj prema sl. 337. Koliki mora biti induktivitet svitka L_2 da se u spoju pri frekvenciji 50 Hz poništi fazni pomak ($\varphi = 0$)?

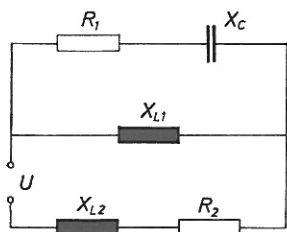
$$\begin{array}{l} R_1 = 200 \Omega \\ R_2 = 274 \Omega \\ L_1 = 3 \text{ H} \\ C_1 = 6,5 \mu\text{F} \\ f = 50 \text{ Hz} \\ \varphi = 0 \\ \hline L_2 = ? \end{array}$$

$$\text{a) } X_{L1} = 2 \pi f L = 314 \cdot 3 = 942 \Omega$$

$$X_c = \frac{1}{2 \pi f C} = \frac{1\,000\,000}{314 \cdot 6,5} = 490 \Omega$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_1 &= \frac{(R_1 - j X_c) \cdot j X_{L1}}{(R_1 - X_c) + j X_{L1}} = \frac{(200 - j 490) \cdot j 942}{200 - j 490 + j 942} = \\ &= \frac{461580 + j 188400}{200 + j 452} = 726 - j 700 \Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{12} &= \underline{Z}_1 + R_2 = 726 - j 700 + 274 = \\ &= 1000 - j 700 \Omega \end{aligned}$$



Sl. 337. Uz primjer 2

b) Faznog pomaka nema ako je imaginarni dio ukupne impedancije jednak null, pa u prednji sklop treba serijski priključiti svitak induktivnog otpora $X_{L2} = 700 \Omega$. Tada je ukupna impedancija sklopa:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_{12} + \underline{X}_{L2} = 1000 - j 700 + j 700 = 1000 \Omega.$$

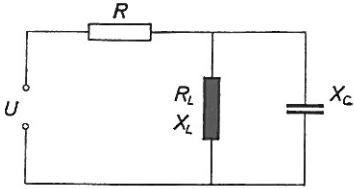
Traženi induktivni otpor pri frekvenciji 50 Hz ima svitak induktiviteta:

$$L_2 = \frac{X_{L2}}{2 \pi f} = \frac{700}{314} = \underline{2,23 \text{ H}}.$$

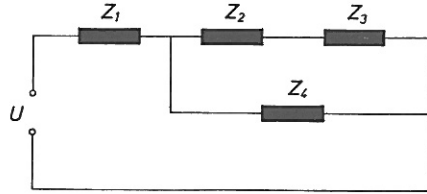
Zadaci:

1. Koliki otpor Z_2 treba vezati serijski s otporom $\underline{Z}_1 = 18 - j 15 \Omega$ da pri naponu od 220 V kroz strujni krug teče samo djelatna struja jačine 5 A ?
2. Na napon od 220 V serijski su vezani otpori $\underline{Z}_1 = 24 + j 45 \Omega$, $\underline{Z}_2 = 30 - j 18 \Omega$ i $\underline{Z}_3 = 18 \Omega$. Kolika je impedancija kruga, kolika struja teče kroz krug i koliki su padovi napona na pojedinim otporima?
3. Na napon od 100 V serijski su vezani otpori $\underline{Z}_1 = 250 \cdot e^{j60^\circ} \Omega$ i $\underline{Z}_2 = 121,8 \cdot e^{-j56,25^\circ} \Omega$. Kolika struja teče kroz strujni krug i koliki je njezin fazni pomak prema naponu?
4. Dva trošila impedancije $\underline{Z}_1 = 4,24 + j 4,24$ i $\underline{Z}_2 = 10,4 - j 6 \Omega$ priključena su paralelno na napon od 120 V . Kolike su djelatne i jalove struje pojedinih grana i cijelog sklopa?

5. Kolike struje teku i koliki su naponi na pojedinim granama spoja prikazanog na sl. 338, ako su omski otpori od 200Ω (R) i 500Ω (R_L), induktivni otpor od 500Ω , a kapacitivni otpor od 1000Ω ? Spoj je priključen na napon od 120 V .



Sl. 338. Uz zadatak 5





























Sl. 339. Uz zadatak 7

6. Kolika je ukupna snaga spoja iz prednjeg zadatka i kolike su snage u pojedinim granama? Koliki su pripadni faktori snage? Provjerite dobivene rezultate na vektorskom dijagramu.
7. Četiri kompleksna otpora spojena su na napon od 110 V , 50 Hz prema shemi na sl. 339. $\underline{Z}_1 = 2,5 + j \Omega$, $\underline{Z}_2 = 1 + j 5 \Omega$, $\underline{Z}_3 = 2 - j \Omega$, $\underline{Z}_4 = 3 - j 4 \Omega$. Kolika je struja kroz \underline{Z}_1 , a kolike su struje kroz grane?

14. TABLICE

GRAFIČKI SIMBOLI U SHEMAMA

	generator istosmjerne struje		elektrotoplinsko trošilo
	generator jednofazne struje		otpornik (omski)
	generator trofazne struje		otpornik stepenasto promjenljiv
	galvanski članak		otpornik kontinuirano promjenljiv
	baterija galvanskog članka		svitak
	ispravljač		prigušnica sa željeznom jezgrom
	prijelaz vodova (nespojeni)		transformator
	spojeni vodovi		kondenzator
	osigurač (strujni)		promjenjivi kondenzator
	prekidač jednopolni		ampermetar
	prekidač dvopolni		voltmetar
	preklopnik		vatmetar
	žarulja		električno brojilo

PREGLED FIZIČKIH VELIČINA, SIMBOLA I JEDINICA

Veličina	Simbol	Jedinica	Veličina	Simbol	Jedinica
duljina	l	m	jakost struje	I	A
polumjer	r	m	gustoća struje	J	A/m ²
promjer	d	m	količina elektriciteta	Q	C
površina	S	m ²	električni napon	U	V
zapremina	V	m ³	električni potencijal	V	V
masa	m	kg	električni otpor	R	Ω
gustoća	δ	kg/m ³	specifični otpor	ρ	$\frac{\Omega m}{\Omega mm^2/m}$
vrijeme	t	s	električna vodljivost	G	S
brzina	v	m/s	specifična vodljivost	κ	$\frac{S/m}{Sm/mm^2}$
kutna brzina	ω	rad/s	induktivni otpor	X_L	Ω
ubrzanje	a	m/s ²	kapacitivni otpor	X_C	Ω
kutno ubrzanje	α	rad/s ²	impedancija	Z	Ω
sila	F	N	frekvencija	f	Hz
težina	G	N	jakost električnog polja	E	V/m
specifična težina	γ	N/m ³	gustoća električnog toka	D	C/m ²
moment sile	M	Nm	dielektričnost	ϵ	C/Vm
rad	A	J	kapacitet	C	F
energija	W	J	magnetomotorna sila	Θ	A
snaga	P	W	magnetski napon	V_m	A
faktor snage	$\cos \varphi$	—	magnetski otpor	R_m	A/Wb
korisnost	η	—	magnetska vodljivost	Λ	Wb/A
temperatura	ϑ	°C	magnetski tok	Φ	Wb
apsolutna temperatura	T	K	jakost magnetskog polja	H	A/m
toplina	Q	J	magnetska indukcija	B	T
specifična toplina	c	J/st.kg	permeabilnost	μ	Wb/Am
broj zavoja	N	—	induktivitet	L	H

USPOREDBA
u električnom polju

Veličina	Definicija veličine	Jedinica	Primjedba
električni naboj (Q)		C	1 C = 1 As
električni napon (U)		V	
jakost električnog polja (E)	$E = \frac{U}{l}$	V/m	
gustoća električnog polja (D)	$D = \frac{Q}{S}$	C/m ²	
dielektričnost (ε)	$\varepsilon = \frac{D}{E}$	C/Vm	
dielektričnost vakuuma (ε ₀)	ε ₀ = const	C/Vm	ε ₀ = 8,854 · 10 ⁻¹² C/Vm
relativna dielektričnost (ε _r)	$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$	—	
kapacitet (C)	$C = \frac{\Delta Q}{\Delta U}$	F	1 F = 1 C/V
kapacitet kondenzatora (C)	$C = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot S}{l}$	F	

GRČKA SLOVA

A α . . . alfa	Λ λ . . . lambda
B β . . . beta	M μ . . . mi
Γ γ . . . gama	N ν . . . ni
Δ δ . . . delta	Π π . . . pi
E ε . . . epsilon	P ρ . . . ro
H η . . . eta	Σ σ . . . sigma
Θ θ . . . theta	Φ φ . . . fi
K κ . . . kapa	Ω ω . . . omega

VELIČINA

u magnetskom polju

Veličina i simbol	Definicija veličine	Jedinica	Primjedba
magnetski tok (Φ)		Wb	1 Wb = 10 ⁸ M (meksvel)
magnetski napon (V_m)		A	1 A = 1 Az
jakost magnetskog polja (H)	$H = \frac{V}{l}$	A/m	
gustoća magnetskog polja (B)	$B = \frac{\Phi}{S}$	T	1 T = 10 ⁴ G (gaus)
permeabilnost (μ)	$\mu = \frac{B}{H}$	Wb/Am	
permeabilnost vakuuma (μ_0)	$\mu_0 = \text{const}$	Wb/Am	$\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6}$ Wb/Am
relativna permeabilnost (μ_r)	$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$	—	
induktivitet (L)	$L = \frac{\Delta \Phi}{\Delta I}$	H	1 H = 1 Wb/A
induktivitet svitka (L)	$L =$ $= \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S}{l} \cdot N^2$	H	

DEKADSKE KRATICE ISPRED JEDINICA

deka . . . (D . . .)	deset	osnovnih jedinica
hekto . . . (h . . .)	sto	„ „
kilo . . . (k . . .)	tisuću	„ „
mega . . . (M . . .)	milijard	„ „
giga . . . (G . . .)	bilijard	„ „
tera . . . (T . . .)	bilijard	„ „
deci . . . (d . . .)	deseti	dio osnovne jedinice
centi . . . (c . . .)	stoti	„ „ „
mili . . . (m . . .)	tisući	„ „ „
mikro . . . (μ . . .)	milijardi	„ „ „
nano . . . (n . . .)	bilijardi	„ „ „
piko . . . (p . . .)	bilijardi	„ „ „

KVADRAT, KUB, KVADRATNI I KUBNI KORIJEN, OPSEG I POVRŠINA KRUGA
I RECIPROČNE VRIJEDNOSTI BROJEVA OD 1—100

1—50

n	n ³	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	\sqrt{n}	$\frac{1}{n}$	n
1	1	3,1416	0,785 398	1,000 00	1,000 000	1
2	4	6,2832	3,141 59	1,414 21	0,500 000	2
3	9	9,4248	7,068 58	1,732 05	333 333	3
4	16	12,566	12,566 4	2,000 00	250 000	4
5	25	15,708	19,635 0	2,236 07	0,200 000	5
6	36	18,850	28,274 3	2,449 49	166 667	6
7	49	21,991	38,484 5	2,645 75	142 857	7
8	64	25,133	50,265 5	2,828 43	125 000	8
9	81	28,274	63,617 3	3,000 00	111 111	9
10	100	31,416	78,539 8	3,162 28	0,100 000 0	10
11	121	34,558	95,033 2	3,316 62	0,090 909 1	11
12	144	37,699	113,097	3,464 10	083 333 3	12
13	169	40,841	132,732	3,605 55	076 923 1	13
14	196	43,982	153,938	3,741 66	071 428 6	14
15	225	47,124	176,715	3,872 98	0,066 666 7	15
16	256	50,265	201,062	4,000 00	062 500 0	16
17	289	53,407	226,980	4,123 11	058 823 5	17
18	324	56,549	254,469	4,242 64	055 555 6	18
19	361	59,690	283,529	4,358 90	052 631 6	19
20	400	62,832	314,159	4,472 14	0,050 000 0	20
21	441	65,973	346,361	4,582 58	047 619 0	21
22	484	69,115	380,133	4,690 42	045 454 5	22
23	529	72,257	415,476	4,795 83	043 478 3	23
24	576	75,398	452,389	4,898 98	041 666 7	24
25	625	78,540	490,874	5,000 00	0,040 000 0	25
26	676	81,681	530,929	5,099 02	038 461 5	26
27	729	84,823	572,555	5,196 15	037 037 0	27
28	784	87,965	615,752	5,291 50	035 714 3	28
29	841	91,106	660,520	5,385 16	034 482 8	29
30	900	94,248	706,858	5,477 23	0,033 333 3	30
31	961	97,389	754,768	5,567 76	032 258 1	31
32	1 024	100,53	804,248	5,656 85	031 250 0	32
33	1 089	103,67	855,299	5,744 56	030 303 0	33
34	1 156	106,81	907,920	5,830 95	029 411 8	34
35	1 225	109,96	962,113	5,916 08	0,028 571 4	35
36	1 296	113,10	1 017,88	6,000 00	027 777 8	36
37	1 369	116,24	1 075,21	6,082 76	027 027 0	37
38	1 444	119,38	1 134,11	6,164 41	026 315 8	38
39	1 521	122,52	1 194,59	6,245 00	025 641 0	39
40	1 600	125,66	1 256,64	6,324 56	0,025 000 0	40
41	1 681	128,81	1 320,25	6,403 12	024 390 2	41
42	1 764	131,95	1 385,44	6,480 74	023 809 5	42
43	1 849	135,09	1 452,20	6,557 44	023 255 8	43
44	1 936	138,23	1 520,53	6,633 25	022 272 3	44
45	2 025	141,37	1 590,43	6,708 20	0,022 222 2	45
46	2 116	144,51	1 661,90	6,782 33	021 739 1	46
47	2 209	147,65	1 734,94	6,855 65	021 276 6	47
48	2 304	150,80	1 809,56	6,928 20	020 833 3	48
49	2 401	153,94	1 885,74	7,000 00	020 408 2	49
50	2 500	157,08	1 963,50	7,071 07	0,020 000 0	50

n	n ²	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	\sqrt{n}	$\frac{1}{a}$	n
50	2 500	157,08	1 963,50	7,071 07	0,020 000 0	50
51	2 601	160,22	2 042,82	7,141 43	019 607 8	51
52	2 704	163,36	2 123,72	7,211 10	019 230 8	52
53	2 809	166,50	2 206,18	7,280 11	018 867 9	53
54	2 916	169,65	2 290,22	7,348 47	018 518 5	54
55	3 025	172,79	2 375,83	7,416 20	0,018 181 8	55
56	3 136	175,93	2 463,01	7,483 31	017 857 1	56
57	3 249	179,07	2 551,76	7,549 83	017 543 9	57
58	3 364	182,21	2 642,08	7,615 77	017 241 4	58
59	3 481	185,35	2 733,97	7,681 15	016 949 2	59
60	3 600	188,50	2 827,43	7,745 97	0,016 666 7	60
61	3 721	191,64	2 922,47	7,810 25	016 393 4	61
62	3 844	194,78	3 019,07	7,874 01	016 129 0	62
63	3 969	197,92	3 117,25	7,937 25	015 873 0	63
64	4 096	201,06	3 216,99	8,000 00	015 625 0	64
65	4 225	204,20	3 318,31	8,062 26	0,015 384 6	65
66	4 356	207,35	3 421,19	8,124 04	015 151 5	66
67	4 489	210,49	3 525,65	8,185 35	014 925 4	67
68	4 624	213,63	3 631,68	8,246 21	014 705 9	68
69	4 761	216,77	3 739,28	8,306 62	014 492 8	69
70	4 900	219,91	3 848,45	8,366 60	0,014 285 7	70
71	5 041	223,05	3 959,19	8,426 15	014 084 5	71
72	5 184	226,19	4 071,50	8,485 28	013 888 9	72
73	5 329	229,34	4 185,39	8,544 00	013 698 6	73
74	5 476	232,48	4 300,84	8,602 33	013 513 5	74
75	5 625	235,62	4 417,86	8,660 25	0,013 333 3	75
76	5 776	238,76	4 536,46	8,717 80	013 157 9	76
77	5 929	241,90	4 656,63	8,774 96	012 987 0	77
78	6 084	245,04	4 778,36	8,831 76	012 820 5	78
79	6 241	248,19	4 901,67	8,888 19	012 658 2	79
80	6 400	251,33	5 026,55	8,944 27	0,012 500 0	80
81	6 561	254,47	5 153,00	9,000 00	012 345 7	81
82	6 724	257,61	5 281,02	9,055 39	012 195 1	82
83	6 889	260,75	5 410,61	9,110 43	012 048 2	83
84	7 056	263,89	5 541,77	9,165 15	011 904 8	84
85	7 225	267,04	5 674,50	9,219 54	0,011 764 7	85
86	7 396	270,18	5 808,80	9,273 62	011 627 9	86
87	7 569	273,32	5 944,68	9,327 38	011 494 3	87
88	7 744	276,46	6 082,12	9,380 83	011 363 6	88
89	7 921	279,60	6 221,14	9,433 98	011 236 0	89
90	8 100	282,74	6 361,73	9,486 83	0,011 111 1	90
91	8 281	285,88	6 503,88	9,539 39	010 989 0	91
92	8 464	289,03	6 647,61	9,591 66	010 869 6	92
93	8 649	292,17	6 792,91	9,643 65	010 752 7	93
94	8 836	295,31	6 939,78	9,695 36	010 638 3	94
95	9 025	298,45	7 088,22	9,746 79	0,010 526 3	95
96	9 216	301,59	7 238,23	9,797 96	010 416 7	96
97	9 409	304,73	7 389,81	9,848 86	010 309 3	97
98	9 604	307,88	7 542,96	9,899 49	010 204 1	98
99	9 801	311,02	7 697,69	9,949 87	010 101 0	99
100	10 000	314,16	7 853,98	10,000 00	0,010 000 0	100

15. RJEŠENJA ZADATAKA

Str. 15 (1.4.)

- | | | |
|---|----------------------|---------------------|
| 1. 0,000 005 | 0,000 173 A | 0,000 015 6A |
| 2. 17 000 μA | 70 000 μA | 3 500 μA |
| 3. $Q = 10,92 \text{ C}$ | | |
| 4. $I = 11,54 \text{ A}$ | | |
| 5. $J = 4,8 \text{ A/mm}^2 = 4\,800\,000 \text{ A/m}^2$ | | |
| 6. $I = 23,55 \text{ A}$ | | |

Str. 18 (1.5.)

1. 75 000 $\mu\text{V} = 0,000\,075 \text{ kV}$
2. 20 V = 120 000 mV = 120 000 000 μV

Str. 22 (1.6.)

- | | | |
|----------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| 1. 340 Ω | 0,257 Ω | 72 400 Ω |
| 2. 0,054 k Ω | 380 k Ω | 0,000 025 k Ω |
| 3. 0,055 Ω | 200 Ω | 0,002 8 Ω |
| 4. 0,002 8 S | 0,000 083 S | 8 S |
| 5. $\kappa = 50 \text{ Sm/mm}^2$ | $\kappa = 0,83 \text{ Sm/mm}^2$ | $\kappa = 2,22 \text{ Sm/mm}^2$ |
| 6. $R = 23,3 \Omega$ | | |
| 7. $S = 4,4 \text{ mm}^2$ | | |
| 8. $l = 600 \text{ m}$ | | |
| 9. $S = 1,6 \text{ mm}^2$ | | |
| 10. $R = 0,336 \Omega$ | | |
| 11. $l = 517 \text{ m}$ | | |
| 12. $R = 0,000\,624 \Omega$ | | |
| 13. $S = 0,125\,6 \text{ mm}^2$ | $l = 4,48 \text{ m}$ | |
| 14. $S = 2,5 \text{ mm}^2$ | $d = 1,78 \text{ mm}$ | |

Str. 27 (1.7.)

- | | | |
|--|------------------------------------|-----------------------|
| 1. $R_t = 581,9 \Omega$ | | |
| 2. $\Delta\vartheta = 51,3^\circ\text{C}$ | $\vartheta_2 = 71,3^\circ\text{C}$ | |
| 3. $R_{20} = 17,5 \Omega$ | $R_{80} = 21,595 \Omega$ | $R_0 = 16,135 \Omega$ |
| 4. $\Delta\vartheta = 31^\circ\text{C}$ | | |
| 5. $R_h = 27,2 \Omega$ | | |
| 6. $R_h = 31,8 \Omega$ | $R_t = 36,77 \Omega$ | |
| 7. $R_h = 48 \Omega$ | $l = 17,1 \text{ m}$ | |
| 9. $\Delta\vartheta = 59,8^\circ\text{C}$ | $\vartheta = 79,8^\circ\text{C}$ | |
| 10. $\Delta\vartheta = 76,9^\circ\text{C}$ | | |
| 11. $R_h = 20 \Omega$ | | |
| 12. $\alpha = 0,004 \text{ aluminij}$ | | |
| 13. $R_h = 49,77 \Omega$ | | |
| 14. $R_t = 89,9 \Omega$ | $\Delta R = 72,9 \Omega$ | |

Str. 31 (2.1.)

- | | | | |
|-----|----------------------------|----------------------------------|----------------------|
| 1. | $U = 300 \text{ V}$ | | |
| 2. | $R = 80 \Omega$ | | |
| 3. | $I = 0,55 \text{ A}$ | | |
| 4. | $I = 0,083 \text{ A}$ | | |
| 5. | $U = 6,3 \text{ V}$ | | |
| 6. | $R = 240 \Omega$ | $l = 192 \text{ m}$ | |
| 8. | $R_t = 141 \Omega$ | $\vartheta = 1186^\circ\text{C}$ | |
| 9. | $R = 5 \Omega$ | $I = 4,8 \text{ A}$ | |
| 10. | $R_t = 25 \Omega$ | | |
| 11. | $I = 5,6 \text{ A}$ | $Q = 4032 \text{ C}$ | |
| 12. | $R = 4,75 \text{ M}\Omega$ | | |
| 13. | $I = 6,25 \text{ A}$ | | |
| 14. | $R_h = 10 \Omega$ | $R_t = 12 \Omega$ | $I = 17,5 \text{ A}$ |
| 15. | $R = 4,2 \Omega$ | $S = 0,25 \text{ mm}^2$ | |

Str. 36 (2.2.)

- | | | | |
|-----|-----------------------|-----------------------|---------------------------|
| 1. | $I = 6,67 \text{ A}$ | | |
| 2. | $R_u = 1,625 \Omega$ | | |
| 3. | $I = 13,75 \text{ A}$ | $u = 6,875 \text{ V}$ | $U_B = 103,125 \text{ V}$ |
| 4. | $R = 60 \Omega$ | $u = 144 \text{ V}$ | |
| 5. | $R = 0,656 \Omega$ | $u = 5,38 \text{ V}$ | $u (\%) = 2,44\%$ |
| 6. | $u = 4,4 \text{ V}$ | $R = 0,978 \Omega$ | |
| 7. | $I = 5,33 \text{ A}$ | | |
| 8. | $R_u = 0,021 \Omega$ | | |
| 9. | $R = 0,56 \Omega$ | $u = 1,96 \text{ V}$ | $u = 1,78\%$ |
| 10. | $R = 0,55 \Omega$ | $l = 157 \text{ m}$ | |
| 11. | $R = 45 \Omega$ | | |
| 12. | $I = 1,25 \text{ A}$ | | |

Str. 41 (2.3.)

- | | | | | |
|-----|------------------------|------------------------|-----------------------|------------------------|
| 1. | $R = 28,8 \Omega$ | | | |
| 2. | $R = 7,5 \Omega$ | | | |
| 3. | $R = 87,5 \Omega$ | | | |
| 4. | $R = 9,47 \Omega$ | $I = 23,22 \text{ A}$ | | |
| 5. | $I_1 = 3,36 \text{ A}$ | $I_2 = 1,44 \text{ A}$ | | |
| 6. | $R_1 = 60 \Omega$ | $R_2 = 30 \Omega$ | | |
| 7. | $R_1 = 660 \Omega$ | | | |
| 8. | $I_a = 4,58 \text{ A}$ | $I_b = 2,75 \text{ A}$ | $I_c = 0$ | $I_d = 1,83 \text{ A}$ |
| 9. | $R = 160 \Omega$ | $I = 1,375 \text{ A}$ | $I = 0,275 \text{ A}$ | |
| 10. | $R_S = 0,111 \Omega$ | | | |
| 11. | $n = 200$ | $I = 1 \text{ A}$ | | |
| 12. | $I = 102 \text{ A}$ | | | |
| 13. | $I = 25,6 \text{ A}$ | | | |

Str. 47 (2.4.)

1. $I = 2,03 \text{ A}$
2. $E_2 = 16,5 \text{ V}$
3. $R = 12 \Omega$ $I = 3 \text{ A}$
 $u_1 = 6 \text{ V}$ $u_2 = 12 \text{ V}$ $u_3 = 18 \text{ V}$
4. $E = 15 \text{ V}$ $R = 7,5 \Omega$ $I = 2 \text{ A}$
5. $R_1 = 80 \Omega$ $R_2 = 40 \Omega$ $u_1 = 43,3 \text{ V}$ $u_2 = 21,7 \text{ V}$
6. $R = 74,29 \Omega$ $I = 0,875 \text{ A}$ $u_1 = 30 \text{ V}$ $u_2 = 35 \text{ V}$
7. $R_p = 9\,950 \Omega$
8. $n = 6$
9. $R = 260 \Omega$ $I = 0,846 \text{ A}$ $u_1 = 169,2 \text{ V}$ $u_2 = 50,8 \text{ V}$
10. $I = 0,17 \text{ A}$ $U = 1,86 \text{ V}$
11. $R_z = 1,2 \Omega$ $R_p = 20,8 \Omega$
12. $R_0 = 17,2 \Omega$
13. $U = 24,4 \text{ V}$
14. $E_1 = 8 \text{ V}$ $I = 0,53 \text{ A}$ $U = 7,96 \text{ V}$
 $E_2 = 2 \text{ V}$ $I = 0,133 \text{ A}$ $U = 1,995 \text{ V}$
15. $R_V = 2,8 \Omega$ $R = 87,8 \Omega$ $I = 2,5 \text{ A}$ $u_z = 212,5 \text{ V}$
16. $n = 10$ $U = 100 \text{ V}$
17. $R_p = 47500 \Omega$
18. $U = 70 \text{ V}$

Str. 51 (2.5.)

1. $R_{34} = 24 \Omega$ $R_{234} = 6 \Omega$ $R_{1234} = 12 \Omega$
 $I = 4 \text{ A}$ $i_1 = 4 \text{ A}$ $i_2 = 3 \text{ A}$ $i_3 = i_4 = 1 \text{ A}$
2. 16Ω 36Ω 40Ω 46Ω $3,75 \Omega$ 5Ω $7,5 \Omega$
 $13,5 \Omega$ 15Ω $33,75 \Omega$ $3,33 \Omega$ $10,43 \Omega$ $7,82 \Omega$ $5,22 \Omega$
3. $R = 7 \Omega$
4. $R = 8,74 \Omega$
5. $R = 35 \Omega$ $I = 0,8 \text{ A}$
6. $R = 25 \Omega$ $I = 0,96 \text{ A}$
7. $R_{23} = 7,5 \Omega$ $R_{456} = 8 \Omega$ $R = 25,5 \Omega$ $I = 3,92 \text{ A}$
 $u_{AB} = 39,2 \text{ V}$ $u_{BC} = 29,4 \text{ V}$ $u_{CD} = 31,4 \text{ V}$
8. $R_x = 5,66 \Omega$ $l = 7,08 \text{ m}$
9. $R_x = 14 \Omega$ $l_1 : l_2 = 1 : 1,4$

Str. 57 (3.1.)

1. $0,346 \text{ kkp}$ $0,00714 \text{ kkp}$ $12,805 \text{ kkp}$
2. $0,073 \text{ 4 kpm}$ $0,000 \text{ 51 kpm}$ $3,914 \text{ kpm}$
3. $\eta = 0,81$
4. $P_d = 1293,6 \text{ W} = 131,87 \text{ kpm/s}$

Str. 61 (3.2.)

1. $P = 1200 \text{ W}$
2. $P = 96 \text{ W}$
3. $R = 484 \Omega$ $I = 0,45 \text{ A}$
4. $P_d = 25,76 \text{ kW}$ $P = 32,2 \text{ kW}$ $I = 146,3 \text{ A}$
5. $n_1 = 480 \text{ okr/h}$ $P = 640 \text{ W}$
6. $18\,000 \text{ d}$
7. $P_1 = 1\,075 \text{ W}$ $U = 198 \text{ V}$ $P_2 = 871 \text{ W}$
8. $I = 6,61 \text{ A}$
9. $I = 0,27 \text{ A}$
10. $P_d = 1\,766 \text{ W}$ $P = 2\,200 \text{ W}$ $\eta = 0,8$
11. $A = 14,4 \text{ Wh} = 51\,840 \text{ J}$
12. $I = 2,75 \text{ A}$ $P = 302,5 \text{ W}$
13. $t = 25 \text{ h}$
14. $U = 134 \text{ V}$
15. $R_t = 121 \Omega$ $R_h = 105,2 \Omega$ $I = 12 \text{ m}$
16. $I = 0,733 \text{ A}$ $u_1 = 146,66 \text{ V}$ $u_2 = 73,33 \text{ V}$

Str. 67 (3.3.)

1. $120 \text{ Ws} = 120 \text{ J} = 12,24 \text{ kpm} = 28,8 \text{ cal}$
2. $5 \text{ KS} = 3,68 \text{ kW} = 3\,680 \text{ W} = 375,36 \text{ kpm/s} = 883,2 \text{ cal/s}$
3. $Q = 23\,400\,000 \text{ J} = 5\,616\,000 \text{ cal}$
4. $W = 17\,900\,000 \text{ J} = 4,97 \text{ Wh}$
5. $Q = 348,48 \text{ kcal}$ $m = 4,356 \text{ kg}$
6. $u_p = 168 \text{ V}$ $P = 624 \text{ W}$ $Q = 7\,257\,600 \text{ J}$
7. $W = 29\,832\,000 \text{ J} = 8,28 \text{ kWh}$
8. $Q = 800\,000 \text{ cal}$ $P = 5,555 \text{ kW}$
9. $Q_d = 7\,000\,000 \text{ cal}$ $Q = 8\,294\,000 \text{ cal}$ $\eta = 0,84$
10. $Q_d = 1\,230\,000 \text{ cal}$ $t = 6\,000 \text{ s}$ $I = 4,4 \text{ A}$

Str. 71 (3.5.)

1. $I = 18,18 \text{ A}$ $S = 16 \text{ mm}^2$ $u = 1,78 \text{ V}$
2. $I = 1,14 \text{ A}$ $S = 0,75 \text{ mm}^2$ $u = 0,53 \text{ V}$
3. $S = 2,5 \text{ mm}^2$ $J = 6,4 \text{ A/mm}^2$
4. $I = 20 \text{ A}$ $J = 5 \text{ A/mm}^2$
5. $I = 25 \text{ A}$ $J = 4,16 \text{ A/mm}^2$ $I = 60 \text{ A}$ $J = 2,4 \text{ A/mm}^2$
6. $I = 33,45 \text{ A}$ $S = 10 \text{ mm}^2$
7. $I = 2,45 \text{ A}$ $S = 2,5 \text{ mm}^2$
8. $I = 45,45 \text{ A}$ $S = 70 \text{ mm}^2$
9. $S = 2,5 \text{ mm}^2$

Str. 85 (4.2.)

1. $E = 20\,000 \text{ V/m}$ $F = 30 \text{ N}$
2. $S = 0,0804 \text{ m}^2$ $D = 0,000\,001\,24 \text{ C/m}^2$ $E = 140 \text{ kV/m}$
3. $Q = 0,05 \text{ C}$
4. $E = 564\,716 \text{ V/m}$ $U = I\,129 \text{ V}$
5. $l = 0,2 \text{ mm}$
6. $G = F = 0,000\,000\,049 \text{ N}$ $E = 0,049 \text{ V/m}$
7. $l = 1,5 \text{ mm}$
8. $Q = 0,0012 \text{ C}$
9. $U = 135\,000 \text{ V}$

Str. 91 (4.3.)

- | | | | |
|------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|--|
| 1. $\epsilon_r = 3,76$ | | | |
| 2. $l = 0,01 \text{ mm}$ | | | |
| 3. $C = 1483 \text{ pF}$ | | | |
| 4. $S = 0,03826 \text{ m}^2$ | $C = 1355 \text{ pF}$ | | |
| 5. $l_1 = 0,0002 \text{ m}$ | $l_2 = 0,0005 \text{ m}$ | | |
| 6. $S = 113\,000\,000 \text{ m}^2$ | | | |
| 7. $C = 2000 \text{ pF}$ | $E = 1\,500\,000 \text{ V/m}$ | $Q = 0,000\,000\,6 \text{ C}$ | |
| 8. $C = 0,002 \mu\text{F}$ | $\epsilon_r = 5,6$ | | |
| 9. $Q = 0,0024 \text{ C}$ | $W_c = 0,72 \text{ J}$ | $E = 6\,000\,000 \text{ V/m}$ | |

Str. 97 (4.5.)

- | | | | |
|----------------------------------|----------------------------|-------------------------|------------------------|
| 1. $3,7 \mu\text{F}$ | $4,3 \mu\text{F}$ | $2 \mu\text{F}$ | $2,2 \mu\text{F}$ |
| 2. $0,5 \mu\text{F}$ | $0,8 \mu\text{F}$ | $1,5 \mu\text{F}$ | $2 \mu\text{F}$ |
| | $2,67 \mu\text{F}$ | $8 \mu\text{F}$ | |
| 3. $1,25 \mu\text{F}$ | $1,76 \mu\text{F}$ | $3,53 \mu\text{F}$ | $4,12 \mu\text{F}$ |
| | $6,67 \mu\text{F}$ | $11,43 \mu\text{F}$ | $17 \mu\text{F}$ |
| 4. $C = 3,4 \mu\text{F}$ | $C = 0,25 \mu\text{F}$ | | |
| 5. $C = 4 \mu\text{F}$ | | | |
| 6. $Q_1 = Q_2 = 0,001 \text{ C}$ | $C_2 = 8,3 \mu\text{F}$ | $C = 4,5 \mu\text{F}$ | |
| 7. $C = 2,66 \mu\text{F}$ | $Q = 0,000\,293 \text{ C}$ | $u_1 = 73,3 \text{ V}$ | $u_2 = 36,6 \text{ V}$ |
| 8. $C = 2 \mu\text{F}$ | $U = 250 \text{ V}$ | $C = 0,125 \mu\text{F}$ | $U = 1000 \text{ V}$ |

Str. 110 (5.2.)

- | | | | |
|----------------------------------|-----------------------------------|---------------------------|------------------------------------|
| 1. $\Theta = 1500 \text{ A}$ | $H = 10\,000 \text{ A/m}$ | | |
| 2. $H = 79\,577 \text{ A/m}$ | $I = 53 \text{ A}$ | | |
| 3. $I = 1,6 \text{ A}$ | $H = 10\,666 \text{ A/m}$ | | |
| 4. $R_m = 937\,500 \text{ A/Wb}$ | | | |
| 5. $B = 0,18 \text{ T}$ | $H = 144\,000 \text{ A/m}$ | $N = 1800$ | |
| 6. $H = 19\,200 \text{ A/m}$ | $B = 0,024 \text{ T}$ | $\phi = 0,03 \text{ mWb}$ | |
| 7. $B = 0,0025 \text{ T}$ | $\phi = 0,000\,002\,5 \text{ Wb}$ | | |
| 8. $B = 0,0099 \text{ T}$ | $H = 7916 \text{ A/m}$ | $\Theta = 9952 \text{ A}$ | $R_m = 199\,044\,586 \text{ A/Wb}$ |

Str. 117 (5.3.)

- | | | | |
|----------------------------|---------------------------------|------------------------------|--------------------------|
| 1. $H = 700 \text{ A/m}$ | $N = 150$ | | |
| 2. $H_1 = 700 \text{ A/m}$ | $H_2 = 1\,019\,108 \text{ A/m}$ | $\Theta = 1228 \text{ A}$ | $N = 877$ |
| 3. $B = 1 \text{ T}$ | $H = 300 \text{ A/m}$ | $\Theta = 150$ | |
| 4. $B = 1 \text{ T}$ | $H = 1300 \text{ A/m}$ | $H_2 = 795\,775 \text{ A/m}$ | $\Theta = 945 \text{ A}$ |
| 5. $H = 2350 \text{ A/m}$ | | | |
| 6. $B = 1,67 \text{ T}$ | $H = 4500 \text{ A/m}$ | $I = 8,48 \text{ A}$ | |
| 7. $H_1 = 100 \text{ A/m}$ | $H_2 = 1250 \text{ A/m}$ | $H_3 = 358\,000 \text{ A/m}$ | |
| | $I = 0,39 \text{ A}$ | | |
| 8. $B = 1,24 \text{ T}$ | $H = 600 \text{ A/m}$ | $I = 0,9 \text{ A}$ | |
| 9. $B = 1,21 \text{ T}$ | $H = 550 \text{ A/m}$ | $I = 1,1 \text{ A}$ | |
| 10. $B = 1,72 \text{ T}$ | $H = 6000 \text{ A/m}$ | $N = 1600$ | |

Str. 124 (6.1.)

- | | | |
|--|------------------------|------------------------------|
| 1. $\Delta\phi = \phi = 0,000\,6 \text{ Wb}$ | | |
| 2. $v = 78,5 \text{ m/s}$ | $E = 12,246 \text{ V}$ | |
| 3. $v = 8,37 \text{ m/s}$ | $E = 1\,607 \text{ V}$ | $\Sigma E = 96,42 \text{ V}$ |
| 4. $B = 1 \text{ T}$ | | |
| 5. $v = 10 \text{ m/s}$ | | |

- | | | |
|----|-----------------------------|---------------------------|
| 6. | $\Delta t = 0,1 \text{ s}$ | |
| 7. | $E = 0,01 \text{ V}$ | $\Sigma E = 20 \text{ V}$ |
| 8. | $\Delta\phi = 1 \text{ Wb}$ | |
| 9. | $E = 0,9 \text{ V}$ | $I = 0,09 \text{ A}$ |

Str. 132 (6.2.)

- | | | | |
|----|------------------------|----------------------|---------------------|
| 1. | $N_1 : N_2 = 24 : 1$ | | |
| 2. | $U_2 = 1980 \text{ V}$ | | |
| 3. | $N_2 = 109$ | | |
| 4. | $I_2 = 600 \text{ A}$ | | |
| 5. | $N_1 : N_2 = 15 : 1$ | $U_2 = 20 \text{ V}$ | $I_1 = 5 \text{ A}$ |

Str. 140 (6.3.)

- | | | | | |
|-----|--------------------------|-------------------------------|--|--|
| 8. | $L = 0,000 42 \text{ H}$ | | | |
| 9. | $N = 1424$ | | | |
| 10. | $L = 0,001 66 \text{ H}$ | | | |
| 11. | $E = 256 \text{ V}$ | | | |
| 12. | $L = 1,005 \text{ H}$ | | | |
| 13. | $H = 9000 \text{ A/m}$ | $B = 1,77 \text{ T}$ | $\mu_r = 157$ | $L = 0,85 \text{ H}$ |
| 14. | $H = 4245 \text{ A/m}$ | $B = 1,67 \text{ T}$ | $\mu_r = 313$ | $L_1 = 0,668 \text{ H}$ $L_2 = 0,0021 \text{ H}$ |
| 15. | $L_2 = 3,125 \text{ H}$ | $M = 1,25 \text{ H}$ | | |
| 16. | $M = 2 \text{ H}$ | $\Delta I_2 = 0,25 \text{ A}$ | | |
| 17. | $L_1 = 2,26 \text{ H}$ | $L_2 = 5,79 \text{ H}$ | $M = 3,62 \text{ H}$ | |
| 18. | $U_1 = 213 \text{ V}$ | $U_2 = 341 \text{ V}$ | $\mu = 2,18 \cdot 10^{-3} \text{ Wb/Am}$ | $M = 1,395 \text{ H}$ |
| 19. | $U_2 = 225 \text{ V}$ | $B_m = 0,563 \text{ T}$ | | |
| 20. | $N_1 = 225$ | $N_2 = 488$ | | |

Str. 148 (6.4.)

- | | | |
|-----|-------------------------|--------------------------|
| 1. | $F = 2,7 \text{ N}$ | |
| 2. | $I = 1000 \text{ A}$ | |
| 3. | $F = 3,924 \text{ N}$ | $B = 0,363 \text{ T}$ |
| 4. | $I = 0,747 \text{ A}$ | |
| 5. | $B = 1 \text{ T}$ | |
| 6. | $B = 0,000 2 \text{ T}$ | $r = 60 \text{ mm}$ |
| 7. | $I = 158 \text{ A}$ | |
| 8. | $F = 1,44 \text{ N}$ | $M = 0,0576 \text{ Nm}$ |
| 9. | $F = 0,008 \text{ N}$ | $M = 0,000 4 \text{ Nm}$ |
| 10. | $F = 720 \text{ N}$ | $M = 180 \text{ Nm}$ |
| 12. | $F = 2,4 \text{ N}$ | |
| 13. | $B = 0,000 5 \text{ T}$ | $H = 400 \text{ A/m}$ |
| 14. | $r = 2 \text{ mm}$ | |

Str. 154 (7.1.)

- | | | | |
|----|-----------------------------|--------------------------|---------------------------|
| 1. | $I = 0,041 \text{ A}$ | | |
| 2. | $a = 0,001 038 \text{ g/c}$ | | |
| 3. | $m_1 = 35,532 \text{ g}$ | $m_2 = 32,832 \text{ g}$ | $m_3 = 120,744 \text{ g}$ |
| 4. | $t = 21 \text{ s}$ | | |
| 5. | $m_2 = 5,885 \text{ g}$ | | |

Str. 157 (7.2.)

1. $t = 199 \text{ h}$
2. $m = 10,062 \text{ g}$ $V = 0,96 \text{ cm}^3$ $d = 0,12 \text{ mm}$
3. $I = 16\,080 \text{ A}$
4. $V = 1,5 \text{ cm}^3$ $m = 13,2 \text{ g}$ $t = 5427 \text{ s}$
5. $V = 7 \text{ cm}^3$ $m = 62,3 \text{ g}$ $I = 2,19 \text{ A}$

Str. 167 (7.4.)

1. $t = 85,1 \text{ h}$
2. $Q = 54 \text{ Ah}$
3. Tri paralelno spojena niza po 8 elemenata
4. $Q = 80 \text{ Ah}$ $t = 10 \text{ h}$
5. 55 olovnih ili 91 alkalijjskih akumulatora

Str. 186 (9.2.)

3. $f = 200 \text{ Hz}$
4. $I_{\max} = 7,05 \text{ A}$
5. $\omega = 104 \sqrt{3} \text{ s}^{-1}$
6. $U_{\text{ef}} = 117 \text{ V}$
7. $T = 0,000\,008\,3 \text{ s}$
8. $i = 2,058 \text{ A}$
9. $t = 0,032 \text{ s}$
10. $I = 2,33 \text{ A}$
11. $U_{\text{m}} = 200 \text{ V}$
12. $\omega = 48\,600 \text{ s}^{-1}$ $f = 135 \text{ Hz}$
13. $i = 8,6 \text{ A}$
14. $t_1 = 0,001\,67 \text{ s}$ $t_2 = 0,0217 \text{ s}$ $t_3 = 0,0117 \text{ s}$

Str. 194 (10.1)

1. $X_L = 31,4 \Omega$ $I = 3,5 \text{ A}$
2. $X_C = 5500 \Omega$ $C = 0,58 \mu\text{F}$
3. $L = 0,143 \text{ H}$
4. $C = 8,85 \mu\text{F}$
5. $C = 0,117 \mu\text{F}$ $X_C = 17\,986 \Omega$
6. $H = 4200 \text{ A/m}$ $\mu_r = 318$ $L = 20 \text{ H}$ $X_L = 6280 \Omega$
7. $C = 127 \mu\text{F}$
8. $X_L = 502,4 \Omega$ $X_C = 1,25 \Omega$
9. $L = 0,01\,96 \text{ H}$ $f = 404 \text{ Hz}$

Str. 197 (10.2.)

1. $U = 100 \text{ V}$ $U = 112 \text{ V}$
2. $U = 132 \text{ V}$

Str. 206 (10.3)

1. $Z = 29,2 \Omega$
2. $Z = 110 \Omega$ $I = 2 \text{ A}$
3. $u_L = 37,6 \text{ V}$ $u_C = 254,8 \text{ V}$ $u_R = 40 \text{ V}$
4. $X_C = 398 \Omega$ $Z = 410 \Omega$
5. $u_C = 1432,8 \text{ V}$ $u_R = 360 \text{ V}$ $U = 1467 \text{ V}$

4.	$R = 500 \Omega$	$Z = 1100 \Omega$	$X_L = 980 \Omega$	$L = 3,12 \text{ H}$
5.	$X_L = 78,5 \Omega$	$X_C = 199 \Omega$	$Z = 120,5 \Omega$	$I = 1,83 \text{ A}$
6.	$X_L = 235,5 \Omega$	$X_C = 318,5 \Omega$	$Z = 97 \Omega$	$I = 1,14 \text{ A}$
7.	$X_C = 159 \Omega$	$Z = 170 \Omega$	$U = 408 \text{ V}$	
8.	$C = 2,4 \mu\text{F}$			
9.	$f_0 = 50,4 \text{ Hz}$	$X_C = 633 \Omega$	$X_L = 633 \Omega$	
10.	$L = 0,004 \text{ H}$	$X_L = 1,287 \Omega$	$R_L = 13,737 \Omega$	$Z = 24,66 \Omega$
11.	$Z = 200 \Omega$	$R_R = 100 \Omega$		
12.	$Z = 50 \Omega$	$X_L = 40 \Omega$	$L = 0,127 \text{ H}$	
13.	$Z = 3857 \Omega$	$I = 0,057 \text{ A}$		
14.	$X_C = 796 \Omega$	$X_L = 785 \Omega$	$Z = 19,4 \Omega$	

Str. 213 (10.4.)

1.	$Z = 3,84 \Omega$	$I = 25 \text{ A}$		
2.	$I = 1,2 \text{ A}$			
3.	$I = 4 \text{ A}$	$\varphi = 37^\circ$		
4.	$X_C \approx 80 \Omega$	$Z = 48 \Omega$	$I = 4,375 \text{ A}$	$\varphi \approx 37^\circ$
	$I_R = 3,5 \text{ A}$			
	$I_C = 2,625 \text{ A}$			
5.	$Z = 843 \Omega$	$I_R = 0,22 \text{ A}$	$I_L = 0,14 \text{ A}$	$\varphi = 32^\circ 30'$
6.	$I_R = 2 \text{ A}$	$I_L = 1,5 \text{ A}$	$I = 2,5 \text{ A}$	$Z = 48 \Omega$
7.	$\cos\varphi = 0,5$	$Z = 20 \Omega$	$X_L = 23,03 \Omega$	
8.	$Z_L = 150 \Omega$	$\cos\varphi_L = 0,8$	$I = 10,5 \text{ A}$	$\varphi = 16^\circ 30'$
9.	$U = 144 \text{ V}$			
10.	$X_{L2} = 16,8 \Omega$			

Str. 221 (11.2.)

1.	$P_f = 990 \text{ VA}$	$P_x = 646 \text{ Var}$	$\cos = 0,76$	
2.	$P_z = 33\,333 \text{ VA}$	$I_x = 151,5 \text{ A}$	$I = 113,6 \text{ A}$	$I_x = 100,2 \text{ A}$
3.	$P = 492 \text{ W}$	$P_f = 343,5 \text{ Var}$		
4.	$P = 12\,266 \text{ W}$	$P_f = 15\,333 \text{ VA}$	$I_f = 69,7 \text{ A}$	
5.	$P = 600 \text{ W}$	$P_z = 715 \text{ VA}$	$P_x = 389 \text{ Var}$	$\cos\varphi = 0,84$
6.	$J = 46,46 \text{ A}$	$P_z = 10\,222 \text{ VA}$	$P_x = 7093 \text{ Var}$	
7.	$P_z = 5\,500 \text{ VA}$	$P = 3850 \text{ W}$	$P_d = 3272 \text{ W}$	
	$I = 17,5 \text{ A}$	$I_x = 17,8 \text{ A}$	$A = 2,45 \text{ kWh}$	
8.	$P = 2222 \text{ W}$	$P_z = 2640 \text{ VA}$	$\cos\varphi = 0,84$	
9.	$P_z = 29\,032 \text{ VA}$	$P_x = 22\,750 \text{ Var}$	$C = 0,001\,497 \text{ F}$	
10.	$P_z = 1100 \text{ VA}$	$P_x = 755 \text{ Var}$	$C = 49 \mu\text{F}$	
11.	$P_z = 1760 \text{ VA}$	$P_{xL} = 928 \text{ Var}$	$C = 61 \mu\text{F}$	

Str. 231 (11.3.)

1.	$P_1 = 896 \text{ W}$	$P_2 = 2674 \text{ W}$		
2.	$P = 1364 \text{ W}$	$P_d = 1091 \text{ W}$		
3.	$I_L = 5,32 \text{ A}$	$I = 3,07 \text{ A}$		
4.	$P = 8558 \text{ W}$	$I = 11,78 \text{ A}$		
5.	$I = 3,143 \text{ A}$	$P = 2068,6 \text{ W}$		
6.	$I = 9,4 \text{ A}$	$P = 6183,7 \text{ W}$		
7.	$I = 86,7 \text{ A}$			
8.	$I_L = 13,16 \text{ A}$	$P = 8651 \text{ W}$	$I_L = 4,4 \text{ A}$	$P = 2892 \text{ W}$

Str. 245 (12.2.)

- | | | | |
|----|-----------------------------|--------------------------|------------------------|
| 1. | $I_{\mu} = 0,192 \text{ A}$ | $I_g = 0,15 \text{ A}$ | $I = 0,243 \text{ A}$ |
| 2. | $m = 10 \text{ kg}$ | | |
| 3. | $B = 0,25 \text{ T}$ | | |
| 4. | $P_H = 8,019 \text{ W}$ | $P_v = 20,412 \text{ W}$ | |
| 5. | $P_{Fe} = 19,56 \text{ W}$ | $P_v = 2,14 \text{ W}$ | $f = 50 \text{ Hz}$ |
| 6. | $P_{Fe} = 20,8 \text{ W}$ | $I_g = 0,095 \text{ A}$ | |
| 7. | $P_H = 10,28 \text{ W}$ | $P_v = 3,5 \text{ W}$ | |
| 8. | $P_{Fe} = 58,97 \text{ W}$ | $I = 0,458 \text{ A}$ | $W_m = 0,11 \text{ J}$ |
| 9. | $P_{Fe} = 42,186 \text{ W}$ | $P_{Cu} = 288 \text{ W}$ | |

Str. 254 (12.3.)

- | | | | |
|----|-------------------------------|-------------------------------|------------------------------|
| 1. | $S = 25 \text{ mm}^2$ | $\Delta U = 3,15 \text{ V}$ | |
| 2. | $\Delta U = 4,375 \text{ V}$ | | |
| 3. | $S = 25 \text{ mm}^2$ | $\Delta U = 3,15 \text{ V}$ | |
| 4. | $S = 2,5 \text{ mm}^2$ | $\Delta U = 10,08 \text{ V}$ | |
| 5. | $S = 25 \text{ mm}^2$ | $\Delta U' = 13,44 \text{ V}$ | $\Delta U = 18,28 \text{ V}$ |
| 6. | $\Delta U = 91,4 \text{ V}$ | $U_2 = 288,6 \text{ V}$ | |
| 7. | $\Delta U = 13,912 \text{ V}$ | $p = 720 \text{ W}$ | |
| 8. | $S = 2,5 \text{ mm}^2$ | $p = 907,2 \text{ W}$ | |
| 9. | $P = 2177,28 \text{ W}$ | $\Delta U = 90,72 \text{ V}$ | |

Str. 260 (13.1.)

- | | | | |
|----|-----------------------------|---|--------------------------|
| 1. | $Z = 23,5 + j 5$ | | |
| 2. | $Z = 2 + j 8$ | $Z = 8,25 \cos 76^\circ + j 8,25 \sin 76^\circ$ | $Z = 8,25 e^{j76^\circ}$ |
| 3. | $Z = 24 - j 3,5$ | $Z = 24,25 e^{j351^\circ 42'}$ | |
| 4. | $Z = 0,0918 + j 0,944$ | $Z = 0,948 e^{j84^\circ 27'}$ | |
| 5. | $Z_3 = 94,2 e^{j100^\circ}$ | | |

Str. 267 (13.2.)

- | | | | | |
|----|---|-------------------------|------------------------|----------------------|
| 1. | $\underline{U} = 259 e^{j36^\circ 52'} \text{ V}$ | | | |
| 2. | $\underline{I} = 16,96 + j 10,6 \text{ A}$ | | | |
| 3. | $I = 3,2 \text{ A}$ | $I_R = 2,56 \text{ A}$ | $I_x = 1,92$ | $\cos \varphi = 0,8$ |
| 4. | $Z = 2800 + j 2100 \Omega$ | | | |
| 5. | $Y = 0,0625 \text{ S}$ | $G = 0,03125 \text{ S}$ | $B = 0,0541 \text{ S}$ | |
| 6. | $Y = 0,0204 + j 0,0293 \text{ S}$ | | | |
| 7. | $P_L = 4730 e^{j42^\circ 16'} \text{ VA}$ | | | |

Str. 272 (13.3.4.)

- | | | | |
|----|--|----------------------------------|--------------------------|
| 1. | $I = 1,762 + j 1,096 \text{ A}$ | $I = 2,075 \text{ A}$ | $\varphi = 31^\circ 54'$ |
| 2. | $Z = 11,33 + j 528 \Omega$ | $Z = 12,5 \Omega$ | |
| 3. | $I = 9,47 + j 11,23 \text{ A}$ | $\varphi = 49^\circ 51'$ | |
| 4. | $\underline{I}_2 = 2,77 + j 13,32 \text{ A}$ | | |
| 5. | $P_L = 2640 - j 1100 \text{ VA}$ | $P_L = 2860 \text{ VA}$ | |
| 6. | $I = 12,65 - j 14,29 \text{ A}$ | $P_L = 6325 + j 7145 \text{ VA}$ | |
| 7. | $P_L = 2035 + j 1272 \text{ VA}$ | $P_L = 2400 \text{ VA}$ | |

Str. 278 (13.3.7.)

- | | | | | |
|----|------------------------------|-----------------------------------|--|-----------------------|
| 1. | $Z = 26 + j 15 \Omega$ | | | |
| 2. | $Z = 72 + j 27 \Omega$ | $I = 2,68 - j \text{ A}$ | $\underline{U}_1 = 109,3 + j 96,6 \text{ V}$ | |
| 3. | $Z = 192,6 + j 115,2 \Omega$ | $I = 0,38 - j 0,23 \text{ A}$ | $\varphi = 30^\circ 53'$ | |
| 4. | $Z = 4,53 + j 1,82 \Omega$ | $I_1 = 14,15 - j 14,15 \text{ A}$ | $I_2 = 8,66 + j 4,99 \text{ A}$ | |
| 5. | $I = 0,1 \text{ A}$ | $I_L = 0,1 - j 0,1 \text{ A}$ | $I_C = j 0,1 \text{ A}$ | |
| 6. | $P_L = 10 + j 10 \text{ VA}$ | $P_C = -j 10 \text{ Var}$ | $P_R = 2 \text{ W}$ | $P_S = 12 \text{ VA}$ |
| 7. | $Z = 6,67 + j \Omega$ | $I_1 = 16,13 - j 2,4 \text{ A}$ | $I_{23} = 6,47 - j 11,96 \text{ A}$ | |

Grafički urednik

DEAN ŽILIĆ

Lektorica

MARA MILIĆ

Korektor

ANTE TERZIĆ

Grafička priprema

Grafičko-likovna redakcija ŠK

Tisak

Grafički zavod Hrvatske, d.o.o., Zagreb

Tisak dovršen u lipnju 2007.

ISBN 978-953-0-21801-7

CIP zapis dostupan u računalnom katalogu

Nacionalne i sveučilišne knjižnice u Zagrebu pod brojem 637139.